



Nom i Cognoms:

Grup:

Data:

Nota molt important: S'han de veure tots els passos intermedis.

1) Feu les següents operacions amb nombres complexos:

a) $7 - 4i - (2 - 5i) \cdot (3 + 2i) =$

b) $\frac{25(5 - 3i)}{(3 - 4i)} =$

c) $\frac{(3_{15^\circ})^3}{(\sqrt[3]{3}_{20^\circ})^6 \cdot 3_{15^\circ}} =$ i expresseu el resultat final en forma cartesiana i binòmica

d) $\sqrt[3]{-8} =$

(0,5·4 = 2 punts)

2) Solucioneu les següents equacions:

a) $\frac{3x + 5}{x^2 - 4} - \frac{2}{x - 2} = \frac{-x^2 + 4x - 1}{x - 2} : (x + 2)$

b) $6x^3 = 7(x + 1)(x - 1) + 6$

c) $5^{2x} = 8$

d) $\log_2(3x + 5) = 7$

e) $\sqrt{x^2 + x - 2} = 2x + 4$

(1+1+0,25+0,25+0,5 = 3 punts)

3) Resoleu i expresseu el resultat utilitzant intervals.

a) $\left. \begin{array}{l} 2x + 3 \geq 1 \\ -x + 2 < -1 \end{array} \right\}$

b) $\frac{x - 2}{x - 4} \geq 0$

(0,5+0,75 = 1,25 punts)

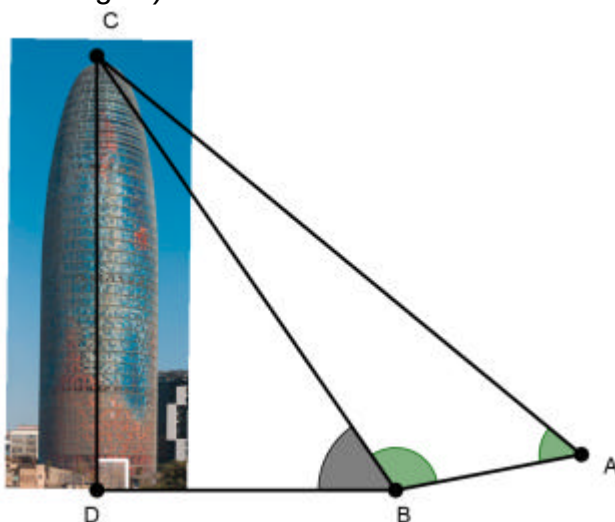
4) Trobeu totes les solucions de les equacions següents:

a) $\tan(3x + 30^\circ) = \sqrt{3}$

b) $\sin(4x + 10^\circ) = 1/2$

(0,4·2 = 0,8 punts)

- 5) Anem a calcular l'alçada de la Torre Agbar. Per això dos amics marxem cap a les Glòries de Barcelona amb una corda de 40 m i un goniòmetre (un aparell per medir angles).



Us truquem per telèfon per a que feu els càlculs i us donen aquestes dades:

$$\overline{AB} = 40 \text{ m,}$$

Angles:

$$CAB = 30^\circ,$$

$$ABC = 145,35^\circ,$$

$$CBD = 35,75^\circ \text{ i } BDC = 90^\circ$$

- a) Operant amb el triangle ABC calculeu la longitud de $\overline{BC}$
b) Operant amb el triangle BDC calculeu $\overline{CD}$ (que és l'alçada de la torre Agbar)

(0,5+0,45 = 0,95 punts)

- 6) Donades aquestes dues rectes r i s

$$\mathbf{r}: \begin{cases} x = 7 + 2k \\ y = 5 \end{cases} \forall k \in \mathbb{R} \quad \mathbf{s}: 4x - 3y = 5$$

- a) Doneu un parell de punts, un vector director i un de perpendicular de cadascuna d'elles:
b) Determineu quina és la seva posició relativa de les dues rectes
c) Trobeu la recta t paral·lela a s pel punt A(7,2)
d) Trobeu els punts de la recta r que estan a una distància de 4 unitats de la recta s

(0,5+0,25+0,25+1 = 2 punts)



Nom i Cognoms:

Grup:

Data:

Nota molt important: S'han de veure tots els passos intermedis.

1) Feu les següents operacions amb nombres complexos:

a) $7 - 4i - (2 - 5i) \cdot (3 + 2i) =$

b) $\frac{25(5 - 3i)}{(3 - 4i)} =$

c) $\frac{(3_{15^\circ})^3}{(\sqrt[3]{3}_{20^\circ})^6 \cdot 3_{15^\circ}} =$ i expresseu el resultat final en forma cartesiana i binòmica

d) $\sqrt[3]{-8} =$

(0,5·4 = 2 punts)

① a) $7 - 4i - (2 - 5i) \cdot (3 + 2i) = 7 - 4i - [6 + 4i - 15i - 10i^2] =$
 $= 7 - 4i - [6 - 11i + 10] = 7 - 4i - 16 + 11i = -9 + 7i$

b) $\frac{25(5 - 3i)}{(3 - 4i)} = \frac{25(5 - 3i)(3 + 4i)}{(3 - 4i)(3 + 4i)} = \frac{25(15 + 20i - 9i - 12i^2)}{9 - 16i^2} =$
 $= \frac{25(15 + 12 + 11i)}{9 + 16} = \frac{25(27 + 11i)}{25} = 27 + 11i$

c) $\frac{(3_{15^\circ})^3}{(\sqrt[3]{3}_{20^\circ})^6 \cdot 3_{15^\circ}} = \frac{27_{45^\circ}}{9_{120^\circ} \cdot 3_{15^\circ}} = \frac{27_{45^\circ}}{27_{135^\circ}} = 1_{-90^\circ} = -i =$
 $= \cos(-90^\circ) + i(\sin(-90^\circ)) = 0 - i = (0, -1)$
 -i FORMA BINÒMICA FORMA CARTESIANA

d) $\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{8_{180^\circ}} = \sqrt[3]{8} \frac{180^\circ}{3} = 2_{60^\circ}$
 $= \sqrt[3]{8} \frac{180^\circ}{3} + 120^\circ = 2_{180^\circ} = -2$
 $= \sqrt[3]{8} \frac{180^\circ}{3} + 240^\circ = 2_{300^\circ}$

2) Solucioneu les següents equacions:

a) $\frac{3x+5}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} = \frac{-x^2+4x-1}{x-2} : (x+2)$

2) a) $\frac{3x+5}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} - \frac{-x^2+4x-1}{(x-2)(x+2)} = 0$

$$\frac{3x+5-2(x+2)+x^2-4x+1}{(x-2)(x+2)} = 0$$

$$\frac{3x+5-2x-4+x^2-4x+1}{(x-2)(x+2)} = 0$$

$$\frac{x^2-3x+2}{(x+2)(x-2)} = 0 \Rightarrow x^2-3x+2=0$$

Però hem de comprovar
que les solucions obtingudes
no anul·len els denominadors.

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{2} = 2 \\ \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Dues candidates a solució $x=2$ i $x=1$ però al
comprovar les (OBLIGAT ja que hi ha x al denominador)
a veure que

$x=2$ NO VA ja que $\frac{0}{0}$ és una INDETERMINACIÓ

$x=1$ SÍ Val $\frac{1-3+2}{3(-1)} = \frac{0}{-3} = 0$ SÍ

$\Rightarrow$ Solució ÚNICA $x=1$

b) $6x^3 = 7(x+1)(x-1) + 6$

b) $6x^3 - 7(x+1)(x-1) - 6 = 0$

$6x^3 - 7(x^2 - 1) - 6 = 0$

$6x^3 - 7x^2 + 7 - 6 = 0$

$6x^3 - 7x^2 + 1 = 0$ cal FACTORITZAR primer

el polinomi. Problem divisió de Ruffini per

$x-a$ on "a" divideix el terme INDEP. (1)

S $P(x) = 6x^3 - 7x^2 + 1$ com $P(1) = 6 - 7 + 1 = 0 \Rightarrow$ divideix per $x-1$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 6 & -7 & 0 & 1 \\ & & 6 & -1 & -1 \\ \hline & 6 & -1 & -1 & 0 \end{array} \Rightarrow P(x) = (x-1)(6x^2 - x - 1)$$

Com és de 2n grau el descomposen buscant els seus zeros.

$$6x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{12} = \frac{1 \pm 5}{12} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \\ \frac{-4}{12} = -\frac{1}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow 6x^2 - x - 1 = 6(x - \frac{1}{2})(x + \frac{1}{3})$$

així doncs l'equació queda així

$$(x-1) \cdot 6(x - \frac{1}{2})(x + \frac{1}{3}) = 0$$

$x-1=0 \Rightarrow x=1$

$6=0 \Rightarrow$ Noi

$x - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$x + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$

Solutions $x=1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$

c) $5^{2x} = 8$

c) $5^{2x} = 8$

$\ln 5^{2x} = \ln 8$

$2x \ln 5 = \ln 8$

$2x = \frac{\ln 8}{\ln 5}$

$$x = \frac{\ln 8}{2 \cdot \ln 5} \approx 0.6460$$

o també $2x = \log_5 8$

$x = \frac{1}{2} \log_5 8 = \frac{\ln 8}{2 \ln 5}$

$$x = \frac{1}{2} \frac{\log 8}{\log 5}$$

d) $\log_2(3x+5) = 7$

d) $\log_2(3x+5) = 7 \Rightarrow 3x+5 = 2^7$
 $3x = 128 - 5$
 $3x = 123$
 $x = \frac{123}{3} = 41$

e) $\sqrt{x^2 + x - 2} = 2x + 4$

(1+1+0,25+0,25+0,5 = 3 punts)

e) $\sqrt{x^2 + x - 2} = 2x + 4$ EQ. IRRACIONAL

Elevo al quadrat $\Rightarrow$ CAL COMPROVAR LES SOLUCIONS

$x^2 + x - 2 = (2x + 4)^2$

$x^2 + x - 2 = 4x^2 + 16x + 16$

$0 = 3x^2 + 15x + 18$

$0 = x^2 + 5x + 6$

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{-5 \pm 1}{2}$
 $x = -2$
 $x = -3$

COMPROVACIÓ en $\sqrt{x^2 + x - 2} = 2x + 4$

• $x = -2 \Rightarrow \sqrt{4 - 2 - 2} = -4 + 4$
 $0 = 0$ Sí que val

• $x = -3 \Rightarrow \sqrt{9 - 3 - 2} = -6 + 4$

$\sqrt{4} = -2$

$2 = -2$

No $\Rightarrow$ No val.

Solució només $x = -2$

3) Resoleu i expresseu el resultat utilitzant intervals.

a)
$$\begin{cases} 2x + 3 \geq 1 \\ -x + 2 < -1 \end{cases}$$

b)
$$\frac{x-2}{x-4} \geq 0$$

(0,5+0,75 = 1,25 punts)

3) a)
$$\begin{cases} 2x + 3 \geq 1 \\ -x + 2 < -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x \geq -2 \rightarrow x \geq -1 \\ -x < -3 \Rightarrow x > 3 \end{cases}$$

Fem la intersecció de les solucions de cada INEQ $\Rightarrow$ SISTEMA SOLUCIÓ $\forall x \in (3, +\infty)$

b) Estudiem els signes de $f(x) = \frac{x-2}{x-4}$

x	2	4
$f(x) = \frac{x-2}{x-4}$	+	0
	+	-
		+

- Resquem el PTS on $x-4=0 \Rightarrow x=4$
- Resquem el PTS on $x-2=0 \Rightarrow x=2$
- Donem valor en les 3 zones resultant.
- Si $x=0$ $f(0) = \frac{-2}{-4} > 0$
- Si $x=3$ $f(3) = \frac{1}{-1} < 0$
- Si $x=5$ $f(5) = \frac{3}{1} > 0$
- I ara ja podem contestar $\frac{x-2}{x-4} \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 2] \cup (4, +\infty)$

4) Trobeu totes les solucions de les equacions següents:

a) $\tan(3x+30^\circ) = \sqrt{3}$

b) $\sin(4x+10^\circ) = 1/2$

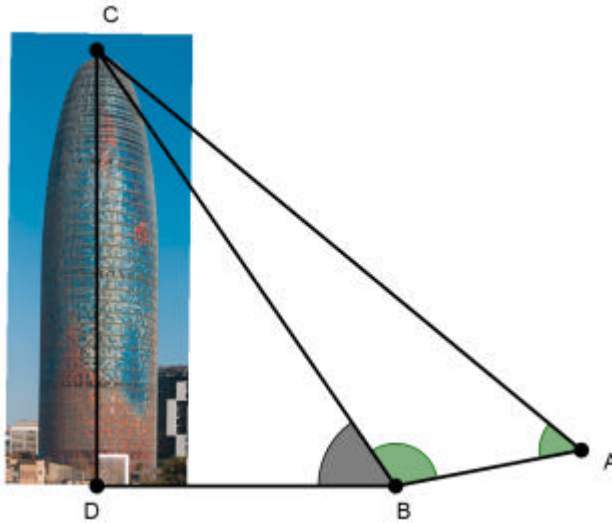
(0,4*2 = 0,8 punts)

④ a) $\tan(3x+30^\circ) = \sqrt{3}$
 $3x+30^\circ = \arctan(\sqrt{3}) + k \cdot 180^\circ \quad k \in \mathbb{Z}$
 $3x = 60^\circ - 30^\circ + k \cdot 180^\circ$
 $x = \frac{30^\circ + k \cdot 180^\circ}{3} = 10^\circ + k \cdot 60^\circ \quad k \in \mathbb{Z}$

b) $\sin(4x+10^\circ) = \frac{1}{2}$
 1a) $4x+10^\circ = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) + k \cdot 360^\circ$
 $4x+10^\circ = 30^\circ + k \cdot 360^\circ$
 $4x = 20^\circ + k \cdot 360^\circ$
 $x = \frac{20^\circ + k \cdot 360^\circ}{4} = 5^\circ + k \cdot 90^\circ \quad k \in \mathbb{Z}$

2a) $4x+10^\circ = 180^\circ - \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) + k \cdot 360^\circ$
 $4x+10^\circ = 180^\circ - 30^\circ + k \cdot 360^\circ$
 $4x = 140^\circ + k \cdot 360^\circ$
 $x = 35^\circ + k \cdot 90^\circ \quad k \in \mathbb{Z}$

- 5) Anem a calcular l'alçada de la Torre Agbar. Per això dos amics marxem cap a les Glòries de Barcelona amb una corda de 40 m i un goniòmetre (un aparell per medir angles).



Us truquem per telèfon per a que feu els càlculs i us donen aquestes dades:

$$\overline{AB} = 40 \text{ m,}$$

Angles:

$$CAB = 30^\circ,$$

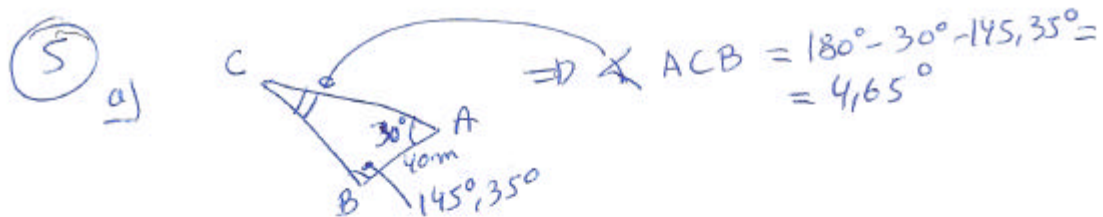
$$ABC = 145,35^\circ,$$

$$CBD = 35,75^\circ \text{ i } BDC = 90^\circ$$

a) Operant amb el triangle ABC calculeu la longitud de $\overline{BC}$

b) Operant amb el triangle BDC calculeu $\overline{CD}$ (que és l'alçada de la torre Agbar)

(0,5+0,45 = 0,95 punts)



Pel t. del SINUS
$$\frac{\overline{CB}}{\sin(30^\circ)} = \frac{40 \text{ m}}{\sin(4,65^\circ)}$$

$$\overline{CB} = \frac{\sin(30^\circ) \cdot 40 \text{ m}}{\sin(4,65^\circ)} \approx 246,70 \text{ m}$$

b)

$$\sin(35,75^\circ) = \frac{\overline{CD}}{246,70 \text{ m}}$$

$$\overline{CD} = 246,70 \text{ m} \sin(35,75^\circ)$$

$$\overline{CD} = 144,13 \text{ m}$$

SOLUCIÓ $\boxed{\overline{CD} = 144,13 \text{ m}}$

6) Donades aquestes dues rectes r i s

$$r: \begin{cases} x = 7 + 2k \\ y = 5 \end{cases} \forall k \in \mathbb{R} \quad s: 4x - 3y = 5$$

- Doneu un parell de punts, un vector director i un de perpendicular de cadascuna d'elles:
- Determineu quina és la seva posició relativa de les dues rectes
- Trobeu la recta t paral·lela a s pel punt A(7,2)
- Trobeu els punts de la recta r que estan a una distància de 4 unitats de la recta s

(0,5+0,25+0,25+1 = 2 punts)

$$\textcircled{6} \quad r: \begin{cases} x = 7 + 2k \\ y = 5 \end{cases} \forall k \in \mathbb{R} \quad s: 4x - 3y = 5$$

$$\begin{array}{l} a) \quad R_1 \in r \quad R_1(7, 5) \quad k=0 \\ \quad R_2 \in r \quad R_2(9, 5) \quad k=1 \\ \quad \vec{V}_r = (2, 0) \text{ o } (1, 0) \\ \quad \vec{V}_{\perp r} = (0, 1) \end{array} \quad \left\| \begin{array}{l} S_1 \in s \quad (0, \frac{5}{3}) \\ S_2 \in s \quad (\frac{5}{4}, 0) \\ \vec{V}_s = (3, 4) \\ \vec{V}_{\perp s} = (4, -3) \end{array} \right.$$

$$b) \quad \begin{array}{l} \text{com } \vec{V}_r = (1, 0) \\ \text{i } \vec{V}_s = (3, 4) \end{array} > \frac{1}{3} \neq \frac{0}{4} \quad \text{No són L.D} \Rightarrow \text{Són L.I}$$

$\Rightarrow r$ i s SÓN SECANTS i es tallen en un ÚNIC PUNT

$$c) \left. \begin{array}{l} t // s \text{ pel PT } (7, 2) \\ \text{H} \\ \vec{v}_t = \vec{v}_s = (3, 4) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \boxed{\frac{x-7}{3} = \frac{y-2}{4}} \\ \text{operando} \\ 4x-28 = 3y-6 \\ \boxed{4x-3y-22=0} \end{array}$$

$$\text{o també } t // s: 4x-3y-5=0 \Rightarrow t: 4x-3y+C=0 \left. \begin{array}{l} \text{Para pel PT } (7, 2) \end{array} \right\}$$

$$4 \cdot 7 - 3 \cdot 2 + C = 0$$

$$C = -28 + 6$$

$$C = -22$$

H

$$\boxed{t: 4x-3y-22=0}$$

$$d) R_k \in \mathbb{R} \quad R_k(k, 5) \quad \forall k \in \mathbb{R}$$

$$r = r(0, 5); \vec{v}_r = (1, 0)$$

$$\boxed{y=5}$$

$$s: \boxed{4x-3y-5=0}$$

$$\text{I era impossible que } d(R_k, s) = 4$$

$$\frac{|4k-15-5|}{\sqrt{16+9}} = 4$$

$$|4k-20| = 20 \Rightarrow$$

$$\begin{array}{l} 4k-20=20 \\ 4k=40 \\ k=10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4k-20=-20 \\ 4k=0 \\ k=0 \end{array}$$

$$\text{Ser dues solucions}$$

$$R_{k=10} (10, 5)$$

o
i

$$R_{k=0} (0, 5)$$