



Nom i Cognoms: _____

Grup: _____

Data: _____

Nota molt important: S'han de veure tots els passos intermedis.

- 1) Utilitzant la calculadora, calculeu i expresseu el resultat en notació científica amb cinc xifres significatives

$$\frac{1322,25 \cdot 10^{10} + 3,421 \cdot 10^{11} \cdot 4 - 11^{14}}{(-5)^9 + 5^8}$$

(1 punt)

- 2) Solucioneu les següents equacions:

a) $7^{2x+1} = 1000$

b) $\log(3x+1) = 2$

c) $\log_2(3x+7) - \log_2(2x) = 5\log_2(\sqrt[3]{5})$

(0,5·2+1=2 punts)

3)

a) Enuncieu la propietat de canvi de base dels logaritmes.

b) Utilitzant la tecla dels logaritmes neperians de la vostra calculadora, calculeu el $\log_5(p)$

c) Demostreu-la

(0,25·2+0,5=1 punt)

4) Calculeu

a) $15 - (5 - i) \cdot (3 - 2i) =$

b) $\frac{5i(2 + 3i)}{2 - 3i} =$

c) $\frac{5_{35^\circ} \cdot 12_{15^\circ}}{15_{40^\circ}} =$ i expressa el resultat final en forma cartesiana i binòmica

d) $\sqrt[3]{8i} =$

(0,5·2+0,75+1=2,75 punts)

5) Trobeu el terme general de les successions següents

a) 1, 8, 27, 64, 125,

b) $\frac{2}{5}, \frac{5}{6}, \frac{10}{7}, \frac{17}{8}, \frac{26}{9}, \dots$

(0,5 punts)

6) Donada la successió de terme general $a_n = \frac{7n+2}{n-1}$

a) Calculeu el terme que ocupa la posició 100

b) El nombre 8 és de la successió? Cas afirmatiu quin lloc ocupa?

(0,25+0,5=0,75 punts)

7) Donada la progressió aritmètica que verifica $\left. \begin{array}{l} a_4 = 13 \\ a_{10} - a_7 = 15 \end{array} \right\}$

a) Calculeu el primer terme (a_1) i la diferència (d)

b) Calculeu la suma dels 1000 primers termes d'aquesta progressió

(1+1=2 punts)



Nom i Cognoms:

Grup:

Data:

Nota molt important: S'han de veure tots els passos intermedis.

- 1) Utilitzant la calculadora, calculeu i expresseu el resultat en notació científica amb cinc xifres significatives

$$\frac{1322,25 \cdot 10^{10} + 3,421 \cdot 10^{11} \cdot 4 - 11^{14}}{(-5)^9 + 5^8}$$

(1 punt)

①

$$\frac{-3,651589336 \cdot 10^{14}}{-1562500} = 233,701,717,5 \approx 2,3370 \cdot 10^8$$

$$\approx 0,23370 \cdot 10^9$$

- 2) Solucioneu les següents equacions:

a) $7^{2x+1} = 1000$

b) $\log(3x+1) = 2$

c) $\log_2(3x+7) - \log_2(2x) = 5\log_2(\sqrt[5]{5})$

(0,5·2+1=2 punts)

②

a)

$$7^{2x+1} = 1000$$

$$\log 7^{2x+1} = \log 1000$$

$$(2x+1) = \frac{\log 1000}{\log 7}$$

$$2x+1 = \frac{3}{\log 7}$$

$$2x = \frac{3}{\log 7} - 1$$

$$x = \left(\frac{3}{\log 7} - 1\right) \frac{1}{2} \approx 1,27$$

$$\log(3x+1) = 2$$

$$3x+1 = 10^2$$

$$3x = 100 - 1$$

$$3x = 99$$

$$x = 33$$

$$\log_2\left(\frac{3x+7}{2x}\right) = \log_2(5)$$

$$\frac{3x+7}{2x} = 5$$

$$3x+7 = 10x$$

$$7 = 7x$$

$$1 = x$$

- 3)

- a) Enuncieu la propietat de canvi de base dels logaritmes.

- b) Utilitzant la tecla dels logaritmes neperians de la vostra calculadora, calculeu el $\log_5(p)$

- c) Demostreu-la

(0,25·2+0,5=1 punt)

③ a) $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

b) $\log_5(\pi) = \frac{\ln \pi}{\ln 5} = \frac{1,144729886}{1,609437912} = 0,711260668$

$$\begin{aligned}
 & \text{g) } \lg_a x = y \Leftrightarrow \\
 & \quad a^y = x \\
 & \quad \lg_b(a^y) = \lg_b x \\
 & \quad y \cdot \lg_b(a) = \lg_b x \\
 & \quad y = \frac{\lg_b x}{\lg_b a}
 \end{aligned}
 \quad \Rightarrow \quad \lg_a x = \frac{\lg_b x}{\lg_b a}$$

4) Calculeu

a) $15 - (5 - i) \cdot (3 - 2i) =$

b) $\frac{5i(2 + 3i)}{2 - 3i} =$

c) $\frac{5_{35^\circ} \cdot 12_{15^\circ}}{15_{40^\circ}} =$ i expressa el resultat final en forma cartesiana i binòmica

d) $\sqrt[3]{8i} =$

(0,5+2+0,75+1=2,75 punts)

④ a) $15 - (5 - i)(3 - 2i) = 15 - (15 - 10i - 3i + 2i^2) =$
 $= 15 - 15 + 13i - 2(-1) = 2 + 13i$

b) $\frac{5i(2 + 3i)(2 + 3i)}{(2 - 3i)(2 + 3i)} = \frac{5i(4 + 12i + 9i^2)}{4 + 9} = \frac{5i(-5 + 12i)}{13} =$

$= \frac{-25i + 60i^2}{13} = \frac{-60 - 25i}{13}$

també

$\frac{5i(2 + 3i)}{(2 - 3i)} = \frac{10i + 15i^2}{2 - 3i} = \frac{10i - 15}{2 - 3i} =$

$= \frac{(10i - 15)(2 + 3i)}{(2 - 3i)(2 + 3i)} = \frac{20i - 30 + 30i^2 - 45i}{4 - 9i^2} =$

$= \frac{20i - 30 - 30 - 45i}{13} = \frac{-60 - 25i}{13}$

$$\begin{aligned}
 \text{c)} \quad \frac{5_{35^\circ} \cdot 12_{15^\circ}}{15_{40^\circ}} &= \frac{60_{50^\circ}}{15_{40^\circ}} = 4_{10^\circ} = (4 \cos 10^\circ, 4 \sin 10^\circ) = \\
 &= 4 \cos 10^\circ + 4 \sin 10^\circ i = \\
 &= 3,9392 + 0,69459271 i = 3,9392 + 0,6946 i = (3,943069) \\
 & \quad \text{F. POLAR} \quad \text{F. BINÒMICA} \quad \text{F. CARTES.} \\
 \text{d)} \quad \sqrt[3]{8i} &= \sqrt[3]{8_{90^\circ}} = \begin{cases} = 2_{30^\circ} = 2_{30} \\ = 2_{30^\circ+120^\circ} = 2_{150^\circ} \\ = 2_{30^\circ+240^\circ} = 2_{270^\circ} = -2i \end{cases}
 \end{aligned}$$

5) Trobeu el terme general de les successions següents

a) 1,8,27,64, 125,.....

b) $\frac{2}{5}, \frac{5}{6}, \frac{10}{7}, \frac{17}{8}, \frac{26}{9}, \dots$

(0,5 punts)

5

a) $a_n = n^3$

b) $a_n = \frac{n^2+1}{n+4}$

6) Donada la successió de terme general $a_n = \frac{7n+2}{n-1}$

a) Calculeu el terme que ocupa la posició 100

b) El nombre 8 és de la successió? Cas afirmatiu quin lloc ocupa?

(0,25+0,5=0,75 punts)

6) a) $a_{100} = \frac{7 \cdot 100 + 2}{100 - 1} = \frac{702}{99} = \frac{78}{11} = 7,09$

b) $n=? \quad a_n = 8$

$$\frac{7n+2}{n-1} = 8$$

$$7n+2 = 8n-8$$

$$\boxed{10 = n}$$

ocupant

lloc 10

$$a_{10} = 8$$

7) Donada la progressió aritmètica que verifica $\left. \begin{array}{l} a_4 = 13 \\ a_{10} - a_7 = 15 \end{array} \right\}$

a) Calculeu el primer terme (a_1) i la diferència (d)

b) Calculeu la suma dels 1000 primers termes d'aquesta progressió

(1+1=2 punts)

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} \textcircled{7} \quad a_4 = 13 \\ a_{10} - a_7 = 15 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} a_1 + 3d = 13 \\ a_1 + 9d - a_1 - 6d = 15 \\ \quad \quad \quad 3d \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 3d = 15 \\ \boxed{d = 5} \end{array} \right\}$$

$$a_1 + 15 = 13 \Rightarrow \boxed{a_1 = -2} \quad \text{e. P.A. } \left\{ \begin{array}{l} a_1 = -2 \\ d = 5 \end{array} \right.$$

$$\text{b) } S_{1000} = \frac{a_1 + a_{1000}}{2} \cdot 1000 = \frac{-2 + 4993}{2} \cdot 1000 =$$

$$\boxed{a_{1000} = a_1 + 999d = -2 + 999 \cdot 5 = 4993}$$

$$S_{1000} = 4991 \cdot 500 = 2495500$$