

UNITAT 1

MOVIMENT HARMÒNIC SIMPLE

1. OSCIL·LADORS I MOVIMENT OSCIL·LATORI O VIBRATORI
2. EQUACIÓ DEL MHS
3. VELOCITAT I ACCELERACIÓ EN EL MHS
4. DINÀMICA DEL MHS
5. ESTUDI DEL PERÍODE D'OSCIL·LACIÓ D'UN PÈNDOL SIMPLE
6. ENERGIA D'UN OSCIL·LADOR

1. OSCIL·LADORS I MOVIMENT OSCIL·LATORI O VIBRATORI

Parts

- Moviment oscil·latori
- Oscil·lador
- Paràmetres del moviment oscil·latori
- Tipus d'oscil·ladors

Teoria

Llibre, pàgina 13

Exercicis

- 1) Llibre, p. 23, problema 17
- 2) Llibre, p. 23, problema 18
- 3) Llibre, p. 14, activitat 16

Applets i altres materials



2. EQUACIÓ DEL MHS

Teoria

Llibre, pàgines 14 a 16

Exercicis

- 4) Llibre, p. 23, problema 20
- 5) Llibre, p. 24, problema 21
- 6) Llibre, p. 16, activitat 17
- 7) a) Quina serà l'equació d'un mòbil que segueixi un MHS vertical tal que la fase inicial sigui de $\pi/2$? On inicia el seu moviment ? b) Quina és l'equació per una partícula que segueixi un MHS vertical d'amplitud A de tal manera que quan comencem a comptar el temps passa per la posició d'equilibri, anant cap avall?

3. VELOCITAT I ACCELERACIÓ EN EL MHS

Teoria

- Velocitat

La velocitat expressa el ritme de variació de la posició amb el temps. Aquest concepte és expressat matemàticament per la derivada respecte del temps, $\frac{d}{dt}$, de manera que

$$v = \frac{d}{dt} y = \frac{dy}{dt}, \text{ i en el cas del MHS tenim:}$$

$$v = \frac{d}{dt} y = \frac{d}{dt} (A \sin \omega t) = A \omega \cos \omega t$$


 Regla de la cadena

També podem expressar la velocitat en funció de l'elongació:

$$\left. \begin{array}{l} v = A \omega \cos \omega t \\ \text{i si } \cos \omega t = \sqrt{1 - \sin^2 \omega t} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{aleshores } v = A \omega \sqrt{1 - \sin^2 \omega t} = \omega \sqrt{A^2 - A^2 \sin^2 \omega t}$$

$\Rightarrow v =$

expressió de la velocitat en funció de la posició

Per tant:

v=	v=
----	----

- **Acceleració**

L'acceleració expressa el ritme de variació de la velocitat amb el temps. Com ja hem dit més amunt, aquest concepte és expressat matemàticament per la derivada respecte del temps, de manera que $a = \frac{dv}{dt}$, i en el cas del MHS tenim:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} (A \omega \cos \omega t) = -A \omega^2 \sin \omega t$$

Expressant a en funció de l'elongació, tenim:

$$\left. \begin{array}{l} a = -A \omega^2 \sin \omega t \\ \text{i si } y = A \sin \omega t \end{array} \right\} \Rightarrow \text{aleshores } a = -\omega^2 y$$

Per tant:

a=	a=
----	----

Si $y = \pm A \Rightarrow$ aleshores $a = a_{\max} = \pm A \omega^2$

Si $y = 0 \Rightarrow$ aleshores $a = 0$

- Com que $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{dy}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2}$, un MHS verifica que

$$a = \frac{d^2 y}{dt^2} = -\omega^2 y$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \omega^2 y = 0$$

Aquesta equació és d'extraordinària importància per la física. Els sistemes que la verifiquen són els OSCIL·LADORS HARMÒNICS, i l'equació és l'EQUACIÓ DE L'OSCIL·LADOR HARMÒNIC. És una equació diferencial, és a dir, amb derivades, i la seva solució no és un número, sinó una funció. De fet, una solució d'aquesta equació és la funció $y = A \sin(\omega t + \phi)$, que hem donat a l'apartat 2.

La seva importància rau en el fet que permet descriure el comportament de multitud de sistemes físics: des de molt senzills com ara una molla o un pèndol, passant pels circuits electrònics, a les teories més complicades com la mecànica quàntica, que modelitza els àtoms com oscil·ladors harmònics. Tenint en compte que els oscil·ladors són els sistemes que generen les ones, com ara la llum i tota mena de radiacions electromagnètiques, es pot comprendre la gran importància d'aquesta equació.

Exercicis

8) Completa el quadre següent. Per omplir la línia de força, recorda que $F = ma$

Magnituds	Símbols	Instant				
		0	T/4	T/2	3T/4	T
temps	t					
elongació	y					
velocitat	v					
acceleració	a					
força	F					

9) Llibre, p. 16, exemple 7

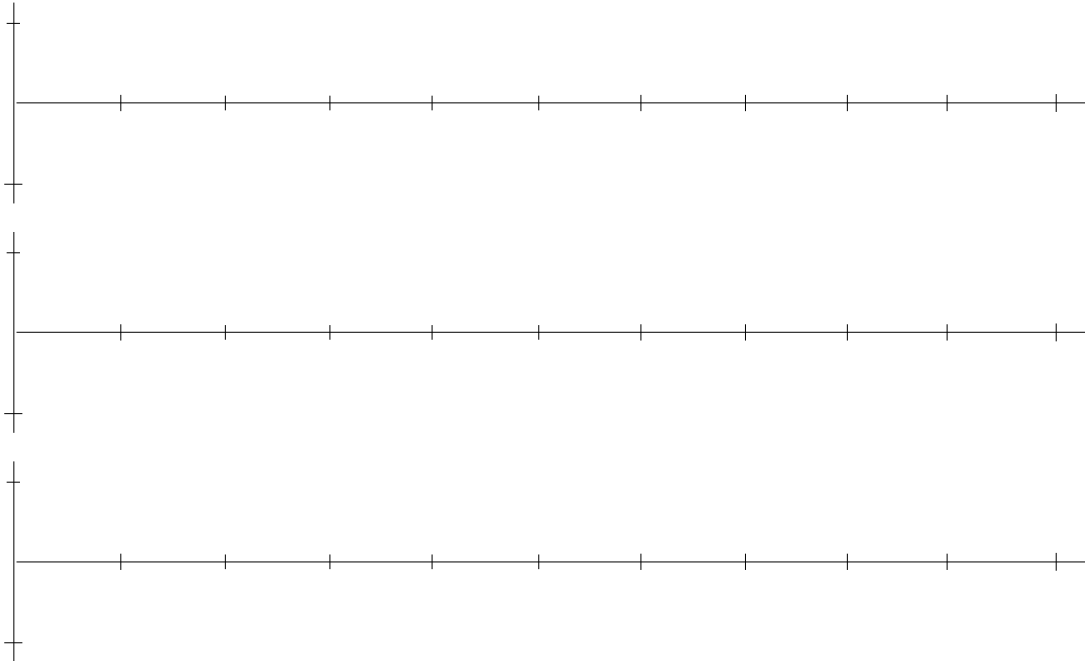
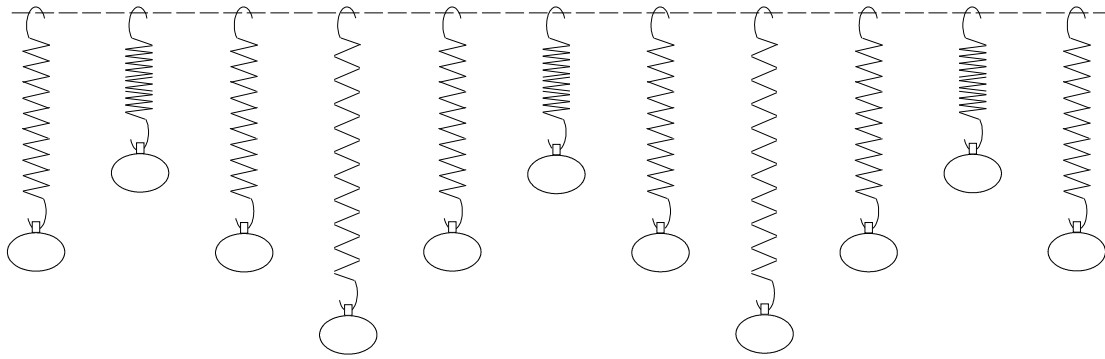
10) Llibre, p. 16, activitat 18

11) Llibre, p. 23, problema 19

12) Llibre, p. 24, problema 21

13) Llibre, p. 24, problema 23

14) Representa en el diagrama com varien l'elongació, la velocitat i l'acceleració en el MHS que segueix la bola.

M.H.S. Relació entre la força, l'elongació, la velocitat i l'acceleració**4. DINÀMICA DEL MHS**Teoria

Llibre, pàgines 35 a 36

Exercicis

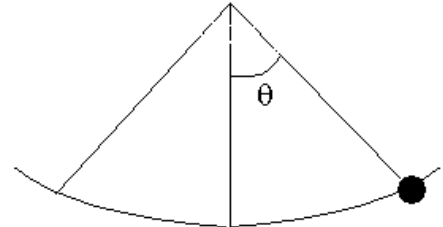
- 15) Llibre, p. 36, exemple 3
- 16) Llibre, p. 36, exemple 4
- 17) Llibre, p. 36, activitat 17
- 18) Llibre, p. 36, activitat 18
- 19) Llibre, p. 41, problema 19
- 20) Llibre, p. 41, problema 20
- 21) Llibre, p. 41, problema 21
- 22) Llibre, p. 41, problema 22
- 23) Llibre, p. 41, problema 23
- 24) Llibre, p. 41, problema 24

5. ESTUDI DEL PERÍODE D'OSCIL·LACIÓ D'UN PÈNDOL SIMPLE

Teoria



Imaginem un pèndol baixant en la posició que mostra el dibuix, que no és la de màxima altura. Dibuixa les dues forces que hi actuen, la tensió i el pes. Descompon el pes en les dues components, $mg\cos\theta$ i $mg\sin\theta$.



Creus que la tensió i la component $mg\cos\theta$ seran iguals i oposades? Per què?

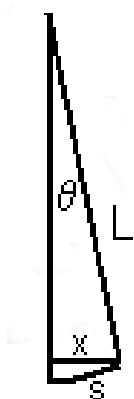
La component $mg\sin\theta$ serà le responsable del moviment tangencial. La força serà $F = -mg\sin\theta$. Si podem demostrar que aquesta força és proporcional a la posició, és a dir, si la podem escriure en la forma $F = -kx$, aleshores podem considerar que el pèndol es mou segons un moviment harmònic simple i determinar el seu període amb l'equació que ja hem obtingut

abans pel període d'un oscil·lador, $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

Cal fer una aproximació, vàlida només per valors petits de l'angle θ : en aquestes condicions, i expressant l'angle en radians, es pot suposar que $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$. Comprova-ho omplint la taula següent, amb dos decimals.

θ (graus)	0	10	20	35	40	50
θ (rad)						
$\sin\theta$						
$\tan\theta$						

Com pots veure, per angles suficientment petits, es pot escriure que $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$, sempre que l'angle s'escrigui en radians.



Si l'aproximació és vàlida, també podem suposar que la trajectòria del pèndol és quasi rectilínia.

Si L és gran i x petit $\Rightarrow$ aleshores θ és petit
 $x \approx s \Rightarrow$ desplaçament petit
és com si la trajectòria fos rectilínia

D'altra banda sabem que la relació entre un angle θ expressat en rad, el radi L i l'arc s que descriu és $s = \theta L$. Si l'aproximació d'angle petit és vàlida, podem escriure que $x \approx s$, i per tant $x \approx \theta L$

Finalment obtenim que

$$\left\{ \begin{array}{l} F = -mg \sin\theta \\ \sin\theta \approx \theta \end{array} \right\} \Rightarrow F = -mg \frac{x}{L} = -\left[\frac{mg}{L}\right]x \approx -kx$$

És a dir: queda demostrat que per petites oscil·lacions sobre el pèndol actua una força recuperadora lineal, o sigui que el pèndol és un oscil·lador harmònic, i que la constant k es pot escriure

$$k = \frac{mg}{L}$$

A partir d'aquí es pot obtenir el període del pèndol per petites oscil·lacions:

$$\left\{ \begin{array}{l} T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \\ k = \frac{mg}{L} \end{array} \right\} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{mg}{L}}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Com a resum, podem escriure les expressions pel període d'una molla i d'un pèndol:

$$T_{\text{molla}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}; \text{ on } k \text{ i } m \text{ són característiques de la molla}$$

$$T_{\text{pèndol}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}; \text{ on } L \text{ i } g \text{ són característiques del pèndol.}$$

Exercicis

- 25) Un astronauta ha instal·lat a la Lluna un pèndol simple de 0,86 m de llargada i comprova que oscil·la amb un període de 4,6 s. Ajuda l'astronauta a calcular l'acceleració de la gravetat a la superfície lunar.

Resultat: $g_L = 1,6 \text{ m.s}^{-2}$

- 26) Un pèndol té una massa $m = 1 \text{ kg}$ i una llargada $L = 40 \text{ cm}$. Calcula el seu període d'oscil·lació i respon les següents preguntes:

- Com variarà el seu període si el carreguem amb una massa de 1 kg?
- Com variarà el seu període si doblem la seva llargada?
- Quin serà el seu període si el fem oscil·lar a la Lluna, on la gravetat és el 16% de la de la terra?

Resultat: $T = 1,26 \text{ s}$

- 27) Un pèndol de $T=2\text{s}$ a la Terra es trasllada a la Lluna. Calcula el nou període.

Resultat: $T = 1,43 \text{ s}$

- 28) Dos pèndols simples són iguals excepte en que la massa d'un és el doble que la de l'altre. Quina és la relació entre els seus períodes?

- 29) La corda o filferro d'un pèndol augmenta lleugerament de llargada quan la seva temperatura augmenta. Com influirà això sobre un rellotge que funcioni amb pèndol?

- 30) El mateix pèndol simple es fa oscil·lar primer a la Terra i després a la Lluna. On tindrà una freqüència més gran? Raona la resposta.

6. ENERGIA D'UN OSCIL·LADOR

Parts

- Conservació de l'energia en un oscil·lador
- Dissipació d'energia. Amortiment
- Gràfics d'energia potencial i equilibri
- Ressonància

Teoria

Llibre, pàgines 55 a 57.

- Ressonància

L'amplitud de qualsevol oscil·lador harmònic pot augmentar molt si li apliquem una força periòdica externa (encara que sigui molt petita) amb la condició de que la freqüència de la força aplicada coincideixi amb la freqüència de l'oscil·lador.

Aquesta situació rep el nom de ressonància, i té molta importància en molts camps de la física. Com exemple senzill, imaginem un gronxador en el qual s'està gronxant un nen petit amb una determinada freqüència d'oscil·lació. Tots hem experimentat que, si externament una altra persona aplica una força ajustant-se a la freqüència pròpia del gronxador, les oscil·lacions cada vegada són més grans (de fet, cal deixar de donar empentes perquè no sigui perillós; si no hi hagués fregament, l'efecte encara seria més marcat). En canvi, si s'empeny sense respectar la freqüència adequada, de seguida s'atura l'oscil·lació.

La freqüència amb què hem d'aplicar la força per a fer ressonar un objecte (per exemple un gronxador) s'anomena **freqüència natural o de ressonància** del cos.

Aquest fenomen és present en molts camps de la física, com els circuits elèctrics, la recepció i emissió d'ones electromagnètiques, la interacció entre la llum i els àtoms, el so (d'on agafa el nom), les vibracions mecàniques... És un fenomen amb moltes aplicacions també pel fet de ser enormement selectiu: només produeixen ressonància les freqüències que coincideixen amb les freqüències pròpies dels objectes

Exercicis

- 31) Demuestra que la suma d'energies cinètica i potencial d'un oscil·lador és constant utilitzant les equacions per E_c i E_p en funció de t .
- 32) Llibre, p. 56, exemple 7
- 33) Llibre, p. 56, activitat 16
- 34) Llibre, p. 56, activitat 17
- 35) Llibre, p. 62, problema 16
- 36) Llibre, p. 62, problema 17
- 37) Llibre, p. 62, problema 18
- 38) Llibre, p. 57, activitat 18
- 39) Per què creus que està prohibit que a les desfilades militars es marqui el pas quan es passa per ponts?

Applet

