Nom: **Grup:**

1) Donada la funció $f\left(x\right)=\dfrac{x^2+1}{2x}$
   a) Trobeu el domini i els punts de continuïtat
   b) Trobeu les asímptotes de la funció i indiqueu quin és l'aspecte de la gràfica al seu voltant.
   c) Calculeu i simplifiqueu al màxim la derivada de la funció.
   d) Estudieu el creixement, decreixement, màxims i mínims de la funció.
   e) Representeu gràficament aquest funció.

(0,25+1+0,75+1+1=4 punts)

2) Les alçades d'un grup de 25 alumnes donades en cm. són aquestes:

   171 177 176 160 186 170 169 178 163 166 173 162
   167 179 167 173 168 167 172 168 173 182 176 183
   188

   a) Agrupa aquestes dades en 7 intervals i mostra les marques de classe.
   b) Fes la taula de freqüències absolutes acumulades corresponent a aquest estudi de l'alçada.
   c) Dibuixa l'histograma de les freqüències absolutes (no acumulades).
   d) Calcula (**pots utilitzar la part estadística de la calculadora**) els paràmetres $\overline{X}$, s_x i s_x^2 (mitjana, desviació típica i variància).

(0,75+0,25+0,5+1,5=3 punts)

3) La primera prova d'unes oposicions constava d'un test puntuat de 0 de 40. S'han presentat 115 opositors, amb els resultats següents:

Puntuació	[0,10)	[10,20)	[20,30)	[30,40]	Totals
Marca de la classe					
Nombre d'opositors	2	25	49	39	115

   a) Fes la taula corresponent per a calcular, **sense utilitzar la part estadística de la calculadora**, els paràmetres $\overline{X}$, s_x i s_x^2 (mitjana, desviació típica i variància).
   b) Calcula els quartils 1r i 3r, la mediana i el percentil 80

(2+1=3 punts)

Nom: **Grup:**

1) Donada la funció $f(x)=\dfrac{x^2+1}{2x}$

a) Trobeu el domini i els punts de continuïtat

- Domini. Només cal treure els punt on s'anul·la el denominador.
  $2x=0 \Rightarrow x=0$ Així doncs el Domini(f) = R –{0}
- La funció és contínua en R –{0} i és discontínua en X= 0

b) Trobeu les asímptotes de la funció i indiqueu quin és l'aspecte de la gràfica al seu voltant.

- **Asímptotes verticals.** Sembla que hi ha una en x=0

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} \frac{x^2+1}{2x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{x^2+1}{2x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

Així doncs la recta X = 0 és una asímptota vertical i que

- quan la $x \to 0^-$ la funció va cap a $-\infty$
- quan la $x \to 0^+$ la funció va cap a $+\infty$

- **Asímptotes horitzontal: No hi ha ja que ....**
  Per mirar si hi ha asímptotes horitzontals hem de calcular els límits quan $x \to -\infty$ i quan $x \to +\infty$

- $$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+1}{2x} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{2x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{2} = +\infty$$
- $$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2+1}{2x} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2}{2x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x}{2} = -\infty$$

- **Asímptotes inclinades:**
  Mirarem per inicialment per $x \to +\infty$. Si hi ha és una expressió Y= m X + n on

- $$m = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+1}{2x^2} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{2x^2} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \in R \Rightarrow$$ Si hi ha i per tant

- $$n = \lim_{x\to+\infty} f(x) - mx = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+1}{2x} - \frac{1}{2}x = (\infty - \infty) =$$
  $$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+1-x^2}{2x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{+1}{2x} = \left(\frac{1}{+\infty}\right) = 0$$

Així doncs la recta $Y = \frac{1}{2}X$ és asímptota per $x \to +\infty$. I com f(x) és un quocient de polinomis resulta que també és asímptota per $x \to -\infty$

c) Calculeu i simplifiqueu al màxim la derivada de la funció.

- Podem simplificar abans de derivar i aplicar la regla de derivació de la divisió

$$f(x)=\frac{x^2+1}{2x} \Rightarrow f'(x)=\frac{2x\cdot 2x-(x^2+1)2}{(2x)^2}=\frac{4x^2-2x^2-2}{4x^2}=\frac{2x^2-2}{4x^2}=\frac{2(x^2-1)}{4x^2}=\frac{x^2-1}{2x^2}$$

d) Estudieu el creixement, decreixement, màxims i mínims de la funció.

- f '(x)=0 només per $x=\pm 1$, i a més $f(-1)=\dfrac{1+1}{-2}=-1$ i $f(1)=\dfrac{1+1}{2}=1$
- f ' (x)>0 $\forall x\in(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ en els altres valors f ' (x)<0

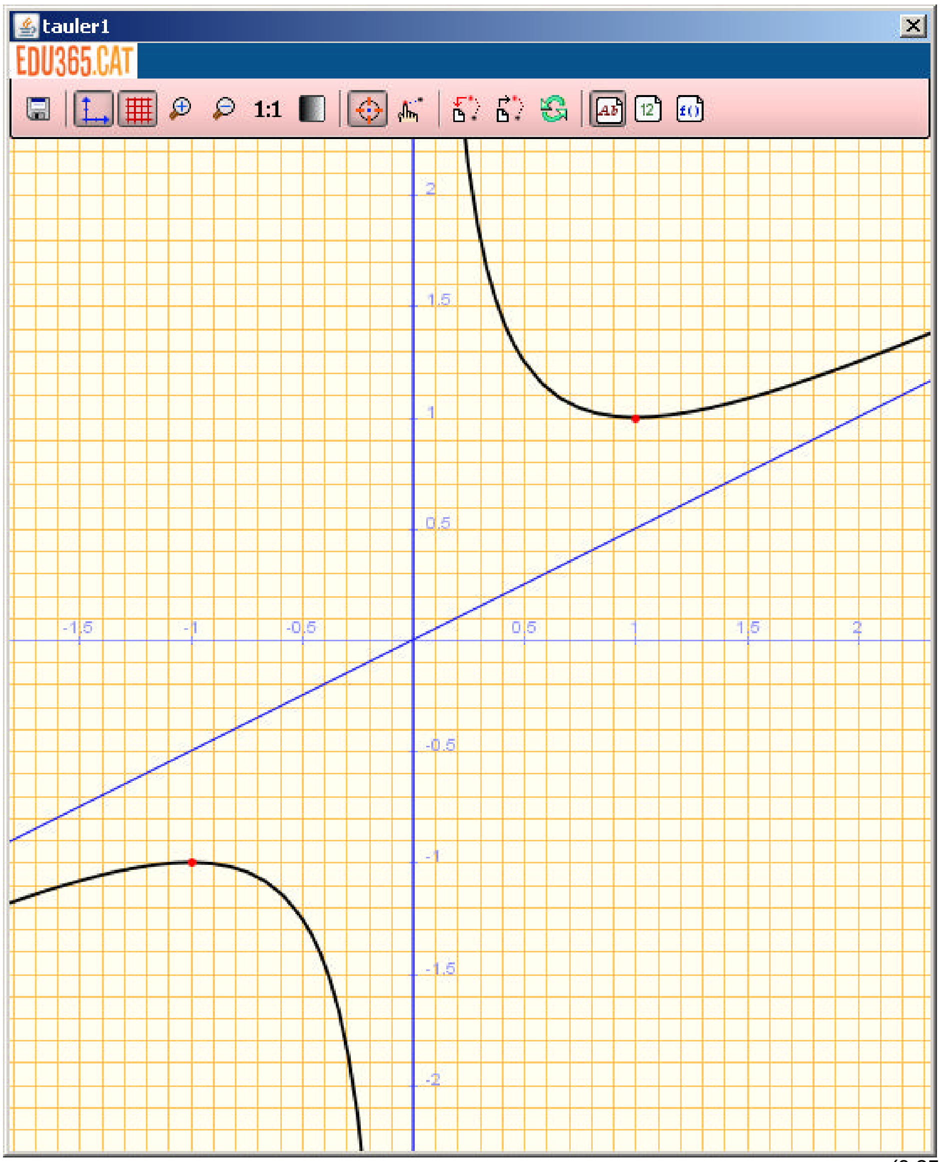
La taula resum per recollir tota aquesta informació, és útil per contesta i fer la representació gràfica

x		–1 Màx		0		1 Mím	
f (x)	↗↗↗↗↗↗	–1	↘↘↘↘	∄	↘↘↘↘	1	↗↗↗↗↗↗
f ' (x)	+ + + + + +	0	– – – –	∄	– – – –	0	+ + + + + +

Així doncs podem contestar:

- **Creix** $\forall x\in(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$
- **Decreix** $\forall x\in(-1,0)\cup(0,1)$
- **Té un màxim local en (–1,–1) i té un mínim local en (1,1)**

e) Representeu gràficament aquest funció.



(0,25+1+0,75+1+1=4 punts)

2) Les alçades d'un grup de 25 alumnes donades en cm. són aquestes:

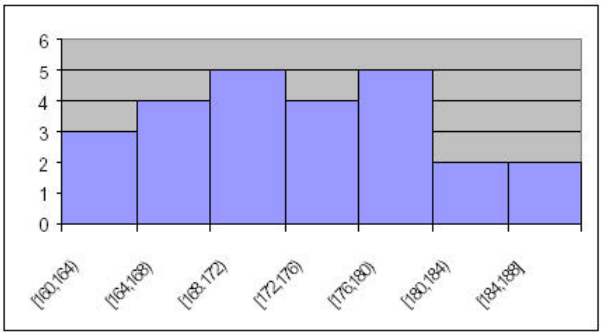
171 177 176 160 186 170 169 178 163 166 173 162
167 179 167 173 168 167 172 168 173 182 176 183
188

a) Agrupa aquestes dades en 7 intervals i mostra les marques de classe.
b) Fes la taula de freqüències absolutes acumulades corresponent a aquest estudi de l'alçada.
c) Dibuixa l'histograma de les freqüències absolutes (no acumulades).
d) Calcula (**pots utilitzar la part estadística de la calculadora**) els paràmetres $\overline{X}$, s_x i s_x^2 (mitjana, desviació típica i variància).

(0,75+0,25+0,5+1,5=3 punts)

Interval	Marca classe Xi	Freqüència absoluta fi	Freqüència Acumulada	Xi·fi	Xi^2	Xi^2 · fi
[160,164)	162	3	3	486	26.244	78.732
[164,168)	166	4	7	664	27.556	110.224
[168.172)	170	5	12	850	28.900	144.500
[172,176)	174	4	16	696	30.276	121.104
[176,180)	178	5	21	890	31.684	158.420
[180,184)	182	2	23	364	33.124	66.248
[184,188]	186	2	25	372	34.596	69.192
	Sumes	25		4.322		748.420

Mitjana	=	4.322	dividit per	25 =	**172,88**				
Variància	=	748.420	dividit per	25 menys	172,88	al quadrat	**=**	**49,3056 =**	**49,31**
Desv Tipus	=	arrel quadrada de	49,3056	=	7,021794642		**=**	**7,02**	



3) La primera prova d'unes oposicions constava d'un test puntuat de 0 de 40. S'han presentat 115 opositors, amb els resultats següents:

Puntuació	[0,10)	[10,20)	[20,30)	[30,40]	Totals
Marca de la classe					
Nombre d'opositors	2	25	49	39	115

a) Fes la taula corresponent per a calcular, **sense utilitzar la part estadística de la calculadora**, els paràmetres $\overline{X}$, s_x *i* s_x^2 (mitjana, desviació típica i variància).

b) Calcula els quartils 1r i 3r, la mediana i el percentil 80

(2+1=3 punts)

)

untuació	[0,10)	[10,20)	[20,30)	[30,40]	Totals
larca de lasse	5	15	25	35	
lombre 'opositors	2	25	49	39	115
i · fi	10	375	1.225	1.365	2.975
i ^2	25	225	625	1.225	
i^2 · fi	50	5.625	30.625	47.775	84.075

itjana	=	2.975	dividit per	115	=	**25,86957**		=	**25,87**
ariància	=	84.075	dividit per	115	menys	25,87	al quadrat	=	**61,8526= 61,85**
esv Tipus	=	arrel quadrada de		61,8526	=	7,864639342		=	**7,86**

c) el 25% de 115 = 28,75
el 50% de 115 = 57,50
el 75% de 115 = 86,25
el 80% de 115 = 92

així doncs els centils demanats estan a:

- 1r quartil està a l'interval [20,30) i podeu donar com resposta l'interval o la seva marca de classe: 25
- 2n quartil = Mediana està a l'interval [20,30) i podeu donar com resposta l'interval o la seva marca de classe: 25
- 3r quartil està a l'interval [30,40) i podeu donar com resposta l'interval o la seva marca de classe: = 35 i
- P_{80} està a l'interval [30,40) i podeu donar com resposta l'interval o la seva marca de classe: =35.