



Nom: \_\_\_\_\_

Grup: \_\_\_\_\_

1) Una persona inicia un pla de pensions als 45 anys, amb quotes mensuals de 200 € al 5% anual, amb períodes de capitalització mensuals. De quin capital disposarà als 65 anys?  
(1,75 punts)

2) Per comprar un pis, hem demanat un préstec hipotecari de 180 000 € que hem de pagar en 20 anys, amb quotes mensuals al 4,8 % anual. Quin serà el valor de la mensualitat que haurem de pagar?  
(1,5 punts)

3) Volem fer un viatge amb un pressupost de 2.100 €. Si subscrivim un pla d'estalvi en una entitat financera durant un any i mig al 6,5 % d'interès, quina mensualitat hem d'abonar per a poder fer el viatge en finalitzar el pla d'estalvi?  
(1,75 punts)

4) Donats els polinomis:  $P(x) = x^2 - 5x + 9$ ,  $Q(x) = 3x^3 - 2x^2 + 3$  i

$R(x) = 7x^5 - 6x^4 + 4x^2 + 8$ . Calcula:

a)  $3P(x) - [Q(x) - 2R(x)] =$

b)  $R(x) : P(x)$

(1,5 punts)

5) Calcula i simplifica al màxim:

a)  $\frac{4}{x^2 - 1} + \frac{5x}{x + 1} - \frac{2x}{x - 1} =$

b)  $\frac{x^2 - 4}{3x} : \frac{x^2 - 4x + 4}{x + 2} =$

(2 punts)

6) Soluciona l'equació:  $x^6 + 2x^4 = 3x^2$

(1,5 punts)



**Nom:** \_\_\_\_\_

**Grup:** \_\_\_\_\_

- 1) Una persona inicia un pla de pensions als 45 anys, amb quotes mensuals de 200 € al 5% anual, amb períodes de capitalització mensuals. De quin capital disposarà als 65 anys?

(1,75 punts)

En aquest problema ens donen la quota de capitalització mensual i ens demanen el capital que tindrà al final així doncs:

Aïllant C de la fórmula  $a = \frac{C i}{(1+i)^{n+1} - (1+i)}$  tenim que  $C = \frac{((1+i)^{n+1} - (1+i)) \cdot a}{i}$

en el nostre cas

$a = 200 \text{ €}$ ,  $n = 20 \cdot 12 = 240$  mesos,  $i = \frac{5}{100 \cdot 12} = \frac{5}{1200} = \frac{1}{240} = 0,0041\bar{6}$ . Així doncs

$$C = \frac{((1+i)^{n+1} - (1+i)) \cdot a}{i} = \frac{\left( \left(1 + \frac{1}{240}\right)^{241} - \left(1 + \frac{1}{240}\right) \right) \cdot 200}{\frac{1}{240}} = 82.549,26 \text{ € és el capital final que}$$

tindrem (agafant el valor exacte de  $i = /240$ ).

Si s'agafa com a aproximació de  $i = 0,00417$  surt un  $C = 82.587,67 \text{ €}$

- 2) Per comprar un pis, hem demanat un préstec hipotecari de 180 000 € que hem de pagar en 20 anys, amb quotes mensuals al 4,8 % anual. Quin serà el valor de la mensualitat que haurem de pagar?

Aquest és un problema d'amortització mensual on ens demanem la quota mensual. Així doncs només cal aplicar la fórmula:

$$a = C \frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1}$$

En el nostre cas tenim que  $C = 180\,000 \text{ €}$ ,  $n = 240$  mesos i  $i = \frac{4,8}{100 \cdot 12} = \frac{4,8}{1200} = 0,004$

així doncs tenim que  $a = C \frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1} = 180000 \cdot \frac{1,004^{240} \cdot 0,004}{1,004^{240} - 1} = 1.168,12 \text{ € és la quota mensual}$

que hem de pagar

(1,5 punts)

- 3) Volem fer un viatge amb un pressupost de 2.100 €. Si subscriuim un pla d'estalvi en una entitat financera durant un any i mig al 6,5 % d'interès, quina mensualitat hem d'abonar per a poder fer el viatge en finalitzar el pla d'estalvi?

(1,75 punts)

Aquest és un problema de capitalització mensual on ens demanen la quota.

Així doncs apliquem la fórmula  $a = \frac{C i}{(1+i)^{n+1} - (1+i)}$  substituint pels valors del nostre cas:

$n = 18$  mesos,  $i = \frac{6,5}{100 \cdot 12} = \frac{6,5}{1200} = 0,0054$  i  $C = 2100 \text{ €}$

$$a = \frac{C \cdot i}{(1+i)^{n+1} - (1+i)} = \frac{2100 \cdot 0,0054}{1,0054^{19} - 1,0054} = 110,80 \text{ € és la quota mensual que hem de pagar.}$$

4) Donats els polinomis:  $P(x) = x^2 - 5x + 9$ ,  $Q(x) = 3x^3 - 2x^2 + 3$  i

$$R(x) = 7x^5 - 6x^4 + 4x^2 + 8. \text{ Calcula:}$$

a)  $3P(x) - [Q(x) - 2R(x)] =$

$$\begin{aligned} 3P(x) - [Q(x) - 2R(x)] &= 3(x^2 - 5x + 9) - [3x^3 - 2x^2 + 3 - 2(7x^5 - 6x^4 + 4x^2 + 8)] = \\ &= 3x^2 - 15x + 27 - [3x^3 - 2x^2 + 3 - 14x^5 + 12x^4 - 8x^2 - 16] = \\ &= 3x^2 - 15x + 27 - 3x^3 + 2x^2 - 3 + 14x^5 - 12x^4 + 8x^2 + 16 = \\ &= 14x^5 - 12x^4 - 3x^3 + 13x^2 - 15x + 40 \end{aligned}$$

b)  $R(x) : P(x)$

$$\begin{array}{r} 7 \cdot x^5 - 6 \cdot x^4 + 4 \cdot x^2 + 8 \quad | \quad x^2 - 5 \cdot x + 9 \\ \underline{27 \cdot x - 1369} \quad | \quad 7 \cdot x^3 + 29 \cdot x^2 + 82 \cdot x + 153 \end{array}$$

(1,5 punts)

5) Calcula i simplifica al màxim:

a)  $\frac{4}{x^2 - 1} + \frac{5x}{x+1} - \frac{2x}{x-1} =$

$$\begin{aligned} \frac{4}{(x+1) \cdot (x-1)} + \frac{5x}{x+1} - \frac{2x}{x-1} &= \frac{4 + 5x(x-1) - 2x(x+1)}{(x+1) \cdot (x-1)} = \frac{4 + 5x^2 - 5x - 2x^2 - 2x}{(x+1)(x-1)} = \\ &= \frac{3x^2 - 7x + 4}{(x+1)(x-1)} = \frac{3 \cdot \cancel{(x-1)} \left( x - \frac{8}{6} \right)}{(x+1) \cancel{(x-1)}} = \frac{3 \cdot \left( x - \frac{4}{3} \right)}{(x+1)} \end{aligned}$$

b)  $\frac{x^2 - 4}{3x} : \frac{x^2 - 4x + 4}{x+2} =$

$$\frac{(x+2) \cdot (x-2)}{3x} : \frac{(x-2)^2}{x+2} = \frac{(x+2) \cdot \cancel{(x-2)}}{3x} \cdot \frac{(x+2)}{\cancel{(x-2)}^2} = \frac{(x+2)^2}{3x(x-2)}$$

(2 punts)

6) Soluciona l'equació:  $x^6 + 2x^4 = 3x^2$

Primer ho passem tot a un terme i després descomposem el polinomi que en factors

$$x^6 + 2x^4 - 3x^2 = 0$$

Si  $p(x) = x^6 + 2x^4 - 3x^2$  i el factoritzem tenim

$$p(x) = x^6 + 2x^4 - 3x^2 = x^2(x^4 - 2x^2 - 3)$$

Ara per factoritzar aquest 2n polinomi  $q(x) = x^4 - 2x^2 - 3$  provem divisions de Ruffini amb "a" un divisor de 3 i com  $q(x)$  no s'anul·la en cap valor  $a=1, -1, 3, -3$  no sabem seguir però tornant a l'equació inicial tenim:

$$x^2(x^4 + 2x^2 - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x^4 + 2x^2 - 3 = 0 \Rightarrow (2) \end{cases}$$

Ara a (2) tenim una equació biquadrada que podem solucionar fent el canvi de variable

$$\left. \begin{array}{l} z = x^2 \\ x^4 + 2x^2 - 3 = 0 \end{array} \right\} z^2 + 2z - 3 = 0 \Rightarrow z = \frac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2} = \begin{cases} = \frac{2}{2} = 1 \\ = \frac{-6}{2} = -3 \end{cases}$$

$$z = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{1} \Rightarrow x = \pm 1$$

$$z = -3 \Rightarrow x^2 = -3 \Rightarrow x = \sqrt{-3} \text{ que } \cancel{\exists}$$

**Així doncs les solucions són  $x = 0, +1, -1$**

**També si es factoritza el polinomi inicial és té**

$$x^2(x^4 + 2x^2 - 3) = 0 \Rightarrow x^2(x-1)(x+1)(x^2+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x-1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x+1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x = \sqrt{-3} \text{ que } \cancel{\exists} \end{cases}$$

**I les solucions són  $x = 0, +1, -1$**

(1,5 punts)