



Nom: _____

Grup: _____

- 1) Una persona va invertir 6 000 € comprant accions de dues empreses, A i B. Al cap d'un any, el valor de les accions de l'empresa A ha pujat un 5 % i, en canvi, el valor de les accions de l'empresa B ha baixat un 10 %. Tot i això, si vengués ara les accions guanyaria 150 €. Determina quants diners va invertir en accions de cada empresa. (2 punts)

- 2) Efectua, racionalitza i simplifica sense passar les arrels a decimals.

$$\frac{4}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{2}{\sqrt{3}+1} =$$

(1 punt)

- 3) Esbrina per a quins valors de x s'acompleixen les relacions següents. Expressa la solució gràficament i amb llenguatge d'interval.

$$|12 - 3x| \geq 6$$

(1 punt)

- 4) Resol les equacions següents:

- a) $4 - \sqrt{2x-1} = x - 4$
- b) $7^x + 7^{x+1} + 7^{x+2} = 2793$
- c) $2 \cdot \log x - 4 \cdot \log 2 = 3 \cdot \log x$
- d) **$10 \sin(5x) = 5$**

(4 punts)

- 5) Calcula en quant es transformen 6000 € en un any, al 8% anual si els períodes de capitalització són trimestrals. Digueu quina és la T.A.E. corresponent. (2 punts)

- 6) Per comprar un cotxe de 28000 € ens coincideixen un préstec al 6% anual, que pagarem en 48 mensualitats. Quina serà la quota mensual que haurem de pagar? (1 punt)

- 7) Una persona inicia als 40 anys un pla d'estalvis per pagar-se un viatge, ingressa unes quotes mensuals de 200 € en un fons que li genera un 2,4% anual, amb períodes de capitalització mensuals. Quin capital disposarà als 50 anys? (1 punt)

- 8) Donades les funcions $f(x) = x^2 + 8$, $g(x) = \sqrt{3x+9}$ i $h(x) = \frac{8}{\sqrt{x^2-6x+8}}$.

- a) Troba el domini de cadascuna de les tres funcions.
- b) Quina és la funció $(f \circ g)(x)$?

(2 punts)

- 9) Representa gràficament les funcions següents:

a) $f(x) = \log_3 x$, b) $|f(x)|$, c) $f(x-2)$, d) $f(x)+2$, e) $f(-x)$

(2 punts)

- 10) Calcula els límits següents:

a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{-x^2 + 4}{x^3 + 2x^2 + x + 2} =$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 + 3x^2}{-3x^3 + x + 7} =$ c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{7}{5}\right)^{2-x} =$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \log(x^2 + 6) =$ e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 - 8x}{-3x^5 + 7} =$

(2 punts)



Nom:

Grup:

- 1) Una persona va invertir 6 000 € comprant accions de dues empreses, A i B. Al cap d'un any, el valor de les accions de l'empresa A ha pujat un 5 % i, en canvi, el valor de les accions de l'empresa B ha baixat un 10 %. Tot i això, si vengués ara les accions guanyaria 150 €. Determina quants diners va invertir en accions de cada empresa.

(2 punts)

X = els € invertits en l'empresa A

Y = els € invertits en l'empresa B

Traduint l'enunciat en equacions tenim el següent sistema d'equacions:

$$X+Y=6000$$

$$1,05 X + 0,9 Y = 6000+150$$

sistema que podem solucionar per substitució aïllant de la 1a equació $Y= 6000 - X$ i substituint en la 2a tenim:

$$1,05 X + 0,9 (6000 - X) = 6150 \Rightarrow 1,05 X + 5400 - 0,9 X = 6150 \Rightarrow 0,15 X = 750 \Rightarrow x = 750 / 0,15 \Rightarrow \Rightarrow X = 5000 \text{ € i per tant } Y = 6000 - 5000 = 1000 \text{ €}$$

Solució: Va invertir 5000 € en l'empresa A i 1000 € en l'empresa B

- 2) Efectua, racionalitza i simplifica sense passar les arrels a decimals.

$$\frac{4}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{2}{\sqrt{3}+1} =$$

(1 punt)

Primer racionalitzem cada fracció

$$\frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{1(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3})^2 - 1^2} = \frac{\sqrt{3}+1}{3-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2 - 1^2} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{3-1} = \sqrt{3}-1$$

I ara podem sumar:

$$\begin{aligned} \frac{4}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{2}{\sqrt{3}+1} &= \frac{4\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}+1}{2} - (\sqrt{3}-1) = \frac{8\sqrt{3}+3\sqrt{3}+3-6\sqrt{3}+6}{6} = \\ &= \frac{5\sqrt{3}+9}{6} \end{aligned}$$

- 3) Esbrina per a quins valors de x s'acompleixen les relacions següents. Expressa la solució gràficament i amb llenguatge d'interval.

$$|12-3x| \geq 6$$

(1 punt)

Cal que el que hi ha dins del valor absolut quedi dins de l'interval $(-\infty, -6] \cup [6, +\infty)$.

Així doncs és la O o UNIÓ de les solucions d'aquestes dues inequacions:



Nom:

Grup:

$$\left. \begin{array}{l} 12 - 3x \leq -6 \\ 0 \\ 12 - 3x \geq 6 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -3x \leq -6 - 12 \\ 0 \\ -3x \geq 6 - 12 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -3x \leq -18 \\ 0 \\ -3x \geq -6 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x \geq \frac{-18}{-3} \\ 0 \\ x \leq \frac{-6}{-3} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x \geq 6 \\ 0 \\ x \leq 2 \end{array} \right\}$$

I per tant la solució és la unió dels dos intervals:

La solució és $\forall x \in (-\infty, 2] \cup [6, +\infty)$



4) Resol les equacions següents:

- a) $4 - \sqrt{2x-1} = x - 4$
- b) $7^x + 7^{x+1} + 7^{x+2} = 2793$
- c) $2 \cdot \log x - 4 \cdot \log 2 = 3 \cdot \log x$
- d) **$10 \sin(5x) = 5$**

(4 punts)

a) $4 - \sqrt{2x-1} = x - 4$

És una equació irracional, per tant he, d'aïllar l'arrel i posteriorment elevar al quadrat els dos membres. I no oblidar-nos de comprovar les solucions al final, ja que a l'elevat al quadrat podem haver introduït solucions estranyes.

$$4 - \sqrt{2x-1} = x - 4 \Rightarrow -\sqrt{2x-1} = x - 8 \Rightarrow (-\sqrt{2x-1})^2 = (x-8)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x - 1 = x^2 - 16x + 64 \Rightarrow 0 = x^2 - 18x + 65 \Rightarrow x = \frac{18 \pm \sqrt{(-18)^2 - 4 \cdot 65}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{18 \pm \sqrt{64}}{2} \Rightarrow x = \frac{18 \pm 8}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 13 \\ x = 5 \end{cases}$$

I ara comprovant les solucions tenim que

X= 13 no és solució de l'equació inicial

X= 5 sí que és solució de l'equació inicial

b) $7^x + 7^{x+1} + 7^{x+2} = 2793$

$$7^x + 7^{x+1} + 7^{x+2} = 2793 \Rightarrow 7^x (1 + 7 + 7^2) = 2793 \Rightarrow 7^x (1 + 7 + 49) = 2793 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7^x (57) = 2793 \Rightarrow 7^x = \frac{2793}{57} \Rightarrow 7^x = 49 \Rightarrow 7^x = 7^2 \Rightarrow x = 2$$



Nom:

Grup:

c) $2 \cdot \log x - 4 \cdot \log 2 = 3 \cdot \log x$

1a forma:

$$2 \cdot \log x - 4 \cdot \log 2 = 3 \cdot \log x \Rightarrow \log x^2 - \log 2^4 = \log x^3 \Rightarrow \log \left(\frac{x^2}{16} \right) = \log (x^3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{16} = x^3 \Rightarrow x^2 = 16x^3 \Rightarrow x^2 - 16x^3 = 0 \Rightarrow x^2(1 - 16x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ 1 - 16x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{16} \end{cases}$$

I comprovant les solucions tenim que :

$x=0$ no és solució, ja que no existeix el $\log(0)$

$x=1/16$ sí que és solució

2a forma

$$2 \cdot \log x - 4 \cdot \log 2 = 3 \cdot \log x \Rightarrow 2 \cdot \log x - 3 \cdot \log x = 4 \cdot \log 2 \Rightarrow -\log x = \log 2^4 \Rightarrow$$

$$\log(x^{-1}) = \log 2^4 \Rightarrow \frac{1}{x} = 16 \Rightarrow \frac{1}{16} = x$$

I comprovant aquesta solució veiem que és correcta. Així doncs **$x=1/16$ sí que és solució**

d) **$10 \sin(5x) = 5$**

$$\sin(5x) = \frac{5}{10} \Rightarrow \sin(5x) = \frac{1}{2} \Rightarrow 5x = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) + k \cdot 360^\circ \quad \forall k \in \mathbb{Z} \Rightarrow 5x = 30^\circ + k \cdot 360^\circ \quad \forall k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{30^\circ + k \cdot 360^\circ}{5} \quad \forall k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = 6^\circ + k \cdot 72^\circ \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$

- 5) Calcula en quant es transformen 6000 € en un any, al 8% anual si els períodes de capitalització són trimestrals. Digueu quina és la T.A.E. corresponent.

(2 punts)

Com els períodes de capitalització són trimestral la fórmula és $C_{final} = C_{inicial} \left(1 + \frac{r}{4 \cdot 100}\right)^n$ així

doncs: $C_{final} = 6000 \left(1 + \frac{8}{400}\right)^4 = 6000 \cdot (1,02)^4 = 6494,59 \text{ €}$

I si volem calcular la TAE de l'operació hem de mirar que hauria passat amb 100 € de capital inicial.

Així si $C_{inicial} = 100 \text{ €}$ el $C_{final} = 100 \left(1 + \frac{8}{400}\right)^4 = 100 \cdot (1,02)^4 = 108,24 \text{ €} \Rightarrow \text{TAE} = 8,24\%$

- 6) Per comprar un cotxe de 28000 € ens coincideixen un préstec al 6% anual, que pagarem en 48 mensualitats. Quina serà la quota mensual que haurem de pagar?

(1 punt)

Aquest és un problema d'amortitzacions i ens estan demanant la quota d'amortització mensual per pagar aquest préstec:

$$m = C \frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1} \text{ on } i = \frac{r}{12 \cdot 100} = \frac{r}{1200} \text{ així doncs en el nostre cas la mensualitat a pagar és de :}$$



Nom: _____

Grup: _____

$$m = 28000 \frac{\left(1 + \frac{6}{1200}\right)^{48} \cdot \frac{6}{1200}}{\left(1 + \frac{6}{1200}\right)^{48} - 1} = 28000 \frac{(1,005)^{48} \cdot 0,005}{(1,005)^{48} - 1} = 657,58 \text{ €}$$

- 7) Una persona inicia als 40 anys un pla d'estalvis per pagar-se un viatge, ingressa unes quotes mensuals de 200 € en un fons que li genera un 2,4% anual, amb períodes de capitalització mensuals. Quin capital disposarà als 50 anys?

(1 punt)

En aquest problema ens donen la quota de capitalització mensual i ens demanen el capital que tindrà al final així doncs:

Aïllant C de la fórmula $a = \frac{C i}{(1+i)^{n+1} - (1+i)}$ tenim que $C = \frac{\left((1+i)^{n+1} - (1+i)\right) \cdot a}{i}$

en el nostre cas

$a = 200 \text{ €}$, $n = 10 \cdot 12 = 120 \text{ mesos}$, $i = \frac{2,4}{100 \cdot 12} = \frac{2,4}{1200} = 0,002$. Així doncs

$$C = \frac{\left((1+i)^{n+1} - (1+i)\right) \cdot a}{i} = \frac{\left((1+0,002)^{121} - (1+0,002)\right) \cdot 200}{0,002} = 27148,64 \text{ € és el capital final que}$$

tindrem per fer el viatge.

- 8) Donades les funcions $f(x) = x^2 + 8$, $g(x) = \sqrt{3x+9}$ i $h(x) = \frac{8}{\sqrt{x^2 - 6x + 8}}$.

- a) Troba el domini de cadascuna de les tres funcions.
b) Quina és la funció $(f \circ g)(x)$?

(2 punts)

Domini f = R

Domini g = $[-3, +\infty)$ ja que cal que $3x + 9 \geq 0 \Rightarrow 3x \geq -9 \Rightarrow x \geq \frac{-9}{3} \Rightarrow x \geq -3$

Domini h

Ara cal assegurar que es pugui fer l'arrel quadrada i que el denominador no s'anul·la. Així doncs hem d'imposar que $x^2 - 6x + 8 > 0$

Per solucionar aquesta inequació el que fem es dibuixar de forma ràpida la paràbola $Y = x^2 - 6x + 8$ de la qual sabem que:

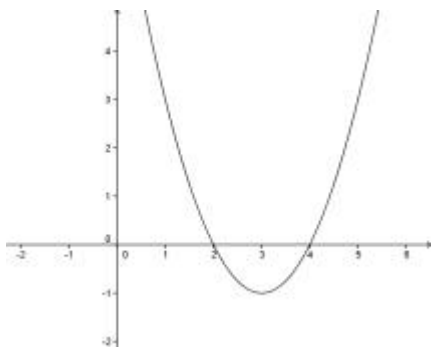
- Té branques cap a dalt
- i talla a l'eix OX ($y=0$) en les solucions de

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 2 \end{cases}$$



Nom:

Grup:



Així doncs Domini $h = (-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$

Per calcular la composició de funcions:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{3x+9}) = (\sqrt{3x+9})^2 + 8 = 3x+9+8 = 3x+17$$

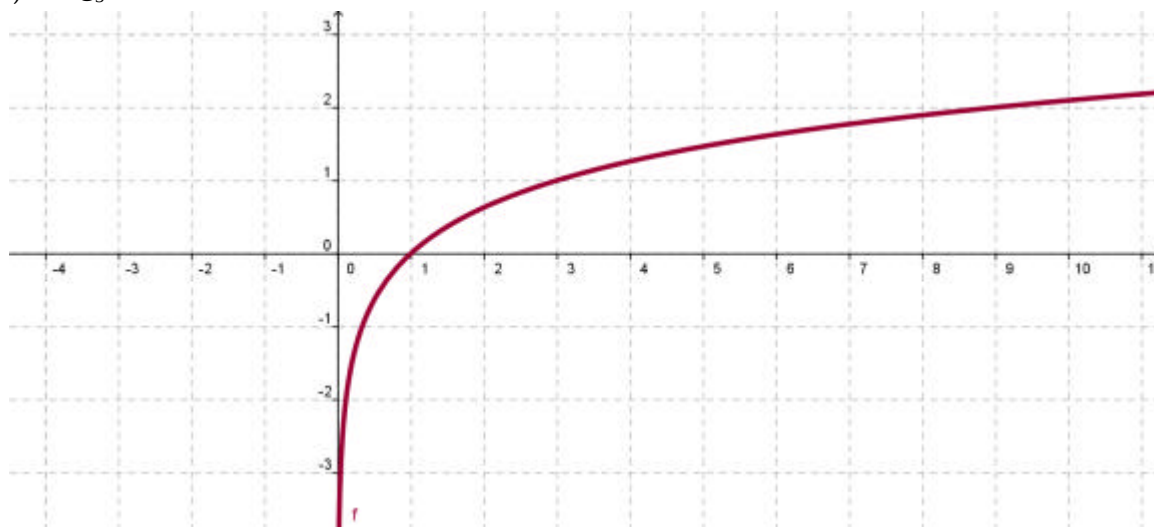
9) Representa gràficament les funcions següents:

a) $f(x) = \log_3 x$, b) $|f(x)|$, c) $f(x-2)$, d) $f(x)+2$, e) $f(-x)$

(2 punts)

La 1a és la inversa de l'exponencial de base 3.

$$f(x) = \log_3 x$$



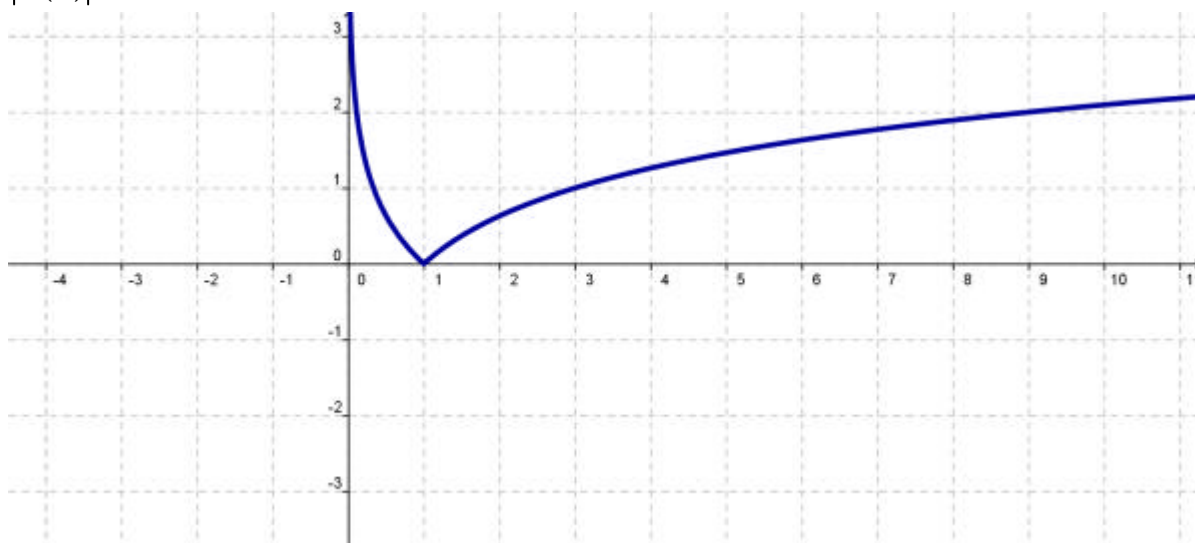
I les altres s'obtenen per transformacions elementals a partir d'aquesta i són respectivament:



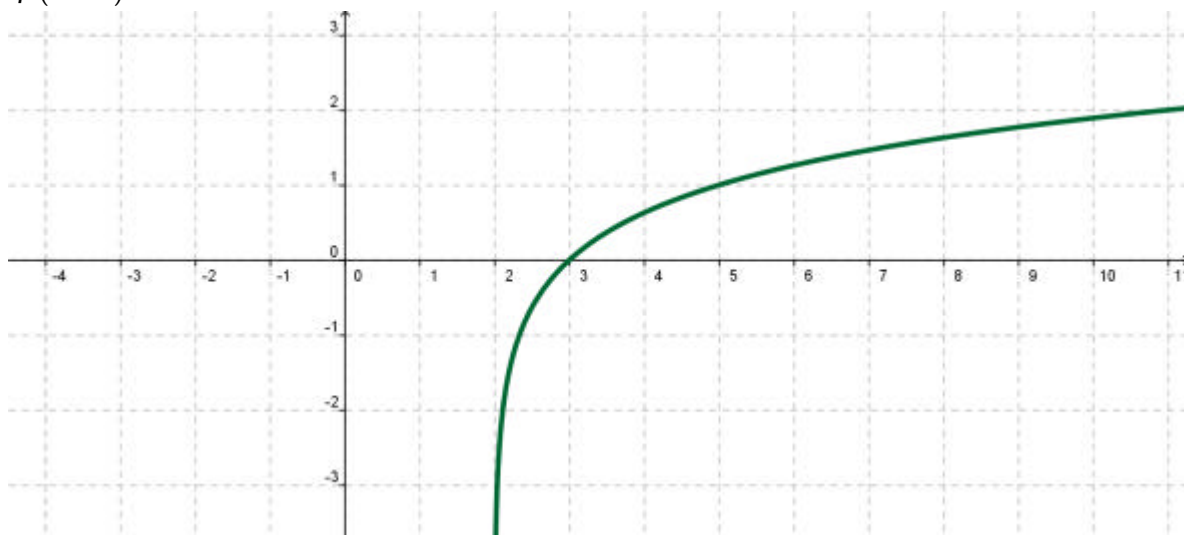
Nom: _____

Grup: _____

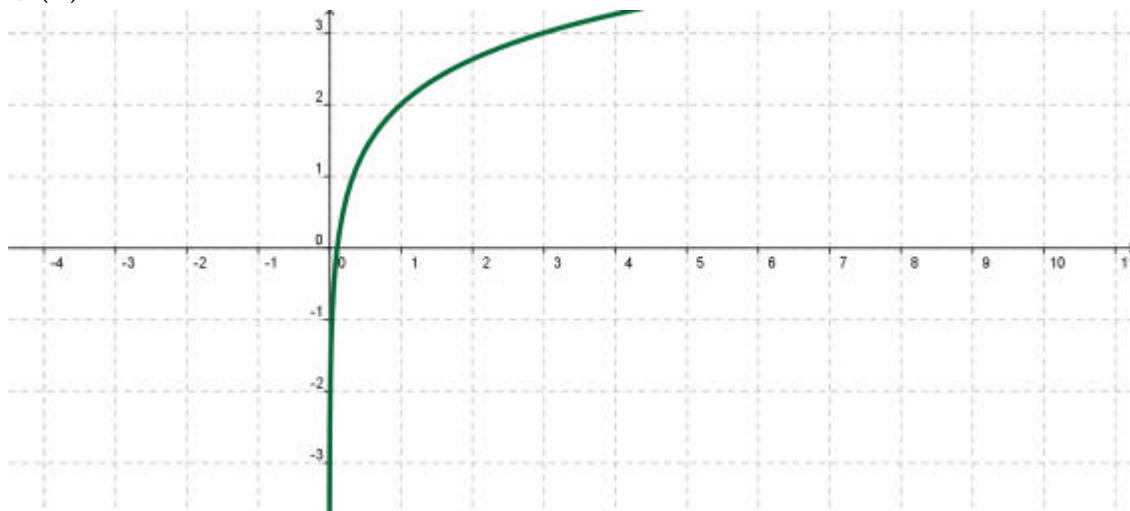
$$|f(x)|$$



$$f(x-2)$$



$$f(x)+2$$

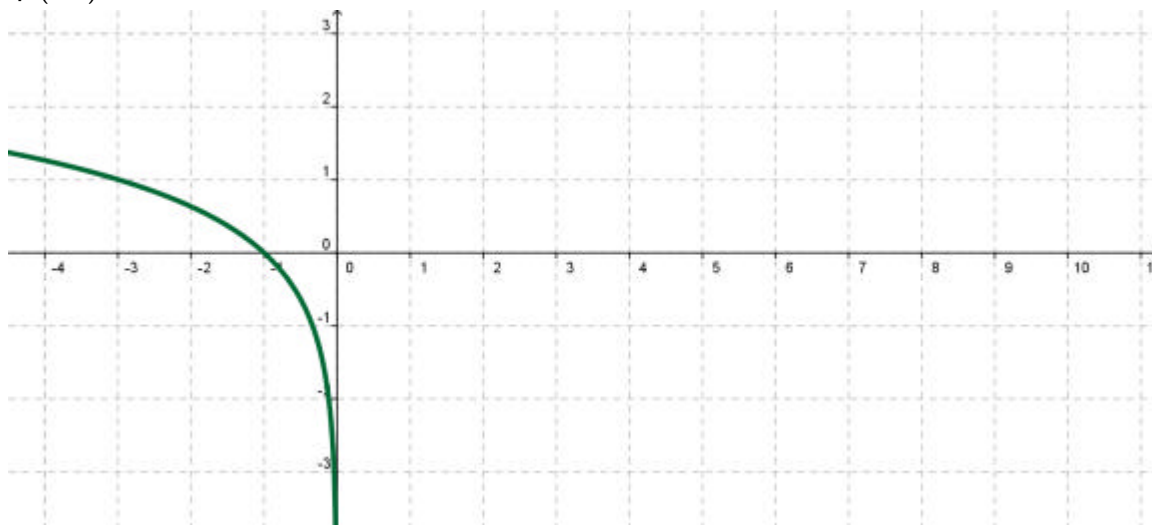




Nom: _____

Grup: _____

$f(-x)$



10) Calcula els límits següents:

a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{-x^2 + 4}{x^3 + 2x^2 + x + 2} =$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 + 3x^2}{-3x^3 + x + 7} =$ c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{7}{5}\right)^{2-x} =$
d) $\lim_{x \rightarrow 2} \log(x^2 + 6) =$ e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 - 8x}{-3x^5 + 7} =$

(2 punts)

a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{-x^2 + 4}{x^3 + 2x^2 + x + 2} = \frac{0}{0}$ indeterminació. Per tant hem de simplificar el factor $x+2$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{-x^2 + 4}{x^3 + 2x^2 + x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(2-x)(2+x)}{(x+2)(x^2+1)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(2-x)}{(x^2+1)} = \frac{4}{5}$$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 + 3x^2}{-3x^3 + x + 7} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4}{-3x^3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{-3} = \frac{-\infty}{-3} = +\infty$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{7}{5}\right)^{2-x} = \left(\frac{7}{5}\right)^{2+\infty} = \left(\frac{7}{5}\right)^{+\infty} = +\infty$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \log(x^2 + 6) = \log(2^2 + 6) = \log(10) = 1$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 - 8x}{-3x^5 + 7} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5}{-3x^5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{-3} = \frac{-1}{3}$

