Nom i Cognoms: **Grup:** **Data:**

Nota molt important: S'han de veure tots els passos intermedis.

1) Resoleu pel mètode Gauss els sistema següent.

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & z & = & -1 \\ 3x & & & - & 6z & = & 0 \\ 5x & + & 4y & - & 8z & = & -2 \end{array}\right\}$$

(1,5 punts)

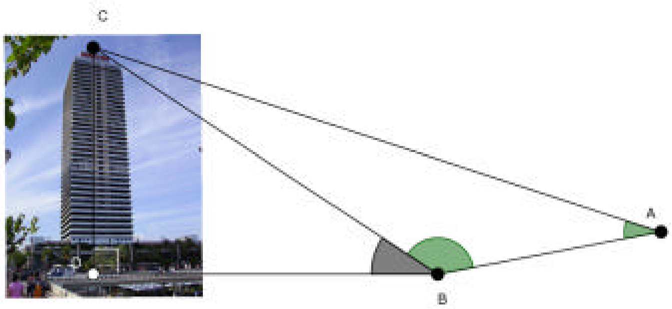
2) Sabent que cos(a)= – 0,8 i que tan(a)>0. Sense trobar l'angle a (és a dir sense fer servir les tecles $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$,$\tan^{-1}$ de la calculadora) calculeu:
   a) sin(a)

   b) cos(180– a), sin(180º– a) i tan(180º– a)

   c) cos(270º+ a), sin(270º+ a) i tan((270º+ a)

(1+0,5*2=2 punts)

3) Anem a calcular l'alçada de la Torre Mapfre. Per això dos amics marxem al passeig del litoral de Barcelona amb una corda de 20 m i un goniòmetre (un aparell per medir angles).



Us truquem per telèfon per a que feu els càlculs i us donen aquestes dades:
$\overline{AB}$=20m,
Angles:
CAB=36º,
ABC=140º,
CBD=66,04º i BDC=90º

   a) Operant amb el triangle ABC calculeu la longitud de $\overline{BC}$
   b) Operant amb el triangle BDC calculeu $\overline{CD}$ (que és l'alçada de la torre Mapfre)

(1+1=2 punts)

4) Donat el triangle ABC del qual sabem que b=10m, c=8m i que A=30º, calculeu el costat "a".

(1 punt)

5) Trobeu totes les solucions de les equacions següents:
   a) tan (3x+30º)=1
   b) sin(x) = 2 sin (x) cos(x)

(1+1,5=2,5 punts)

6) Utilitzant la fórmula del $\cos(a+b)$ enunicieu i demostreu la fórmula del $\cos(a-b)$

(1 punt)

SOLUCIÓ

Nom i Cognoms: **Grup:** **Data:**

Nota molt important: S'han de veure tots els passos intermedis.

1) Resoleu pel mètode Gauss els sistema següent.

$$\left.\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & - & z & = & -1 \\ 3x & & & - & 6z & = & 0 \\ 5x & + & 4y & - & 8z & = & -2 \end{array}\right\}$$

(1,5 punts)

① Utilitzem notació matricial i engloonem

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & -1 \\ 3 & 0 & -6 & 0 \\ 5 & 4 & -8 & -2 \end{array}\right) \begin{array}{l} F2-3F1 \\ F3-5F1 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & -6 & -3 & 3 \\ 0 & -6 & -3 & 3 \end{array}\right)$$

F3 = F2 ⇒ la puc elimina o faig F3 − F2 i queda tota de zeros

$$\frac{F2}{-3} \Rightarrow \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x & y & z \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{array}\right) \end{array} \Rightarrow$$ és un S.C.I amb 1 grau de llibertat

agafo com a paràmetre per exemple la z ⇒

$$\left.\begin{array}{c} \begin{array}{cc} x & y \end{array} \\ \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & -1+z \\ 0 & 2 & -1-z \end{array}\right) \end{array} \forall z \in \mathbb{R} \right\} \Rightarrow$$

$z = z \quad \forall z \in \mathbb{R}$

$F2 \Rightarrow y = \dfrac{-1-z}{2}$

$F1 \Rightarrow x = -1 + z - 2y$

$x = -1 + z - \cancel{2}\left(\dfrac{-1-z}{\cancel{2}}\right)$

$x = \cancel{-1} + z \cancel{+1} + z$

$x = 2z$

$$\boxed{\begin{array}{l} x = 2z \\ y = \dfrac{-1-z}{2} \\ z = z \quad \forall z \in \mathbb{R} \end{array}}$$

2) Sabent que cos(a)= – 0,8 i que tan(a)>0. Sense trobar l'angle a (és a dir sense fer servir les tecles $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$, $\tan^{-1}$ de la calculadora) calculeu:

a) sin(a)

b) cos(180– a), sin(180º– a) i tan(180º– a)

c) cos(270º+ a), sin(270º+ a) i tan((270º+ a)

(1+0,5*2=2 punts)

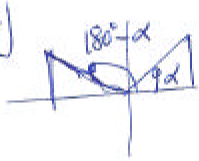
2

$\left.\begin{array}{l} \cos\alpha = -0{,}8 \Rightarrow \alpha \in 2n \text{ o } 3r \text{ quadrant} \\ tg\,\alpha > 0 \Rightarrow \alpha \in 1r \text{ o } 3r \text{ quadrant} \end{array}\right\} \Rightarrow \alpha \in 3r \text{ quadrant}.$

a) $\left.\begin{array}{l} \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1 \\ 0{,}64 + \sin^2\alpha = 1 \end{array}\right. \Rightarrow \sin^2\alpha = 0{,}36 \Rightarrow \sin\alpha = \pm\sqrt{0{,}36}$

$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow \sin\alpha = - 0{,}6 \\ \alpha \in 3r \text{ quadrant} \Rightarrow \sin\alpha < 0 \end{array}\right\} \quad \boxed{\sin\alpha = -0{,}6}$

b)

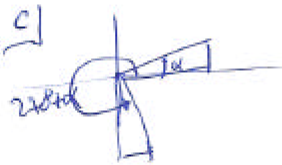


$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha = 0{,}8$

$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin(\alpha) = -0{,}6$

$\tan(180^\circ - \alpha) = \dfrac{\sin(180^\circ - \alpha)}{\cos(180^\circ - \alpha)} = \dfrac{-0{,}6}{0{,}8} = -0{,}75$

c)



$\cos(270^\circ + \alpha) = \sin\alpha = -0{,}6$

$\sin(270^\circ + \alpha) = -\cos\alpha = 0{,}8$

$\tan(270^\circ + \alpha) = \dfrac{\sin(270^\circ + \alpha)}{\cos(270^\circ + \alpha)} = \dfrac{0{,}8}{-0{,}6} = -1{,}\widehat{3}$

3) Anem a calcular l'alçada de la Torre Mapfre. Per això dos amics marxem al passeig del litoral de Barcelona amb una corda de 20 m i un goniòmetre (un aparell per medir angles).

Us truquem per telèfon per a que feu els càlculs i us donen aquestes dades:

$\overline{AB}$=20m,

Angles:

CAB=36º,

ABC=140º,

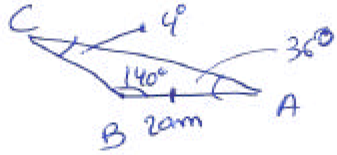
CBD=66,04º i BDC=90º

a) Operant amb el triangle ABC calculeu la longitud de $\overline{BC}$

b) Operant amb el triangle BDC calculeu $\overline{CD}$ (que és l'alçada de la torre Mapfre)

(1+1=2 punts)

3

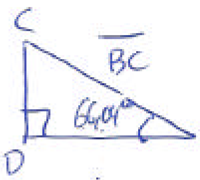


$\Rightarrow \sphericalangle BCA = 180° - 140° - 36° = 4°$

a) $\Rightarrow$ Pel T. Sinus $\dfrac{20\,m}{\sin(4°)} = \dfrac{\overline{BC}}{\sin(36°)}$ $\Rightarrow \overline{BC} = \dfrac{20\cdot\sin(36°)\,m}{\sin(4°)}$

$\overline{BC} = 168,52\,m$

b)



$\overline{CD} = ?$

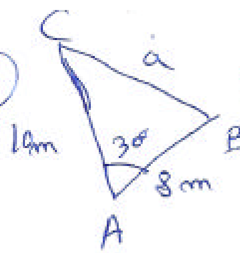
$\sin(66,04) = \dfrac{\overline{DC}}{\overline{BC}}$

$\overline{DC} = \overline{BC}\cdot\sin(66,04°) = 154\,m$

4) Donat el triangle ABC del qual sabem que b=10m, c=8m i que A=30º, calculeu el costat "a".

(1 punt)

4



Pel. t. cosinus

$a^2 = 10^2 + 8^2 - 2\cdot 8\cdot 10\cos(30°)$

$a^2 = 25,43593539$

$a = +\sqrt{25,43\ldots} = 5,04\,m$

5) Trobeu totes les solucions de les equacions següents:

a) tan (3x+30º)=1

5

a) $\tan(3x+30^\circ)=1 \Rightarrow 3x+30^\circ = \arctan(1) + k\cdot 180^\circ \ \forall k\in\mathbb{Z}$

$3x+30^\circ = 45^\circ + k\cdot 180^\circ$

$3x = 15^\circ + k180^\circ$

$\boxed{x = 5 + k60^\circ \quad \forall k\in\mathbb{Z}}$

b) sin(x) = 2 sin (x) cos(x)

b) $\sin x - 2\sin x \cos x = 0$

$\sin x(1-2\cos x)=0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ 1-2\cos x = 0 \end{cases} \Rightarrow$

b.1) $\sin x = 0 \Rightarrow x = \arcsin(0) + k\cdot 360^\circ$

$\boxed{x = k360^\circ \quad \forall k\in\mathbb{Z}}$

$\boxed{x = 180^\circ + k360^\circ \quad \forall k\in\mathbb{Z}}$

b.2) $1-2\cos x = 0 \Rightarrow \cos x = 1/2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} x = \arccos(1/2) + k\cdot 360^\circ \Rightarrow x = 60^\circ + k360^\circ \quad \forall k\in\mathbb{Z} \\ x = -\arccos(1/2) + k\cdot 360^\circ \Rightarrow x = -60^\circ + k360^\circ \quad \forall k\in\mathbb{Z} \end{cases}$

(1+1,5=2,5 punts)

6) Utilitzant la fórmula del $\cos(a+b)$ enuncieu i demostreu la fórmula del $\cos(a-b)$

(1 punt)

6 $\boxed{\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta}$

$\cos(\alpha-\beta) = \cos(\alpha+(-\beta)) = \cos\alpha\cos(-\beta) - \sin\alpha\sin(-\beta) =$

$= \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$\boxed{\begin{array}{l}\cos(-\beta) = \cos(\beta) \\ \sin(-\beta) = -\sin(\beta)\end{array}}$