



Nom i Cognoms:

Grup:

Data:

- 1) Donada la gràfica de la funció $f(x) = x^3 - 9x$

Trobeu les equacions de la recta tangent a la gràfica de en el punt d'abscisses $x=1$

(0,75 punts)

- 2) Deriveu les funcions següents:

a) $y = x\sqrt{x} + \frac{1}{x^2 \cdot \sqrt{x}}$

b) $y = \tan(\sin(2x - 1))$

c) $y = x \cdot e^{x^3}$

d) $y = \cos^2 x + \cos x^2$

(3 punts)

- 3) Donada la funció $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ calculeu:

- a) El domini i els punts on la funció és contínua
- b) Les seves asímptotes
- c) La primera derivada i el punts on la funció és derivable
- d) Estudieu la monotonia de la funció
- e) Dibuixeu la gràfica de la funció

(0,25+0,75+0,75+1+1=3,75 punts)

- 4) Hem agrupat les alçades d'un grup de 25 alumnes donades en cm en 5 intervals, obtenint aquesta taula

Interval	Marca de la classe X_i	Freqüència absoluta F_i
[140,150)		1
[150,160)		2
[160,170)		5
[170,180)		14
[180,190)		3

- a) Completeu la taula donada i calculeu (**pots utilitzar la part estadística de la calculadora**) els paràmetres $\bar{X}$, s_x i s_x^2 (mitjana, desviació típica i variància).
- b) Definiu dos paràmetres estadístics diferents als calculats a l'apartat anterior: un de centralització, un de dispersió i calculeu-los.

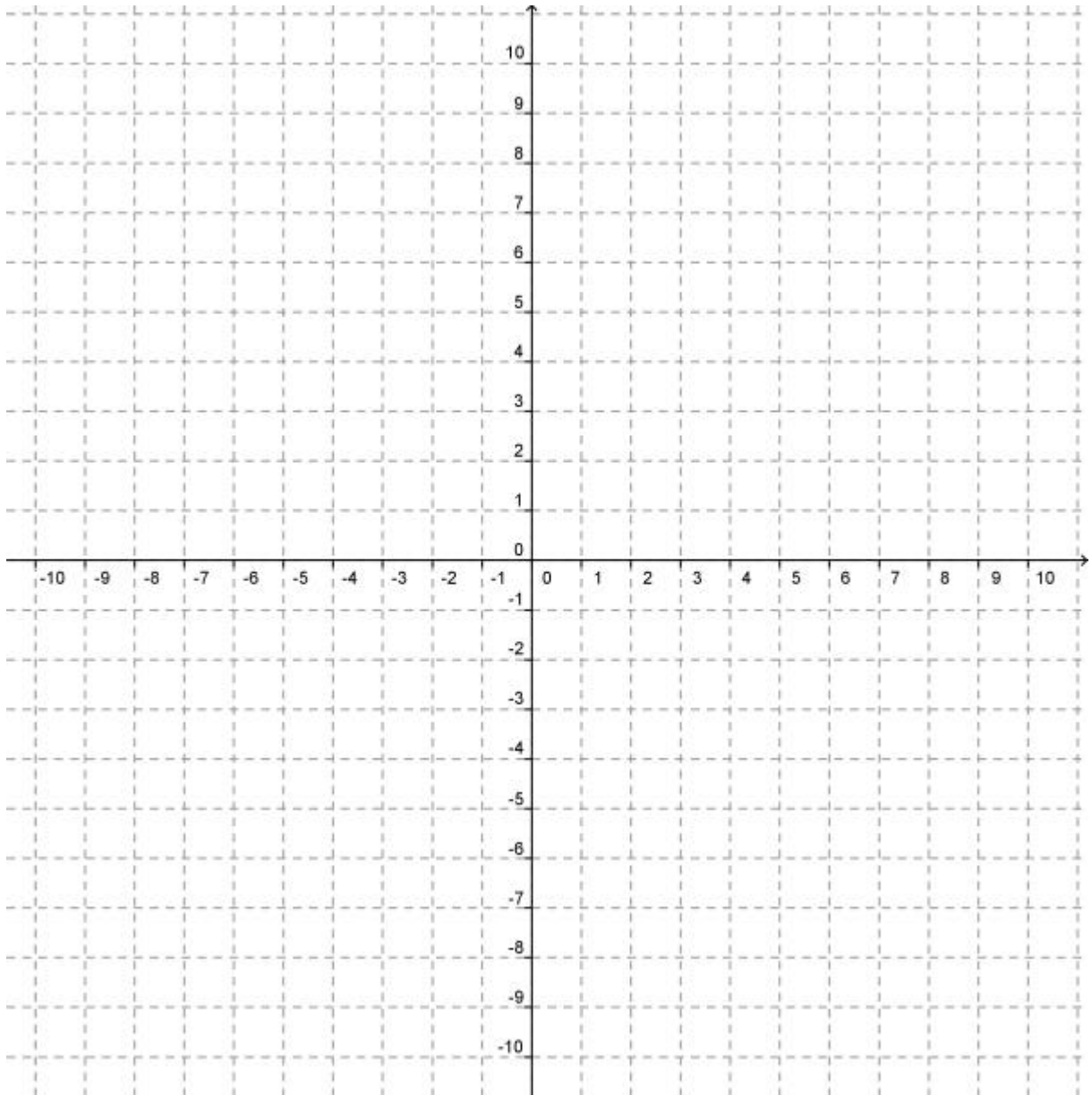
(2,5 punts)



Nom i Cognoms:

Grup:

Data:





SOLUCIÓ

Nom i Cognoms:

Grup:

Data:

1) Donada la gràfica de la funció $f(x) = x^3 - 9x$

Trobeu les equacions de la recta tangent a la gràfica de en el punt d'abscisses $x=1$

(0,75 punts)

$$f(x) = x^3 - 9x$$

$$f'(x) = 3x^2 - 9$$

El pendent de la recta tangent en el punt $(x, f(x))$ és $f'(x)$

$$\Rightarrow x=1$$

$$f(1) = 1^3 - 9 \cdot 1 = 1 - 9 = -8 \quad \left. \begin{array}{l} (1, -8) \text{ pt de tangència} \\ \text{pendent tangent } m = f'(1) = 3 - 9 = -6 \end{array} \right\}$$

$\Rightarrow$ la Recta tangent és

$$y + 8 = -6(x - 1)$$

$$y + 8 = -6x + 6$$

$$\boxed{y = -6x - 2}$$



Nom i Cognoms:

Grup:

Data:

2) Deriveu les funcions següents:

a) $y = x\sqrt{x} + \frac{1}{x^2 \cdot \sqrt{x}}$

b) $y = \tan(\sin(2x-1))$

c) $y = x \cdot e^{x^3}$

d) $y = \cos^2 x + \cos x^2$

(2) a) $y = x\sqrt{x} + \frac{1}{x^2 \sqrt{x}} = x x^{1/2} + x^{-2} x^{-1/2} = x^{3/2} + x^{-5/2}$ (3 punts)
 $y' = \frac{3}{2} x^{1/2} - \frac{5}{2} x^{-7/2}$

b) $y = \tan(\sin(2x-1))$
 $y' = \frac{1}{\cos^2(\sin(2x-1))} \cdot \cos(2x-1) \cdot 2$

c) $y = x \cdot e^{x^3}$
 $y' = 1 \cdot e^{x^3} + x \cdot e^{x^3} \cdot 3x^2 = e^{x^3} (1 + 3x^3)$

d) $y = \cos^2 x + \cos x^2$
 $y' = 2 \cos x (-\sin x) - \sin(x^2) \cdot 2x$
 $y' = -2 \cos x \sin x - 2x \sin(x^2)$



Nom i Cognoms:

Grup:

Data:

3) Donada la funció $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ calculeu:

a) El domini i els punts on la funció és contínua

a) DOMINI $f = \mathbb{R} - \{1\}$ on és clarament contínua i derivable
 $x-1=0$

b) Les seves asímptotes

b) ASÍMPTOTES

b.1) VERTICALS

$$x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$x=1$ és asímptota i
l'aspecte de la gràfica
al seu voltant és
 $x=1$





Nom i Cognoms:

Grup:

Data:

b.2) Com en un quocient de polinomis les ASÍMPTOTES
que valguen per $x \rightarrow +\infty$ també ho faran per $x \rightarrow -\infty$

HORIZONTALS No hi ha ja que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

INCLINADES • per $x \rightarrow +\infty$

$$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{(x-1)x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - mx = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x-1} - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x^2 + x}{x-1} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = 1 \Rightarrow \boxed{y = x+1 \text{ és ASÍMP per } x \rightarrow \pm\infty}$$

c) La primera derivada i el punts on la funció és derivable

$$g) f(x) = \frac{x^2}{x-1}$$

$$f'(x) = \frac{2x(x-1) - x^2 \cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 2x - x^2}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$$

I es veu clarament que $f(x)$ és derivable en $\mathbb{R} \setminus \{1\}$



Nom i Cognoms:

Grup:

Data:

d) Estudieu la monotonia de la funció

Ara anem a estudiar els signes de $f'(x)$

	MAX			MIN		
x	0	1	2			
y	↘ 0 ↗			↘ 4 ↗		
$f'(x) = y'$	+	0	-	-	0	+

• PTS on $f'(x) \neq 0$

• PTS on $y' = 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x(x-2) = 0 \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$

• Donem valors a la taula

$f'(-1) > 0 \quad f'(\frac{1}{2}) < 0 \quad f'(1.5) < 0 \quad f'(3) > 0$

• A la vista del signe de $f'(x)$ determinem la monotonia

CREIX $\forall x \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$

DECREIX $\forall x \in (0, 1) \cup (1, 2)$

TÉ UN MAXIM LOCAL en $x=0$ és a dir en $(0, f(0)) = (0, 0)$

TÉ UN MINIM LOCAL en $x=2$ és a dir en $(2, f(2)) = (2, 4)$

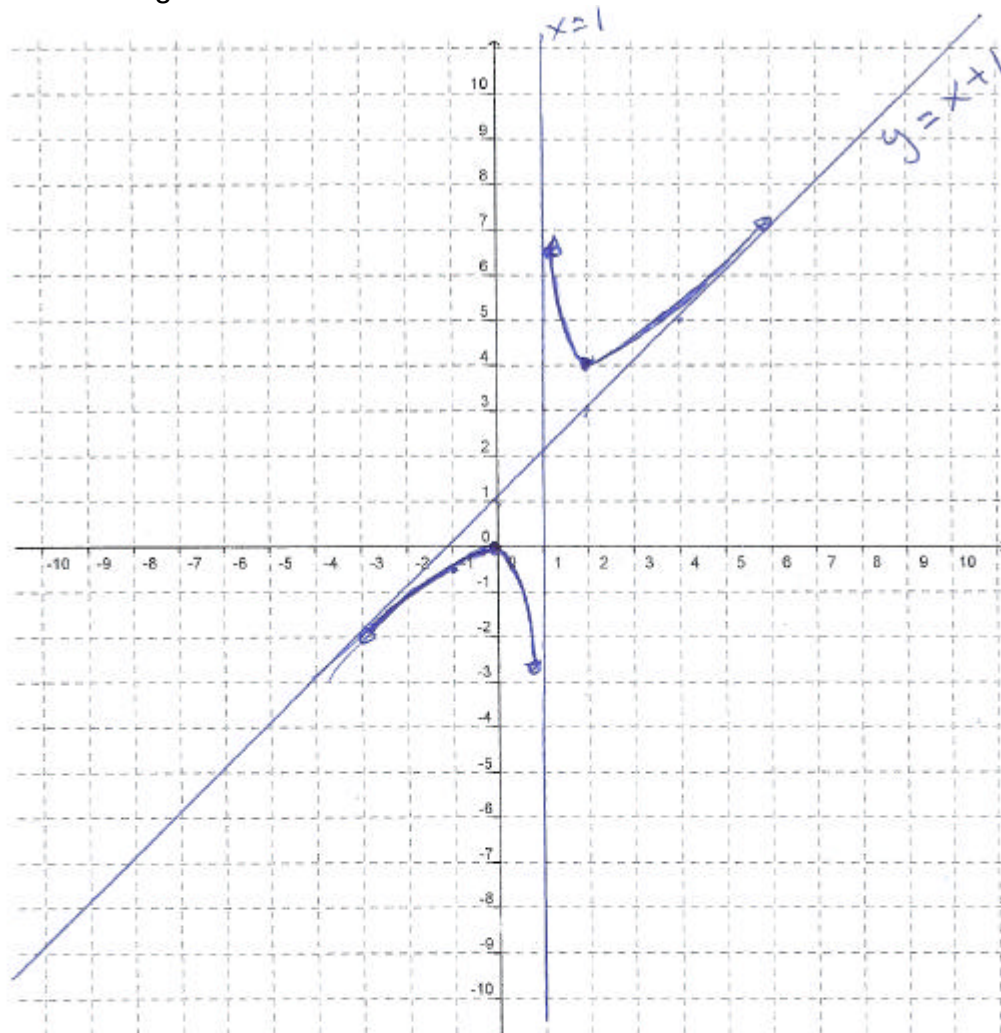


Nom i Cognoms:

Grup:

Data:

e) Dibuixeu la gràfica de la funció



TAULA RESUM

	MAX			MIN		
x	-2	-1	0	1	2	3
y	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{27}{2}$
y'	+	+	0	-	-	0

$$f(-1) = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

$$f(-2) = \frac{4}{-3}$$

$$x=1 \text{ ASIMP}$$

$$y = x + 1$$

x	y
0	1
2	3
4	5

(0,25+0,75+0,75+1+1=3,75 punts)



Nom i Cognoms:

Grup:

Data:

4) Hem agrupat les alçades d'un grup de 25 alumnes donades en cm en 5 intervals, obtenint aquesta taula

a) Completeu la taula donada i calculeu (**pots utilitzar la part estadística de la calculadora**) els paràmetres $\overline{X}$, s_x i s_x^2 (mitjana, desviació típica i variància).

Interval	Marca de la classe X_i	Freqüència absoluta F_i	$\overline{X} = 171.4 \text{ cm}$ $s_x = 9.329523032 \text{ cm}$ $s_x^2 = 87.04$
[140,150)	145	1	
[150,160)	155	2	
[160,170)	165	5	
[170,180)	175	14	
[180,190)	185	3	

b) Definiu dos paràmetres estadístics diferents als calculats a l'apartat anterior: un de centralització, un de dispersió i calculeu-los.



Nom i Cognoms:

Grup:

Data:

4

b) Paràmetres de CENTRALITZACIÓ

MODA = la dada de major freqüència = 175 cm

MÍNIM = la dada més petita = 145 cm

MÀXIM = la dada més gran = 185 cm

MEDIANA ARITMÈTICA = $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} = 171,4$

MEDIANA = la dada que deixa el 50% de dades per sota =
= 175 = Q_2

Q_1 = 1a quantil·la = la dada que deixa el 25% de
dades per sota = 165

Q_3 = 3a quantil·la = la dada que deixa el 75% de
dades per sota = 175

I també els PERCENTILS

PARÀMETRES DE DISPERSIÓ

RANG = $MAX - MIN = 185 - 145 = 40$ cm

RANG INTERQUARTIL·LIC = $Q_3 - Q_1 = 175 - 165 = 10$ cm

MEDIANA DE LES DESVIACIONS
ABSOLUTES = $\frac{\sum_{i=1}^N |x_i - \bar{X}|}{N}$

MEDIANA DE LES DESVIACIONS QUADRÀTIQUES = VARIÀNCIA =
 $\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{X})^2 = 87,04$

DESVIACIÓ TÍPUS o ESTANDAR = $\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} =$
= 9,329523032

(2,5 punts)