



Nom i Cognoms:

Grup:

Data:

Nota molt important: S'han de veure tots els passos intermedis.

1) Deriveu les funcions següents:

a) $y = \sqrt[3]{x^3 - 8}$

b) $y = \sin^3(4x^2) + \tan(x^3)$

c) $y = [\cos(x)]^{2x}$

(0,75*2+1.5=3 punts)

2) Donada la gràfica de la funció $f(x) = 5e^{2x-4}$

Trobeu l'equació de la recta tangent a la corba en el punt de $x=2$

(1 punt)

3) Donada la funció $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)^2}$ calculeu:

a) El domini i els punts on la funció és contínua

b) Les seves asímptotes

c) La primera derivada i els punts on la funció és derivable

Atenció: us ha de sortir $f'(x) = \frac{-2x}{(x-1)^3}$

d) Estudieu la monotonia de la funció

e) Dibuixeu la gràfica de la funció

(0,25+0,75+0,75+1+1=3,75 punts)

4) En Joan ha de triar 4 matèries de modalitat de BTX Científic-Tecnològic entre les 7 que se li ofereixen (1MA, 1FS, 1QI, 1BI, 1TI, 1DT, 1TM)

a) Quantes tries diferents pot fer?

b) Però li han dit que no pot fer 1FS sense fer 1MA. I ell té clar que vol fer 1FS, així doncs quantes tries diferents pot fer?

(0,5*2=1 punt)

5) Hem anotat dels quatre primers equip de la Lliga de futbol Espanyola els punts finals obtinguts i el número de gols que ha fet cadascú:

Equip	Barcelona	R. Madrid	At. Madrid	Real Societat
X = Punts obtinguts	100	85	76	66
Y = Número de gols fets	115	103	65	66

a) Calculeu (**podeu utilitzar la part estadística de la calculadora**) els paràmetres $\bar{X}$, s_x , $\bar{Y}$, s_y , s_{xy} (mitjanes, desviacions típiques i covariància).

b) Busqueu el coeficient de correlació lineal i interpreta el seu resultat.

c) Calculeu el nombre de punts que s'espera obtenir un equip que ha fet 100 gols (explica com ho calcules).

(1,25+0,5+1=2,75 punts)

.../...

Atenció l'examen continua a l'altra pàgina

- 6) La Núria sap que ha suspès els 20% dels exàmens de MA i el 5% dels de FS. La propera setmana farà examen de MA i de FS. Suposant que els resultats dels exàmens són independents entre sí, calculeu:
- a) La probabilitat que aprovi els dos exàmens.
 - b) La probabilitat de que aprovi almenys un dels dos.
 - c) La probabilitat de que suspengui només un.

($0,5 \cdot 3 = 1,5$ punts)

- 7) Per detectar una malaltia, **que afecta al 10% de la població**, disposem de dues proves independents.

La prova A sabem que detecta la malaltia (dóna positiu) al 90% dels malalts al quals és passa, però també dona positiu al 5% de les persones sanes a les qual se'ls passa.

La prova B sabem que detecta la malaltia (dóna positiu) al 85% dels malalts al quals és passa, però també dona positiu al 2% de les persones sanes a les qual se'ls passa.

Agafem una persona a l'atzar i li passem les dues proves A i B (recordeu que són independents). Calculeu:

- a) La probabilitat que les dues proves donin negatiu.
- b) La probabilitat que al menys una de les dues doni positiu.
- c) Sabent que les dues proves han donat negatiu, quina és la probabilitat de que la persona estigui sana?

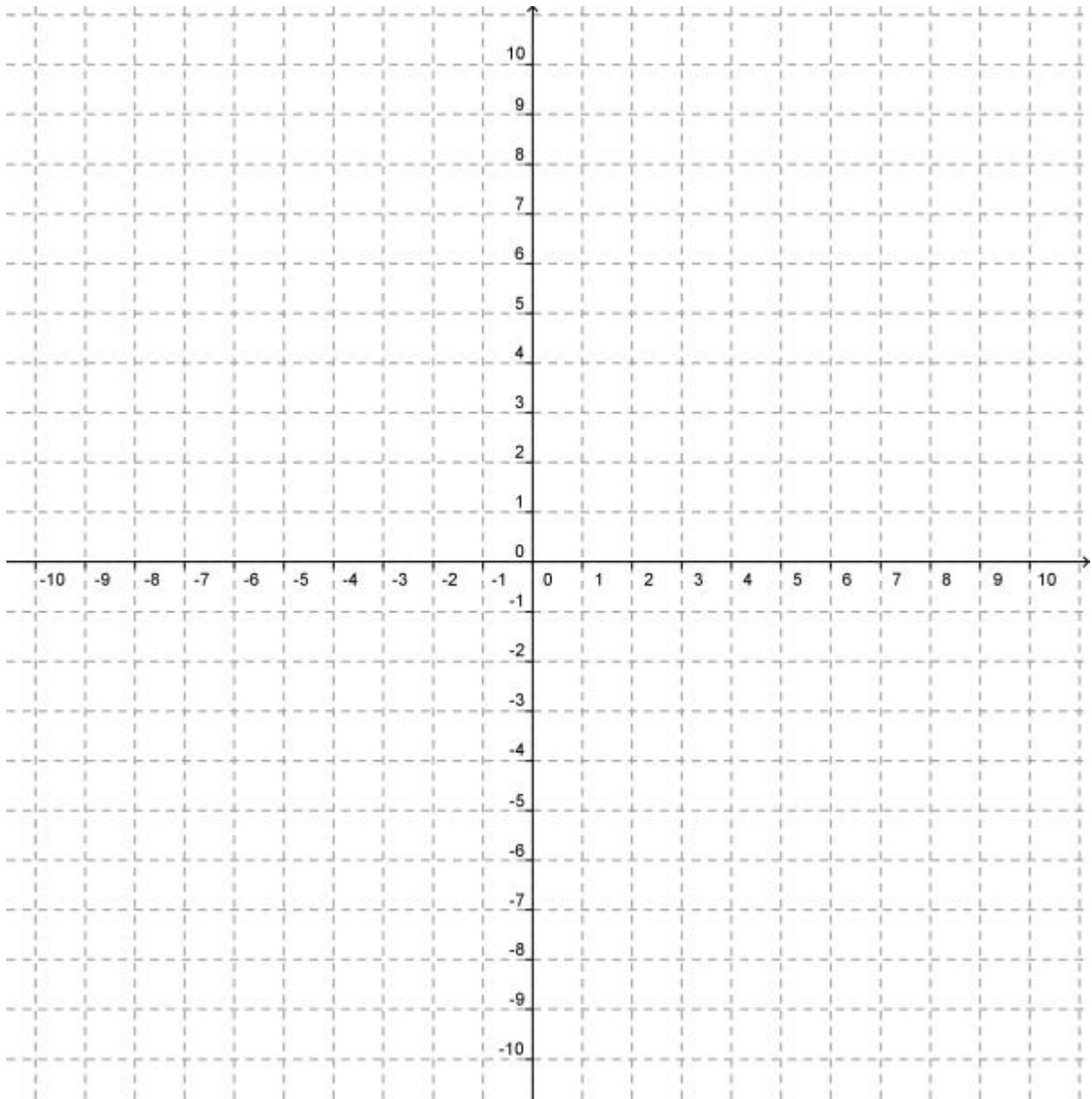
($0,5 \cdot 2 + 1 = 2$ punts)



Nom i Cognoms:

Grup:

Data:



Nota molt important: S'han de veure tots els passos intermedis.

1) Deriveu les funcions següents:

a) $y = \sqrt[3]{x^3 - 8}$

b) $y = \sin^3(4x^2) + \tan(x^3)$

c) $y = [\cos(x)]^{2x}$

(0,75*2+1.5=3 punts)

① a) $y = \sqrt[3]{x^3 - 8} = (x^3 - 8)^{1/3}$
 $y' = \frac{1}{3} (x^3 - 8)^{-2/3} \cdot 3x^2 = \frac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3 - 8)^2}}$

b) $y = \sin^3(4x^2) + \tan(x^3)$
 $y' = 3 \sin^2(4x^2) \cos(4x^2) \cdot 8x + \frac{1}{\cos^2(x^3)} \cdot 3x^2$

c) $y = (\cos x)^{2x}$ cal fer derivar logarítmica
 $\ln y = \ln((\cos x)^{2x})$
 $\ln y = 2x \ln(\cos x)$
I ara derivem els dos membres
 $\frac{1}{y} y' = 2 \ln(\cos x) + \frac{2x (-\sin x)}{\cos x}$
 $y' = \left[2 \ln(\cos x) - \frac{2x \sin x}{\cos x} \right] (\cos x)^{2x}$

2) Donada la gràfica de la funció $f(x) = 5e^{2x-4}$

Trobeu l'equació de la recta tangent a la corba en el punt de $x=2$

(1 punt)

$$\textcircled{2} \quad f(x) = 5e^{2x-4} \Rightarrow f'(x) = 5 \cdot e^{2x-4} \cdot 2 = 10e^{2x-4}$$

El punt de tangència és $x=2 \Rightarrow y = f(2) = 5e^{4-4} = 5e^0 = 5$

~~El~~ el punt és el $(2, 5)$

I el pendent de la recta tangent és $m = f'(2)$

$$f'(2) = 10 \cdot e^{4-4} = 10 \cdot e^0 = 10$$

la recta tangent és $(y - y_0) = m(x - x_0)$

$$(y - 5) = 10(x - 2)$$

$$y = 5 + 10x - 20$$

$$\boxed{y = 10x - 15}$$

3) Donada la funció $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)^2}$ calculeu:

a) El domini i els punts on la funció és contínua

a) DOMINI $\mathbb{R} - \{1\}$ només hem tret el zero del denominador.
 f és contínua en tot el seu domini

b) Les seves asímptotes

b) ASÍMPTOTES VERTICALS

$x=1$ és asímptota ja que

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{0^+} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{0^+} = +\infty \end{aligned}$$

± l'aspecte de la gràfica al seu voltant és



ASÍMPTOTES HORIZONTALS

Com és un quocient de polinomis en asímptota per $x \rightarrow +\infty$ també ho són per $x \rightarrow -\infty$

Ja Buro per $x \rightarrow +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 = 1 \in \mathbb{R} \Rightarrow$$

$y=1$ és
 ASÍMPTOTA
 per $x \rightarrow \pm\infty$

c) La primera derivada i el punts on la funció és derivable

Atenció: us ha de sortir $f'(x) = \frac{-2x}{(x-1)^3}$

$$\sqsubseteq y = \frac{x^2}{(x-1)^2}$$
$$y' = \frac{2x(x-1)^2 - x^2 \cdot 2(x-1)}{(x-1)^4} = \frac{2x^2 - 2x - 2x^2}{(x-1)^3} =$$

$$y' = \frac{-2x}{(x-1)^3} \quad \text{* és DERIVABLE } \forall x \in \mathbb{R} - \{1\}$$

d) Estudieu la monotonia de la funció

d) Estudiem el signe de y'

x	0			1			
y	$\searrow$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$	$\searrow$
y'	-	-	0	+	-	-	-

- No podem dir si és un ∇ o ∇ perquè $y' = 0$ a $x = 1$
- No podem dir si és un ∇ o ∇ perquè $y' = 0$ a $x = 0$

$$\frac{-2x}{(x-1)^3} = 0 \Rightarrow -2x = 0 \Rightarrow x = 0$$

- Donem valors a les zones resultants

$$f'(-1) = \frac{+}{-} < 0$$

$$f'(\frac{1}{2}) = \frac{-}{-} > 0$$

$$f'(2) = \frac{-}{+} < 0$$

⊛ A la vista dels signes de y' determinem la monotonia

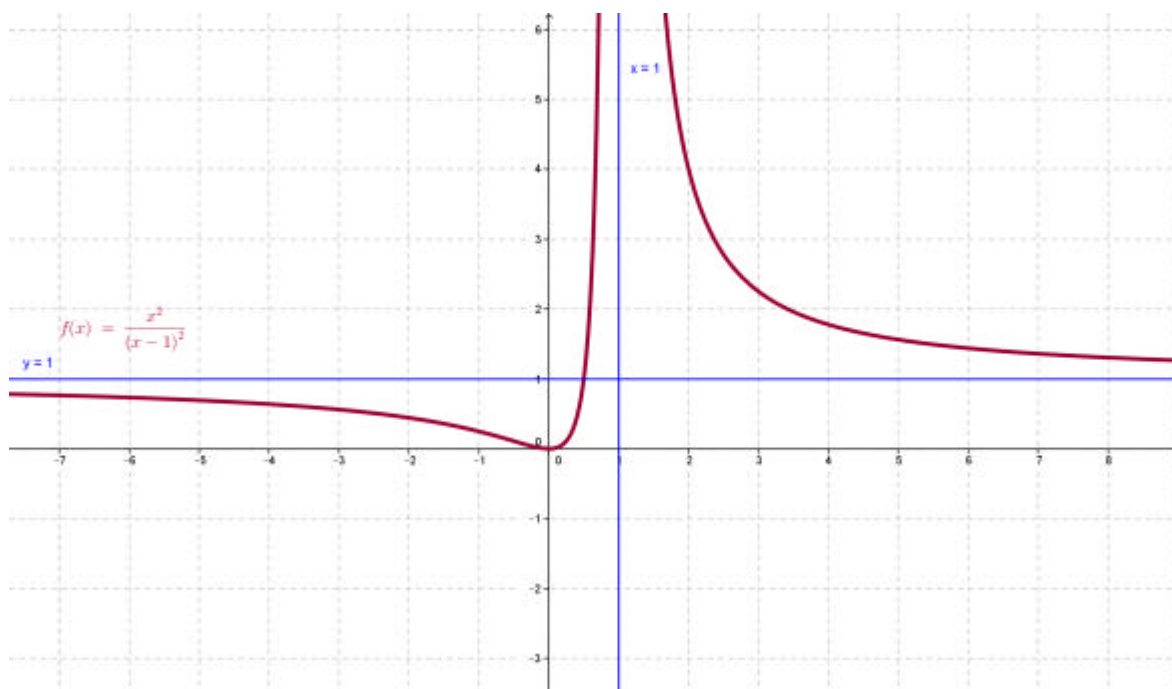
CREIX $\forall x \in (0, 1)$

DECREIX $\forall x \in (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

En $x = 0$ $(0, f(0)) = (0, 0)$ té un ∇ LOCAL
 $f(0) = 0$

e) Dibuixeu la gràfica de la funció

(0,25+0,75+0,75+1+1=3,75 punts)



4) En Joan ha de triar 4 matèries de modalitat de BTX Científic-Tecnològic entre les 7 que se li ofereixen (1MA, 1FS, 1QI, 1BI, 1TI, 1DT, 1TM)

a) Quantes tries diferents pot fer?

b) Però li han dit que no pot fer 1FS sense fer 1MA. I ell té clar que vol fer 1FS, així doncs quantes tries diferents pot fer?

(0,5*2=1 punt)

(4)

a) 7 elements } Imposta l'ordre? No
 fora de 4 } en podem repetir? No $\Rightarrow C_7^4$

$$C_7^4 = \binom{7}{4} = \frac{V_7^4}{P_4} = \frac{7 \cdot \cancel{6} \cdot 5 \cdot \cancel{4}}{\cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1} = 35 \text{ possibilitats}$$

b) Com ja triu 1FS i 1MA $\Rightarrow$ Només ho de triar 2

$$\Rightarrow C_5^2 = \frac{V_5^2}{P_2} = \frac{5 \cdot \cancel{4}}{\cancel{4} \cdot 1} = 10 \text{ possibilitats}$$

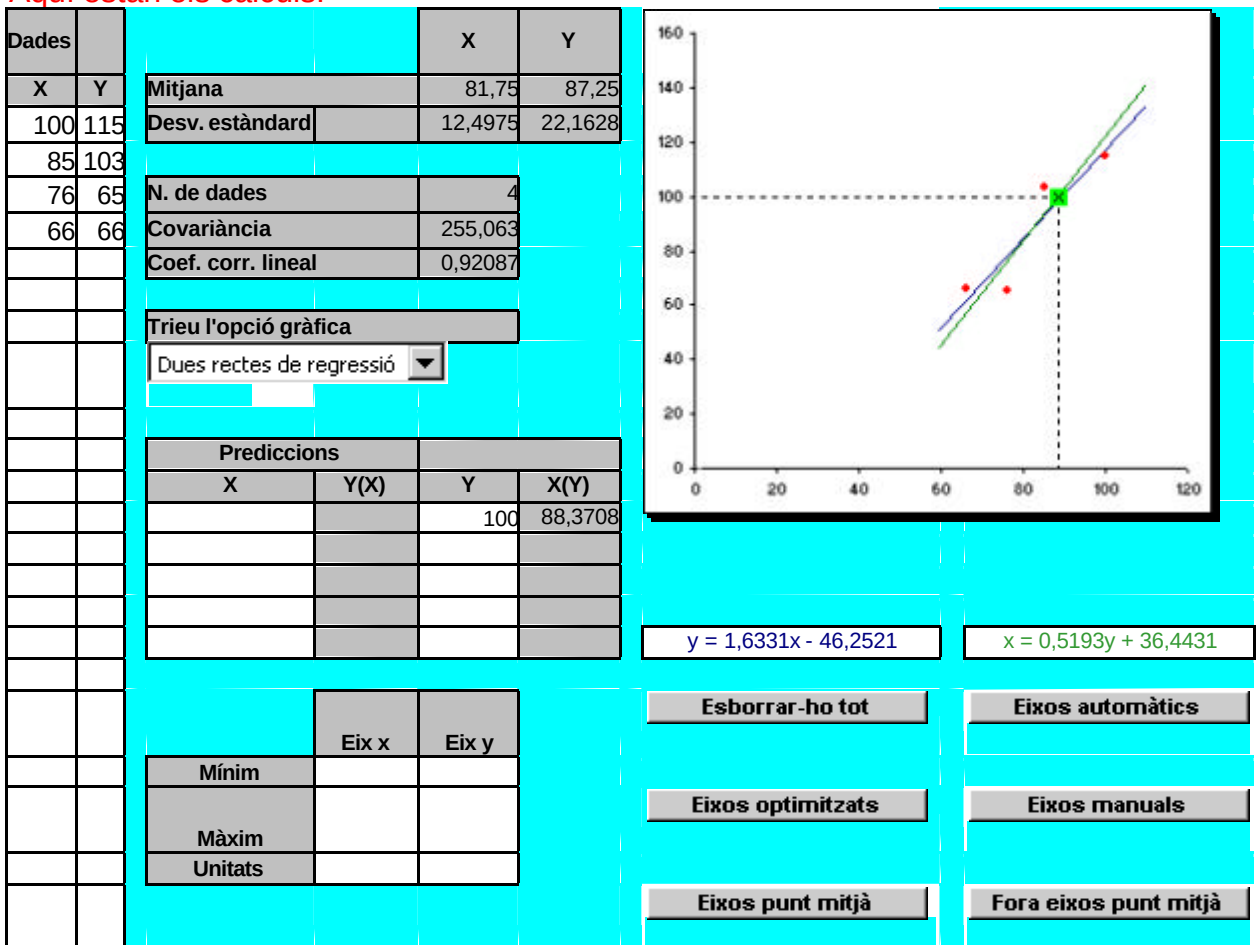
5) Hem anotat dels quatre primers equip de la Lliga de futbol Espanyola els punts finals obtinguts i el número de gols que ha fet cadascú:

Equip	Barcelona	R. Madrid	At. Madrid	Real Societat
X = Punts obtinguts	100	85	76	66
Y = Número de gols fets	115	103	65	66

- Calculeu (**podeu utilitzar la part estadística de la calculadora**) els paràmetres $\bar{X}$, s_x , $\bar{Y}$, s_y , s_{xy} (mitjanes, desviacions típiques i covariància).
- Busqueu el coeficient de correlació lineal i interpreta el seu resultat.
- Calculeu el nombre de punts que s'espera obtingui un equip que ha fet 100 gols (explica com ho calcules).

(1,25+0,5+1=2,75 punts)

Aquí estan els càlculs:



A l'apartat B) cal dir que la correlació lineal és molt bona i positiva

Però la resposta a l'apartat c) ha de ser un nombre natural, així doncs és obligat arrodonir el resultat i explicar que per l'apartat c) s'ha de fer servir la recta de regressió de X sobre Y

- 6) La Núria sap que ha suspès els 20% dels exàmens de MA i el 5% dels de FS. La propera setmana farà examen de MA i de FS. Suposant que els resultats dels exàmens són independents entre sí, calculeu:
- La probabilitat que aprovi els dos exàmens.
 - La probabilitat de que aprovi almenys un dels dos.
 - La probabilitat de que suspengui només un.

(0,5*3=1,5 punts)

⑥

$NA = \text{Apròva NA}$	$\overline{NA} = \text{Suspèn NA}$
$FS = \text{Apròva FS}$	$\overline{FS} = \text{Suspèn FS}$

a) arbre favorable Són INDEP.

$\frac{80\%}{NA} \quad \frac{95\%}{FS} \Rightarrow P(NA \cap FS) = 0,8 \cdot 0,95 = 0,76$

b) $P(NA \cup FS) = P(NA) + P(FS) - P(NA \cap FS) =$
 $= 0,8 + 0,95 - 0,76 = 0,99$

c) $P(\text{Suspèn Només un}) = P((NA \cap \overline{FS}) \cup (\overline{NA} \cap FS)) =$
 $= P(NA \cap \overline{FS}) + P(\overline{NA} \cap FS) =$
 $\frac{80\%}{NA} \quad \frac{5\%}{\overline{FS}} \quad \frac{20\%}{\overline{NA}} \quad \frac{95\%}{FS}$
 $= 0,8 \cdot 0,05 + 0,2 \cdot 0,95 =$
 $= 0,23$

- 7) Per detectar una malaltia, **que afecta al 10% de la població**, disposem de dues proves independents.

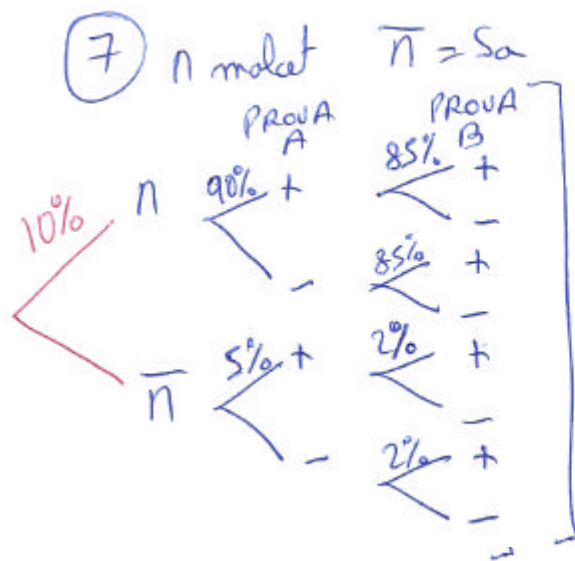
La prova A sabem que detecta la malaltia (dóna positiu) al 90% dels malalts al quals és passa, però també dona positiu al 5% de les persones sanes a les qual se'ls passa.

La prova B sabem que detecta la malaltia (dóna positiu) al 85% dels malalts al quals és passa, però també dona positiu al 2% de les persones sanes a les qual se'ls passa.

Agafem una persona a l'atzar i li passem les dues proves A i B (recordeu que són independents). Calculeu:

- La probabilitat que les dues proves donin negatiu.
- La probabilitat que al menys una de les dues doni positiu.
- Sabent que les dues proves han donat negatiu, quina és la probabilitat de que la persona estigui sana?

(0,5*2+1=2 punts)



Antre CORPLET amb les dades de l'enunciat NONÉS

A LA POBLACIÓ DE LA MALACTIA UN 10% DEL TOTAL

a) $P(\text{les dues Negatives}) = \text{Suma de la 4a i 8ena BRANCA:}$

$$\left. \begin{array}{l} 0,1 \left\{ \begin{array}{l} n \frac{0,1}{0,95} - \frac{0,15}{0,98} - \end{array} \right. \\ 0,9 \left\{ \begin{array}{l} \bar{n} \frac{0,95}{0,98} - \end{array} \right. \end{array} \right\} \Rightarrow = 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,15 + 0,95 \cdot 0,98 \cdot 0,9 = 0,8394$$

b) $P(\text{almenys una de les dues +}) =$
 $= 1 - P(\text{les dues negatives}) =$
 $= 1 - 0,8394 = 0,1606$

c) $P(\text{Persona Sana} \mid \text{les dues negatives}) = P(\bar{n} \mid \text{les dues negatives})$

$$= \frac{P(\bar{n} \cap \text{les dues Negs})}{P(\text{les dues Negatives})} = \frac{0,8379}{0,8394} = 0,9982$$

Apartat a)

$$0,9 \bar{n} \frac{0,95}{0,98} - \frac{0,15}{0,98} -$$