Nom: **Grup:**

1) En un trajecte de metro utilitzem dues escales mecàniques, A i B. L'escala A està avariada un de cada 10 dies; l'escala B, un de cada set. Les dues escales s'avarien independentment. En un viatge concret, calculeu quina probabilitat hi ha que...
   a) Estiguin les dues avariades
   b) Com a mínim, hi hagi una escala avariada
   c) No hi hagi cap escala avariada
   d) Hi hagi exactament una escala avariada.

[0,75· 4 =3 punts]

2) Es té una baralla espanyola completa (48 cartes) i una altra baralla de 4 cartes espanyoles on només hi ha els quatre reis. S'agafa a l'atzar una carta de la baralla de 4 cartes i s'introdueix a la baralla completa. Després es treu a l'atzar una carta d'aquesta última baralla. Calculeu la probabilitat que sigui el rei d'espases.

[1 punt]

3) Una urna A conté 2 boles vermelles i 3 de negres. Una segona urna B conté 4 boles vermelles i 5 de negres. Escollim una d'aquestes urnes a l'atzar i en traiem una bola.
   a) Calculeu la probabilitat que la bola sigui vermella.
   b) Sabent que ha sortit una bola vermella, calculeu la probabilitat que l'urna escollida hagi estat la urna A

[1+1,5=2,5 punts]

4) Una fàbrica de retoladors en fabrica de blaus i de vermells en la mateixa proporció. Per defectes en el procés de fabricació, alguns retoladors surten amb la tinta de l'altre color. Sabem que el percentatge de retoladors blaus que porten la tinta blava és del 82% i que el dels vermells que porten la tinta vermella és del 92%.
   a) Calculeu quina probabilitat hi ha que un retolador agafat a l'atzar tingui la tinta del color que li pertoca.
   b) Si sabem que un retolador escollit a l'atzar és defectuós, calculeu quina probabilitat hi ha que escrigui en vermell.

[1+1,5=2,5 punts]

5) Expliqueu el concepte de ***probabilitat condicionada*** i el concepte d'***esdeveniments independents***. Poseu algun exemple que aclareixi les vostres explicacions.

[1 punt]

Nom: **Grup:**

1) En un trajecte de metro utilitzem dues escales mecàniques, A i B. L'escala A està avariada un de cada 10 dies; l'escala B, un de cada set. Les dues escales s'avarien independentment. En un viatge concret, calculeu quina probabilitat hi ha que...
   a) Estiguin les dues avariades
   b) Com a mínim, hi hagi una escala avariada
   c) No hi hagi cap escala avariada
   d) Hi hagi exactament una escala avariada.

[0,75· 4 =3 punts]

a) A= l'escala A està avariada; B= l'escala B està avariada; P(A)=1/10 i P (B)=1/7
De la lectura de l'enunciat sabem que A i B són dos esdeveniment independents, així doncs la probabilitat de la seva intersecció és el producte de les probabilitats:

P(A i B) = $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{7}=\frac{1}{70}$

b) P(A o B) = $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{10}+\frac{1}{7}-\frac{1}{70}=\frac{7+10-1}{70}=\frac{16}{70}=\frac{8}{35}$

c) Com A i B són independents els seus contraris també, així doncs:
$P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=P\left(\overline{A}\right)\cdot P\left(\overline{B}\right)=\frac{9}{10}\cdot\frac{6}{7}=\frac{54}{70}=\frac{27}{35}$ també es podia haver vist que aquest esdeveniment és el contrari de l'esdeveniment de l'apartat b)

d) Ara ens demanen
$$P\left(\left(\overline{A}\cap B\right)\cup\left(A\cap\overline{B}\right)\right)=P\left(\overline{A}\cap B\right)+P\left(A\cap\overline{B}\right)=P\left(\overline{A}\right)\cdot P\left(B\right)+P(A)\cdot P\left(\overline{B}\right)=$$
$$=\frac{9}{10}\cdot\frac{1}{7}+\frac{1}{10}\cdot\frac{6}{7}=\frac{9+5}{70}=\frac{15}{70}=\frac{3}{14}$$

També es podia haver fet a partir de l'arbre de forma molt ràpida

2) Es té una baralla espanyola completa (48 cartes) i una altra baralla de 4 cartes espanyoles on només hi ha els quatre reis. S'agafa a l'atzar una carta de la baralla de 4 cartes i s'introdueix a la baralla completa. Després es treu a l'atzar una carta d'aquesta última baralla. Calculeu la probabilitat que sigui el rei d'espases.

[1 punt]

Anem a fer l'esquema en arbre favorable a aquest esdeveniment:
Anomenem amb 1RE= la 1a carta que passo és el rei d'espases i amb 2RE=la 2a carta és el rei d'espases.

$$\begin{cases}\xrightarrow{1/4} & 1RE \xrightarrow{2/49} 2RE \\ \xrightarrow{3/4} & \overline{1RE} \xrightarrow{1/49} 2RE\end{cases}$$
i per tant P(2RE) $=\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{49}+\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{49}=\frac{2+3}{196}=\frac{5}{196}$

3) Una urna A conté 2 boles vermelles i 3 de negres. Una segona urna B conté 4 boles vermelles i 5 de negres. Escollim una d'aquestes urnes a l'atzar i en traiem una bola.
   a) Calculeu la probabilitat que la bola sigui vermella.
   b) Sabent que ha sortit una bola vermella, calculeu la probabilitat que l'urna escollida hagi estat la urna A

[1+1,5=2,5 punts]

a) $\begin{cases} \xrightarrow{1/2} & A \xrightarrow{2/5} V \\ \xrightarrow{1/2} & B \xrightarrow{4/9} V \end{cases}$ i per tant P(V) $= \frac{1}{2}\frac{2}{5} + \frac{1}{2}\frac{4}{9} = \frac{1}{5} + \frac{2}{9} = \frac{9+10}{45} = \frac{19}{45}$

b) És aplicar el teorema de Bayes:

$$P(A|V) = \frac{P(A \cap V)}{P(V)} = \frac{\frac{1}{2}\frac{2}{5}}{\frac{1}{2}\frac{2}{5} + \frac{1}{2}\frac{4}{9}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{19}{45}} = \frac{9}{19}$$

4) Una fàbrica de retoladors en fabrica de blaus i de vermells en la mateixa proporció. Per defectes en el procés de fabricació, alguns retoladors surten amb la tinta de l'altre color. Sabem que el percentatge de retoladors blaus que porten la tinta blava és del 82% i que el dels vermells que porten la tinta vermella és del 92%.
   a) Calculeu quina probabilitat hi ha que un retolador agafat a l'atzar tingui la tinta del color que li pertoca.
   b) Si sabem que un retolador escollit a l'atzar és defectuós, calculeu quina probabilitat hi ha que escrigui en vermell.

[1+1,5=2,5 punts]

a) $\begin{cases} \xrightarrow{1/2} & Blau \xrightarrow{82\%} Bo \\ \xrightarrow{1/2} & Vermell \xrightarrow{92\%} Bo \end{cases}$

P(retolador bo) $= \frac{1}{2}\frac{82}{100} + \frac{1}{2}\frac{92}{100} = \frac{41+46}{100} = \frac{87}{100} = 87\%$

b) És aplicar el teorema de Bayes. P (retolador defectuós) = 1 – P (retolador bo) = 13%

$$P(EscriuVermell \mid Defect.) = \frac{P(EscriuVermell \cap Defect.)}{P(Defect.)} = \frac{P(Blau \cap Defect)}{13\%} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\frac{18}{\cancel{100}}}{\frac{13}{\cancel{100}}} = \frac{9}{13}$$

5) Expliqueu el concepte de ***probabilitat condicionada*** i el concepte d'***esdeveniments independents***. Poseu algun exemple que aclareixi les vostres explicacions.

[1 punt]

La probabilitat d'un esdeveniment A condicionada a B és la probabilitat que passi A sabent que passa B i s'escriu com P(A | B).

Diem que dos esdeveniment A i B són independents quan P(A | B)=P(A) i P(B|A)=P(B), és a dir quan la informació que ens dóna la condició no modifica la probabilitat de l'altre esdeveniment.

Exemple: Al dos últim exercicis tenim probabilitats condicionades.

Exemple de dos esdeveniments independents.
Considerem una urna amb 1 bola vermella i 3 negres i l'experiment consisteix en treure dues boles de l'urna amb reemplaçament (és a dir que trec una, miro el seu color, la torno a l'urna i després trec l'altra)
A= 1a bola negra
B= 2a bola vermella
són esdeveniments independents.