

**Nom i cognoms:**

---

1) Calcula i simplifica al màxim:

$$\frac{2x^2 - 18}{2x} : \frac{x^2 + 6x + 9}{x + 3} =$$

(1 punt)

2) Resol les següents equacions:

a)  $6x^5 - 5x^4 - 2x^3 + x^2 = 0$

b)  $8x^6 + 1 = 9x^3$

c)  $\sqrt{8x+1} - \sqrt{1+x} = 3$

(1,5\*3=4,5 punts)

3) Troba les solucions de:

a)  $\frac{5}{x+2} + \frac{x}{x+3} = \frac{3}{2}$

b)  $\frac{5}{x+2} + \frac{x}{x+3} \leq \frac{3}{2}$

(1,25\*2=2,5 punts)

4) Resol els sistemes següents:

a)  $\left\{ \begin{array}{l} \frac{x+1}{3} + y = 1 \\ \frac{x-3}{4} + 2y = 1 \end{array} \right\}$

b)  $\left\{ \begin{array}{l} 9 - 2x > 5 \\ x^2 + x \geq 2 \end{array} \right\}$

(1\*2=2 punts)

Nom i cognoms:

---

1) Calcula i simplifica al màxim:

$$\frac{2x^2 - 18}{2x} : \frac{x^2 + 6x + 9}{x + 3} =$$

(1 punt)

$$\textcircled{1} \quad \frac{\cancel{2}(x^2 - 9)}{\cancel{2}x} \cdot \frac{(x+3)}{(x+3)^2} = \frac{\overset{1}{\cancel{(x+3)}}(x-3)}{x \underset{1}{\cancel{(x+3)}}} = \frac{x-3}{x}$$

2) Resol les següents equacions:

a)  $6x^5 - 5x^4 - 2x^3 + x^2 = 0$

b)  $8x^6 + 1 = 9x^3$

c)  $\sqrt{8x+1} - \sqrt{1+x} = 3$

(1,5\*3=4,5 punts)

2

a)  $6x^5 - 5x^4 - 2x^3 + x^2 = 0$

$x^2(6x^3 - 5x^2 - 2x + 1) = 0$

$x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{0}$   
 $x = 0$   
 $6x^3 - 5x^2 - 2x + 1 = 0$

Ara hem de descompondre  $6x^3 - 5x^2 - 2x + 1 = P(x)$   
 Probem de dividir-lo per  $x - a$  on "a" és un  
 divisor del terme independent  $\Rightarrow a = \pm 1$   
 - La divisió per  $x - 1$  és exacta ja que  $P(1) = 6 - 5 - 2 + 1 = 0$

$\Rightarrow$  Fem la divisió

$a=1$  
$$\begin{array}{r|rrrr} 6 & -5 & -2 & 1 \\ & 6 & 1 & -1 \\ \hline 6 & 1 & -1 & 0 \end{array}$$

$P(x) = (x-1)(6x^2 + x - 1)$

Per descompondre  
 Busco els seus  
 zeros.

$6x^2 + x - 1 = 0$   
 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{12} = \frac{-1 \pm 5}{12} = \begin{cases} \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \\ \frac{-6}{12} = -\frac{1}{2} \end{cases}$

$P(x) = (x-1) \cdot 6(x - \frac{1}{3})(x + \frac{1}{2})$

AIXÍ DONCS l'equació INICIAL és

$6x^2(x-1)(x - \frac{1}{3})(x + \frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$  4 solucions  $x = 0, 1, \frac{1}{3} i -\frac{1}{2}$

$x-1=0 \Rightarrow x=1$   
 $x^2=0 \Rightarrow x=0$   
 $x - \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$   
 $x + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

b)  $8x^6 - 9x^3 + 1 = 0$

Convi  $z = x^3 \Rightarrow z^2 = (x^3)^2 = x^6 \Rightarrow$  l'equació es

$$8z^2 - 9z + 1 = 0$$

$$z = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 32}}{16} = \frac{9 \pm \sqrt{49}}{16} = \frac{9 \pm 7}{16} = \begin{cases} \frac{16}{16} = 1 \\ \frac{2}{16} = \frac{1}{8} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Si } z = 1 \Rightarrow x^3 = 1 \Rightarrow x = \sqrt[3]{1} = 1 \\ \text{Si } z = \frac{1}{8} \Rightarrow x^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$\Rightarrow$  DUES SOLUCIONS  $x = 1$  i  $x = \frac{1}{2}$

c)  $\sqrt{8x+1} - \sqrt{1+x} = 3 \Rightarrow \sqrt{8x+1} = 3 + \sqrt{1+x}$   
 ARA ELEVAR al quadrat els DOS MEMBRES  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  COMPROVACIÓ FINAL de les solucions  
 necessària OBLIGATÒRIA

$$(\sqrt{8x+1})^2 = (3 + \sqrt{1+x})^2$$

$$8x+1 = 3^2 + 2 \cdot 3 \sqrt{1+x} + (\sqrt{1+x})^2$$

$$8x+1 = 9 + \underbrace{6 \sqrt{1+x}}_{\text{AÏLEN}} + 1+x$$

$$8x+1-9-1-x = 6\sqrt{1+x}$$

$$7x-9 = 6\sqrt{1+x} \Rightarrow \text{devenim al quadrat}$$

$$(7x-9)^2 = (6\sqrt{1+x})^2$$

$$(7x)^2 - 2 \cdot 7x \cdot 9 + 9^2 = 6^2 (\sqrt{1+x})^2$$

$$49x^2 - 126x + 81 = 36 + 36x$$

$$49x^2 - 126x - 36x + 81 - 36 = 0$$

$$49x^2 - 162x + 45 = 0$$

$$x = \frac{162 \pm \sqrt{(-162)^2 - 4 \cdot 49 \cdot 45}}{2 \cdot 49} = \frac{162 \pm \sqrt{17424}}{98} = \frac{162 \pm 132}{98}$$

$$x = \begin{cases} = \frac{294}{98} = 3 \\ = \frac{30}{98} = \frac{15}{49} \end{cases}$$

CONPROVAÇÃO em  $\sqrt{8x+1} - \sqrt{1+x} = 3$

$x=3?$   $\sqrt{24+1} - \sqrt{3+1} = 3?$   
 $5 - 2 = 3$  SÍ

$x = \frac{15}{49}?$   $\sqrt{8 \cdot \frac{15}{49} + 1} - \sqrt{1 + \frac{15}{49}} = 3?$

$$\sqrt{\frac{169}{49}} - \sqrt{\frac{64}{49}} = 3?$$

$$\frac{13}{7} - \frac{8}{7} = 3?$$

$$\frac{5}{7} = 3$$
 NO

$\Rightarrow$  NONÊS o solução  $x=3$



3) Troba les solucions de:

a)  $\frac{5}{x+2} + \frac{x}{x+3} = \frac{3}{2}$

b)  $\frac{5}{x+2} + \frac{x}{x+3} \leq \frac{3}{2}$

(1,25\*2=2,5 punts)

3

$$\frac{5}{x+2} + \frac{x}{x+3} - \frac{3}{2} = 0$$

$$\frac{2 \cdot 5(x+3) + 2(x+2)x - 3(x+2)(x+3)}{(x+2)(x+3) \cdot 2} = 0$$

$$\frac{10x + 30 + 2x^2 + 4x - 3[x^2 + \overset{5x}{2x+3x} + 6]}{(x+2)(x+3) \cdot 2} = 0$$

$$\frac{10x + 30 + 2x^2 + 4x - 3x^2 - 15x - 18}{(x+2)(x+3) \cdot 2} = 0$$

$$\frac{-x^2 - x + 12}{(x+2)(x+3) \cdot 2} = 0$$

Estudem els signes de  $f(x) = \frac{-x^2 - x + 12}{2(x+2)(x+3)}$

x	-4	-3	-2	3
f(x)	0			0

Ⓘ Cerca x on  $f(x) = 0$ . Els zero dels denominadors que són  $x+2=0 \Rightarrow x=-2$   
 $x+3=0 \Rightarrow x=-3$

Ⓣ Cerca x t q  $f(x) < 0 \Rightarrow -x^2 - x + 12 = 0$   
 $x^2 + x - 12 = 0$   
 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2}$   
 $x = \left\langle \begin{matrix} \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{-8}{2} = -4 \end{matrix} \right.$

III) Dado valores en las zonas por determinar los signos de  $F(x)$

$$x = -5 \quad F(-5) = \frac{-25 + 5 + 12}{2(-)(-)} = \frac{-}{+} < 0$$

$$x = -3,5 \quad F(-3,5) = \frac{-12,25 + 3,5 + 12}{2(-)(-)} = \frac{+}{+} > 0$$

$$x = -2,5 \quad F(-2,5) = \frac{-6,25 + 2,5 + 12}{2(-)(+)} = \frac{+}{-} < 0$$

$$x = 0 \quad F(0) = \frac{12}{2 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{+}{+} > 0$$

$$x = 4 \quad F(4) = \frac{-16 - 4 + 12}{2(+)(+)} = \frac{-}{+} < 0$$

$x$	$-4$	$-3$	$-2$	$3$	
$F(x)$	$-$	$0$	$+$	$-$	$0$
					$-$

I Análisis la tabla de signos para contestar

a)  $F(x) = 0 \iff x = -4 \text{ o } x = 3$

b)  $F(x) \leq 0 \iff \forall x \in (-\infty, -4] \cup (-3, -2) \cup [3, +\infty)$

4) Resol els sistemes següents:

$$a) \begin{cases} \frac{x+1}{3} + y = 1 \\ \frac{x-3}{4} + 2y = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 9 - 2x > 5 \\ x^2 + x \geq 2 \end{cases}$$

(1\*2=2 punts)

④

$$a) \begin{cases} \frac{x+1}{3} + y = 1 \\ \frac{x-3}{4} + 2y = 1 \end{cases} \begin{matrix} \cdot 3 \\ \cdot 4 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} x+1+3y=3 \\ x-3+8y=4 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x+3y=2 \\ x+8y=7 \end{cases} \xrightarrow{2a-1a} \begin{cases} 5y=5 \\ y=1 \end{cases}$$

Substit en la 1a

$$\begin{cases} x+3=2 \\ x=-1 \end{cases} \Rightarrow$$

Solució ÚNICA  $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$



$$b) \begin{cases} 9-2x > 5 \\ x^2+x > 2 \end{cases} \Rightarrow$$

1a INEQ

$$\begin{aligned} 9-2x > 5 \\ -2x > 5-9 \\ -2x > -4 \\ x < \frac{-4}{-2} \\ \boxed{x < 2} \end{aligned}$$

2a INEQ  $x^2+x-2 \neq 0$

$x$	$-2$	$1$
$x^2+x-2$	$+0$	$-0+$

• Busco las raíces

$$x^2+x-2=0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{2}{2} = 1 \\ \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}$$

•  $a=1 \Rightarrow$  ~~BRANCA~~  $x \in (-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$

1a INEQ  $x < 2$

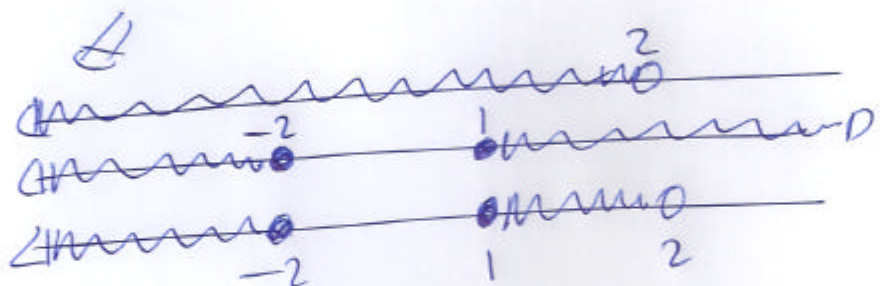
2a INEQ  $\forall x \in (-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$

SOLUCIONS

1a INEQ

2a INEQ

SISTEMA



SOLUCIÓ del sistema

$$\forall x \in (-\infty, -2] \cup [1, 2)$$