Nom: **Grup:**

1) Donada la funció $f(x)=\dfrac{x^2+4}{x}$
   a) Trobeu el domini i els punts de continuïtat
   b) Trobeu les asímptotes de la funció i indiqueu quin és l'aspecte de la gràfica al seu voltant.
   c) Calculeu i simplifiqueu al màxim la derivada de la funció.
   d) Estudieu el creixement, decreixement, màxims i mínims de la funció.
   e) Representeu gràficament aquest funció.

(0,25+0,75+0,5+0,75+0,75=3 punts)

2) Deriveu:
   a) $f(x)=\ln\left(7x^2+2x\right)$
   b) $f(x)=\sin\left(3x^4\right)+\cos^2 x$

(0,5+0,5=1 punt)

3) S'estudien l'edat i l'alçada d'un conjunt de 7 nens.

Alçada (metres)=**X**	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,6	1,9
Edat (anys)=**Y**	7	8	8	9	9	9	11

   a) Calcula (**pots utilitzar la part estadística de la calculadora**) els paràmetres $\overline{X}, s_x, \overline{Y}, s_y, s_{xy}$ (mitjanes, desviacions típiques i covariància).
   b) Busca el coeficient de correlació lineal i interpreta el seu resultat.
   c) Quina és l'alçada esperada d'un nen de 10 anys?

(1,25+0,5+0,75=2,5 punts)

4) En una certa població animal el 60% són mascles. El 20% de les femelles pateix certa malaltia i el 15% dels mascles també. Es tria un animal a l'atzar.
   a) Sabent que és mascle, quina és la probabilitat de que estigui malalt?
   b) Quina és la probabilitat de ser femella i estar sana?
   c) Quina és la probabilitat de que l'animal triat estigui sa.
   d) Si l'animal triat està malalt, quina és la probabilitat de que sigui femella?

(0,5+0,5+0,75+0,75=2,5 punts)

5) En una certa població la probabilitat de néixer noia és del 0,6. Si una família té 6 fills calculeu:
   a) La probabilitat que tingui exactament 4 noies.
   b) La probabilitat que no tingui cap noi.

(0,5+0,5=1 punt)

6) Experimentalment una empresa ha vist que la probabilitat de un treballador estigui malalt un dia concret és del 0,05. Si l'empresa té 300 treballadors. Considerem la variable aleatòria X que ens mesura el nombre de treballadors que estan malalts un dia concret.
   a) Quin tipus de variable aleatòria és?. Quin tipus de distribució de probabilitat segueix?
   b) Calcula l'esperança matemàtica (nombre mitjà de treballadors malalts) i la desviació típica de la distribució corresponent a aquesta variable aleatòria.

(0,5+0,5=1 punt)

Nom: **Grup:**

1) Donada la funció $f(x)=\dfrac{x^2+4}{x}$

a) Trobeu el domini i els punts de continuïtat

- Domini. Només cal treure els punt on s'anul·la el denominador.
  $x=0$ Així doncs el Domini(f) = R –{0}
- La funció és contínua en R –{0} i és discontínua en X= 0

b) Trobeu les asímptotes de la funció i indiqueu quin és l'aspecte de la gràfica al seu voltant.

- **Asímptotes verticals.** Sembla que hi ha una en x=0

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-}\frac{x^2+4}{x}=\frac{4}{0^-}=-\infty$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+}\frac{x^2+4}{x}=\frac{4}{0^+}=+\infty$$

Així doncs la recta X = 0 és una asímptota vertical i que

- quan la $x\to 0^-$ la funció va cap a $-\infty$
- quan la $x\to 0^+$ la funció va cap a $+\infty$

- **Asímptotes horitzontal: No hi ha ja que ....**
  Per mirar si hi ha asímptotes horitzontals hem de calcular els límits quan $x\to-\infty$ i quan $x\to+\infty$

  - $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+4}{x}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to+\infty} x=+\infty$
  - $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+4}{x}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to-\infty} x=-\infty$

- **Asímptotes inclinades:**
  Mirarem per inicialment per $x\to+\infty$. Si hi ha és una expressió Y= m X + n on

  - $m=\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+4}{x^2}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x^2}=\lim_{x\to+\infty} 1=1\in R\Rightarrow$ Si hi ha i per tant
  - $n=\lim_{x\to+\infty} f(x)-mx=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+4}{x}-x=(\infty-\infty)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+4-x^2}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{4}{x}=\left(\frac{1}{+\infty}\right)=0$

  Així doncs la recta $Y=X$ és asímptota per $x\to+\infty$. I com f(x) és un quocient de polinomis resulta que també és asímptota per $x\to-\infty$

c) Calculeu i simplifiqueu al màxim la derivada de la funció.

$$f'(x)=\frac{2x\cdot x-(x^2+4)1}{x^2}=\frac{2x^2-x^2-4}{x^2}=\frac{x^2-4}{x^2}$$

d) Estudieu el creixement, decreixement, màxims i mínims de la funció.

- f '(x)=0 només per $x=\pm 2$, i a més
  $f(-2)=\dfrac{(-2)^2+4}{-2}=\dfrac{8}{-2}=-4$ i $f(2)=\dfrac{2^2+4}{2}=\dfrac{8}{2}=4$
- f ' (x)>0 $\forall x\in(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$ en els altres valors f ' (x)<0

Nom: **Grup:**

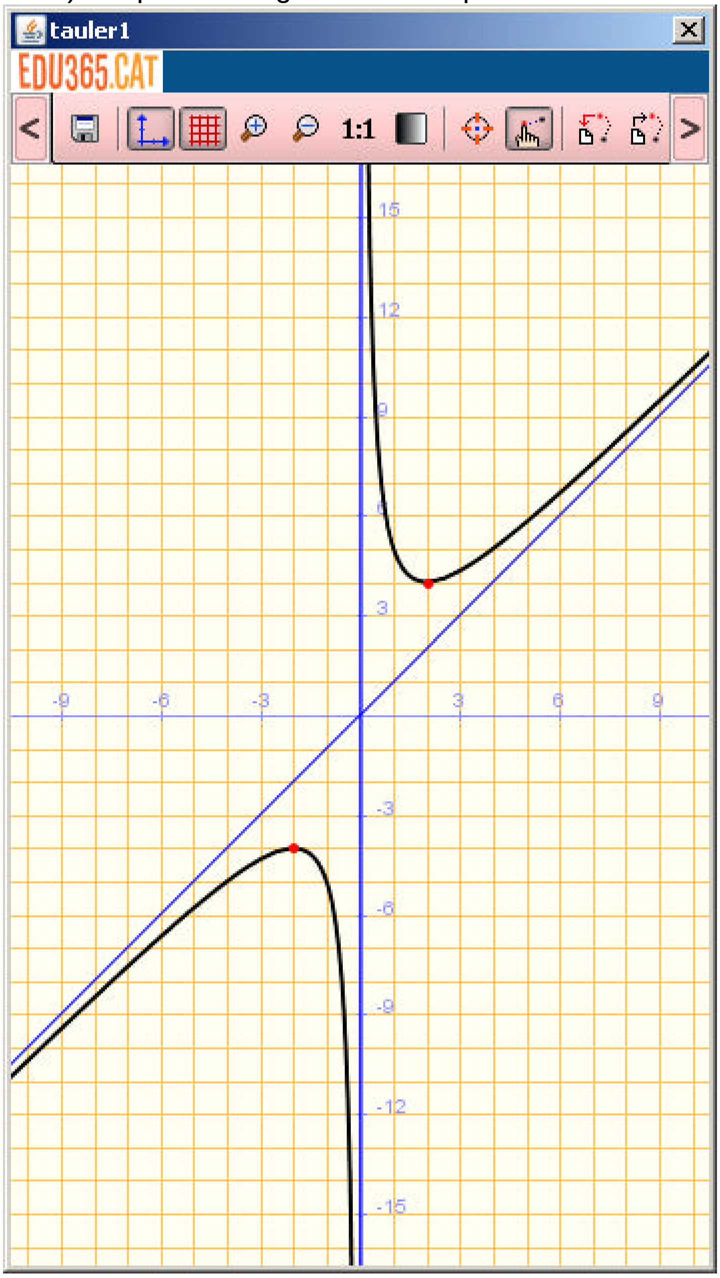
La taula resum per recollir tota aquesta informació, és útil per contesta i fer la representació gràfica

x		–2 Màx		0		2 Mím	
f (x)	↗↗↗↗↗↗	–4	↘↘↘↘	∄	↘↘↘↘	4	↗↗↗↗↗↗
f ' (x)	+ + + + + +	0	– – – –	∄	– – – –	0	+ + + + + +

Així doncs podem contestar:

- **Creix** $\forall x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
- **Decreix** $\forall x \in (-2, 0) \cup (0, 2)$
- **Té un màxim local en (–2,–4) i té un mínim local en (2,4)**

e) Representeu gràficament aquest funció.



(0,25+0,75+0,5+0,75+0,75=3 punts)

Nom: **Grup:**

2) Deriveu:

a) $f(x) = \ln\left(7x^2 + 2x\right)$

$$f'(x) = \frac{1}{7x^2 + 2x} \cdot \left(7x^2 + 2x\right)' = \frac{14x + 2}{7x^2 + 2x}$$

b) $f(x) = \sin\left(3x^4\right) + \cos^2 x$

$$f'(x) = \cos\left(3x^4\right) \cdot 12x^3 + 2\cos x \cdot (-\sin(x)) = 12x^3 \cos\left(3x^4\right) - 2 \cdot \cos x \cdot \sin x$$

(0,5+0,5=1 punt)

3) S'estudien l'edat i l'alçada d'un conjunt de 7 nens.

Alçada (metres)=**X**	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,6	1,9
Edat (anys)=**Y**	7	8	8	9	9	9	11

a) Calcula (**pots utilitzar la part estadística de la calculadora**) els paràmetres $\overline{X}, s_x, \overline{Y}, s_y, s_{xy}$ (mitjanes, desviacions típiques i covariància).

$$\overline{X} = 1,4;\ s_x = 0,2507;\ \overline{Y} = 8.71;\quad s_y = 1,1606;\quad s_{xy} = r \cdot s_x \cdot s_y = 0,2714$$

b) Busca el coeficient de correlació lineal i interpreta el seu resultat.

$r = 0,9328$ per tant és positiu i molt bona la correlació lineal de les dues variables

c) Quina és l'alçada esperada d'un nen de 10 anys?

Cal utilitzar la recta de regressió de X sobre Y per tal de calcular $\widehat{X}(10)$

$X = \overline{X} + \frac{s_{xy}}{\left(s_y\right)^2}\left(Y - \overline{Y}\right)$ on substituint **Y=10** obtenim que $\widehat{X}(10) = 1,659\ m$

Solució: S'espera que tingui una alçada de 1,66 metres.

(1,25+0,5+0,75=2,5 punts)

4) En una certa població animal el 60% són mascles. El 20% de les femelles pateix certa malaltia i el 15% dels mascles també. Es tria un animal a l'atzar.

a) Sabent que és mascle, quina és la probabilitat de que estigui malalt?
b) Quina és la probabilitat de ser femella i estar sana?
c) Quina és la probabilitat de que l'animal triat estigui sa.
d) Si l'animal triat està malalt, quina és la probabilitat de que sigui femella?

L'esquema en arbre és molt fàcil:

$$\left\{\begin{array}{l} \xrightarrow{60\%} \quad Mascle \left\langle \begin{array}{l} \xrightarrow{85\%} Sa \\ \xrightarrow{15\%} Malalt \end{array}\right. \\ \\ \xrightarrow{40\%} \quad Femella \left\langle \begin{array}{l} \xrightarrow{80\%} Sa \\ \xrightarrow{20\%} Malalt \end{array}\right. \end{array}\right.$$

a) P(malat | Mascle) = 15%
b) P (Femella i Sana) = P(Femella) · P (Sana | Femella) = 40% ·80% = 32%
c) P(Sa) = P(Sa i Mascle)+ P (Sa i Femella) = 60% 85% + 40% ·80% = 0,51 + 0,32 =0,83 = 83%
d) És una aplicació directa del Teorema de Bayes:

Nom: **Grup:**

P (Malalt | Femella) =

$$= \frac{P(Femella \cap Malalta)}{P(Malalt)} = \frac{40\% \cdot 20\%}{60\% \cdot 15\% + 40\% \cdot 20\%} = \frac{0{,}08}{0{,}17} = 0{,}4706$$

és a dir un 47,06%

(0,5+0,5+0,75+0,75=2,5 punts)

5) En una certa població la probabilitat de néixer noia és del 0,6. Si una família té 6 fills calculeu:
   a) La probabilitat que tingui exactament 4 noies.
   b) La probabilitat que no tingui cap noi.

Considerem la variable aleatòria X = "nombre de nois que té la família". Aquesta variable aleatòria segueix una distribució binomial de paràmetres n=6 i p=0,4. És a dir X és una B(n=6,p=0,4). Aleshores ara ja podem traduir les preguntes fent servir aquesta variable aleatòria

a)

P(X=2)= $\binom{6}{2}(0{,}4)^2\,(0{,}6)^4 = \frac{V_6^2}{P_2}\,(0{,}4)^2\,(0{,}6)^4 = \frac{6\cdot 5}{2\cdot 1}\,(0{,}4)^2\,(0{,}6)^4 = 15\,(0{,}4)^2\,(0{,}6)^4 = 0{,}31104$

és a dir d'un 31,10%

b) P(X=0)= $\binom{6}{0}(0{,}6)^6 = 1\,(0{,}6)^6 = 0{,}046656$ és a dir d'un 4,67%

(0,5+0,5=1 punt)

6) Experimentalment una empresa ha vist que la probabilitat de un treballador estigui malalt un dia concret és del 0,05. Si l'empresa té 300 treballadors. Considerem la variable aleatòria X que ens mesura el nombre de treballadors que estan malalts un dia concret.
   a) Quin tipus de variable aleatòria és?. Quin tipus de distribució de probabilitat segueix?
   b) Calcula l'esperança matemàtica (nombre mitjà de treballadors malalts) i la desviació típica de la distribució corresponent a aquesta variable aleatòria.

(0,5+0,5=1 punt)

a)
Aquesta variable aleatòria X és una variable aleatòria discreta que segueix una distribució B(n=300, P=0,05)

b)
Per tant m =n·p=300·0,5= 15 treballadors i $s = \sqrt{npq} = \sqrt{300\cdot 0{,}05\cdot 0{,}95} = \sqrt{14{,}25} = 3{,}77$