



**Nom:** \_\_\_\_\_

**Grup:** \_\_\_\_\_

- 1) Una associació que lluita per la protecció infantil vols estudiar la relació que hi ha, en general, entre la mortalitat infantil i el nombre de llits d'hospital que hi ha per cada 1000 habitants. Les dades de què disposa l'associació corresponents a 10 països concrets que es poden considerar representatius de la resta, s'indiquen al quadre de sota,

X=nombre de llits per cada 1000 habitants	50	100	70	60	120	180	200	250	30	90
Y= % de mortalitat infantil	5	2	2,5	3,75	4	1	1,25	0,75	7	3

- a) Calcula (pots utilitzar la part estadística de la calculadora) els paràmetres  $\bar{X}$ ,  $s_x$ ,  $\bar{Y}$ ,  $s_y$ ,  $s_{xy}$  (mitjanes, desviacions típiques i covariància).  
 b) Busca el coeficient de correlació lineal i interpreta el seu resultat.  
 c) Calcula l'índex de mortalitat infantil que s'espera que hi hagi en un país que té 150 llits per cada 1000 habitants.  
 d) Calcula el nombre de llits d'hospital per cada 1000 habitants que s'espera que hi hagi en un país on l'índex de mortalitat infantil és del 3,5%  
 (1+0,5+0,75+0,75=3 punts)
- 2) De quantes maneres es poden cobrir els càrrecs de president, secretari i tresorer d'un club de bàsquet si sabem que hi ha 12 candidats possibles?  
 (0,75 punts)
- 3) En Lluís no recorda el telèfon de l'Anna. Sap que comença per 932 i que té un 1, dos 3 i tres 9. Quantes trucades haurà de fer com a màxim per localitzar l'Anna?  
 (0,75 punts)
- 4) A una reunió assisteixen 17 persones i totes se saluden una vegada. Quantes salutacions s'intercanvien?  
 (0,75 punts)
- 5) Quants nombres parells de 4 xifres diferents puc formar amb els dígitos 1,2,3,4,5?  
 (1,75 punts)
- 6) Tinc una urna amb 3 boles negres i 1 vermella. Trec dues boles de l'urna sense reemplaçament (és a dir, trec una, apunto el seu resultat, no la torno a l'urna i després trec la 2a). Importa d'ordre en el que surt la bola.
- a) Defineix espai mostral d'un experiment aleatori i quin és en aquest experiment.  
 b) Defineix esdeveniment i digués quants esdeveniments diferents es poden associar a aquest experiment.  
 c) Defineix esdeveniments incompatibles i dóna un exemple associat a aquest experiment.  
 d) Descric els esdeveniments següents mostrant quin subconjunt de l'espai mostral el representa en cada cas:  
 A= "Al menys una de les dues boles és negra"  
 B= "Les dues boles són de diferent color"  
 A  $\cup$  B=  
 A  $\cap$  B=  
 $\bar{B}$ ="No B"=  
 (0,5+0,5+1+1=3 punts)



Nom: \_\_\_\_\_

Grup: \_\_\_\_\_

- 1) Una associació que lluita per la protecció infantil vols estudiar la relació que hi ha, en general, entre la mortalitat infantil i el nombre de llits d'hospital que hi ha per cada 1000 habitants. Les dades de què disposa l'associació corresponents a 10 països concrets que es poden considerar representatius de la resta, s'indiquen al quadre de sota,

X=nombre de llits per cada 1000 habitants	50	100	70	60	120	180	200	250	30	90
Y= % de mortalitat infantil	5	2	2,5	3,75	4	1	1,25	0,75	7	3

- a) Calcula (pots utilitzar la part estadística de la calculadora) els paràmetres  $\bar{X}$ ,  $s_x$ ,  $\bar{Y}$ ,  $s_y$ ,  $s_{xy}$  (mitjanes, desviacions típiques i covariància).  
 b) Busca el coeficient de correlació lineal i interpreta el seu resultat.  
 c) Calcula l'índex de mortalitat infantil que s'espera que hi hagi en un país que té 150 llits per cada 1000 habitants.  
 d) Calcula el nombre de llits d'hospital per cada 1000 habitants que s'espera que hi hagi en un país on l'índex de mortalitat infantil és del 3,5%

(1+0,5+0,75+0,75=3 punts)

a i b) Fent servir la part estadística de la calculadora. O la taula tenim el resultats:

$X_i$	$Y_i$	$X_i^2$	$Y_i^2$	$X_i \cdot Y_i$	
50	5	2500	25	250	
100	2	10000	4	200	
70	2,5	4900	6,25	175	
60	3,75	3600	14,0625	225	
120	4	14400	16	480	
180	1	32400	1	180	
200	1,25	40000	1,5625	250	
250	0,75	62500	0,5625	187,5	
30	7	900	49	210	
90	3	8100	9	270	
<b>Sumes</b>	<b>1150</b>	<b>30,25</b>	<b>179300</b>	<b>126,44</b>	<b>2427,5</b>
	<b>Mitjana</b>	<b>Desviació tipus</b>			
<b>X</b>	<b>115</b>	<b>68,59300256</b>			
<b>Y</b>	<b>3,025</b>	<b>1,868990369</b>			

**Covariança = -105,125**

**Coefficient de correlació lineal = -0,82000997**

**Així doncs hi ha correlació lineal força bona però negativa (o inversa).**

- c) Cal utilitzar la recta de regressió de Y sobre X per tal de calcular  $\hat{Y}(150)$

$$Y = \bar{Y} + \frac{s_{xy}}{(s_x)^2} (X - \bar{X}) \text{ on substituint } X=150 \text{ obtenim que } \hat{Y}(150) = 2,242986185\%$$

**Solució: Esperem una mortalitat infantil del 2,24%**

- d) Cal utilitzar la recta de regressió de X sobre Y per tal de calcular  $\hat{X}(3,5)$

$$X = \bar{X} + \frac{s_{xy}}{(s_y)^2} (Y - \bar{Y}) \text{ on substituint } Y=3,5 \text{ obtenim que } \hat{X}(3,5) = 100,7049562$$

**Solució: S'espera que hi hagi 101 llits d'hospital per cada 1000 habitants**

- 2) De quantes maneres es poden cobrir els càrrecs de president, secretari i tresorer d'un club de bàsquet si sabem que hi ha 12 candidats possibles? (0,75 punts)

Tenim 12 elements i fem grups de 3

- Importa l'ordre dels elements dins de cada grup? Sí
- Es poden repetir elements dins de cada grup? NO

Per tant són variacions ordinàries de 12 elements agafats de 3 en 3:

$$V_{12}^3 = 12 \cdot 11 \cdot 10 = 1320$$

**Podem cobrir els càrrecs de 1320 maneres possibles.**

- 3) En Lluís no recorda el telèfon de l'Anna. Sap que comença per 932 i que té un 1, dos 3 i tres 9. Quantes trucades haurà de fer com a màxim per localitzar l'Anna? (0,75 punts)

Ens falten les sis últimes xifres per completar aquest número de telèfon. I sabem quines són aquestes 6 xifres (un 1, dos 3 i tres 9) per tant és un problema de permutacions

Han d'intervenir obligatòriament tots els elements en cada grup? = TOTS? Sí

Els elements es repeteixen de forma fixa dins de cada grup? = REP? Sí

Per tant són Permutacions amb repetició:

$$PR_6^{1,2,3} = \frac{6!}{1! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{\cancel{6} \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2} \cdot 1}{1 \cdot \cancel{2} \cdot 1 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1} = 60$$

Amb un màxim de 60 trucades hauré encertat el número de l'Anna

- 4) A una reunió assisteixen 17 persones i totes se saluden una vegada. Quantes salutacions s'intercanvien? (0,75 punts)

Tenim 17 elements i fem grups de 2

- Importa l'ordre dels elements dins de cada grup? NO
- Es poden repetir elements dins de cada grup? NO

Per tant són combinacions ordinàries de 17 elements agafats de 2 en 2:

$$C_{17}^2 = \frac{V_{17}^2}{P_2} = \frac{17 \cdot 16}{2 \cdot 1} = 17 \cdot 8 = 136 \text{ són les salutacions que s'intercanvien.}$$

- 5) Quants nombres parells de 4 xifres diferents puc formar amb els dígit 1,2,3,4,5? (1,75 punts)

Aquest problema l'hem de treballar en dos parts:

**a) La xifra de les unitats:**

Com el nombre ha de ser parell, ja d'acabar el xifra parells. Així doncs tenim 2 elements {2,4} per omplir un únic forat ==> 2 formes possibles

**b) Les altres 3 xifres.**

Una vegada omplertes les unitats i com no podem repetir xifres tenim només 4 elements per fer grups de 3.

Importa l'ordre dels elements dins de cada grup? Sí

Es poden repetir elements dins de cada grup? No

Així doncs són variacions simples de 4 elements agafats de 3 en 3====>  $V_4^3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

**I així doncs la solució del problema és el producte d'aquests dos nombres:  $2 \cdot 24 = 48$**

6) Tinc una urna amb 3 boles negres i 1 vermella. Trec dues boles de l'urna sense reemplaçament (és a dir, trec una, apunto el seu resultat, no la torno a l'urna i després trec la 2a). Importa d'ordre en el que surt la bola.

a) Defineix espai mostral d'un experiment aleatori i quin és en aquest experiment.

L'espai mostral, representat per  $E$  o  $\Omega$ , és el conjunt format pels resultats directes de l'experiment =

L'espai mostral, representat per  $E$  o  $\Omega$ , és el conjunt format pels esdeveniments elementals de l'experiment.

En aquest cas si representem amb les dues lletres consecutives el color de les boles en l'ordre que surten, per exemple  $VN$ ="1a bola vermella i 2a bola negra"

$E=\{NN, NV, VN\}$

b) Defineix esdeveniment i digués quants esdeveniments diferents es poden associar a aquest experiment.

Esdeveniment és qualsevol cosa que pugui enunciar i que una vegada realitzar l'experiment pugui contestar ha passat o no ha passat.

Qualsevol esdeveniment es pot representar amb un subconjunt de l'espai mostral. Així doncs el nombre d'esdeveniments associats a un experiment és igual al nombre de subconjunts de l'espai mostral.

En el nostre cas com  $E=\{NN, NV, VN\}$  és un conjunt de 3 elements resulta que el nombre d'esdeveniments és  $2^3 = 8$  i són:

$\{\emptyset, \{NN\}, \{NV\}, \{VN\}, \{NN, NV\}, \{NN, VN\}, \{NV, VN\}, \{NN, NV, VN\}\}$

c) Defineix esdeveniments incompatibles i dóna un exemple associat a aquest experiment.

Dos esdeveniments  $A$  i  $B$  són incompatibles  $\Leftrightarrow$  si  $A$  i  $B$  no es poden verificar simultàniament  $\Leftrightarrow A \cap B$  és l'esdeveniment impossible  $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$

En el nostre experiment per exemple són incompatible els esdeveniments

$A$ = "Surt al menys una bola vermella"= $\{NV, VN\}$

$B$ = "Surten les dues boles del mateix color"= $\{NN\}$

d) Descriu els esdeveniments següents mostrant quin subconjunt de l'espai mostral el representa en cada cas:

$A$ = "Al menys una de les dues boles és negra" =  $\{NN, NV, VN\}$

$B$ = "Les dues boles són de diferent color" =  $\{NV, VN\}$

$A \cup B$  =  $\{NN, NV, VN\}$

$A \cap B$  =  $\{NV, VN\}$

$\bar{B}$ ="No B"=  $\{NN\}$

(0,5+0,5+1+1=3 punts)