



Nom: _____

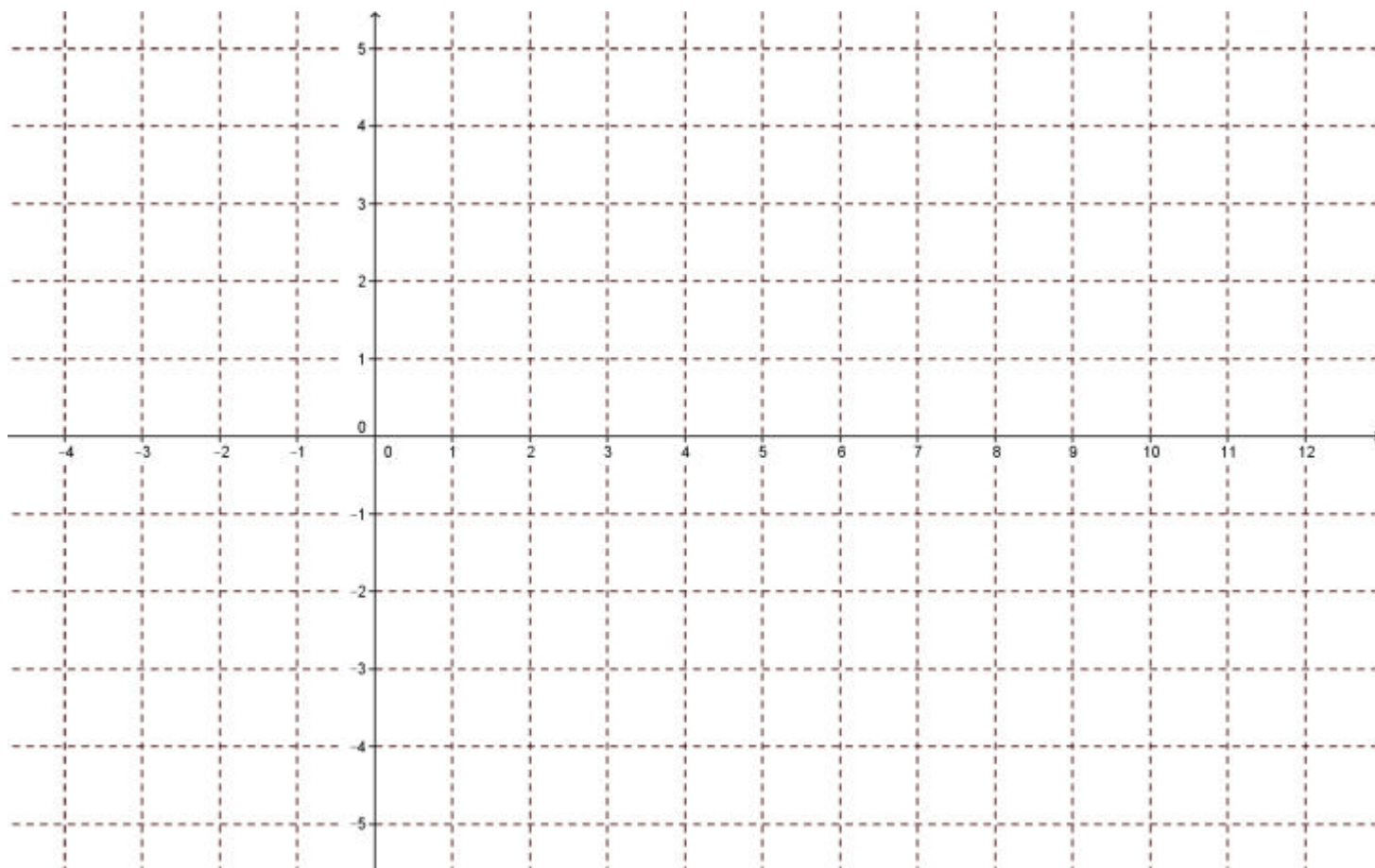
Grup: _____

1) Donada la funció $f(x) = x^4 - 8x^2$

- a) Calculeu la recta tangent i la normal en el punt de $x=1$
- b) Estudieu la seva simetria.
- c) Estudieu la seva monotonia (creixement, decreixement, màxims i mínims locals)
(1,5+0,5+2=4 punts)

2) Donada la funció $f(x) = \frac{1}{8x - x^2}$

- a) Determineu quin és el seu domini i on és contínua
- b) Trobeu les seves asímptotes i l'aspecte de la gràfica al seu voltant.
- c) Calculeu i simplifiqueu la primera derivada
- d) Estudieu la seva monotonia (creixement, decreixement, màxims i mínims locals)
- d) Feu un dibuix aproximat de la gràfica de la funció
(0,5+2+1+1,5+1=6 punts)



1) Donada la funció $f(x) = x^4 - 8x^2$

- a) Calculeu la recta tangent i la normal en el punt de $x=1$
b) Estudieu la seva simetria.
c) Estudieu la seva monotonia (creixement, decreixement, màxims i mínims locals)
(1,5+0,5+2=4 punts)

① $f(x) = x^4 - 8x^2$
 $f'(x) = 4x^3 - 16x = 4x(x^2 - 4)$

a) PT de $x=1$ és $(1, f(1)) = (1, -7)$
 $f(1) = 1^4 - 8 \cdot 1^2 = 1 - 8 = -7$

- Pendent de la recta tangent en ell és
 $m = f'(1) = 4 \cdot 1^3 - 16 \cdot 1 = 4 - 16 = -12$
- I el pendent de la recta NORMAL és
 $m = \frac{-1}{f'(1)} = \frac{-1}{-12} = \frac{1}{12}$

• Així doncs les dues rectes demanades són:

<u>TANGENT en $(1, -7)$</u> amb $m = -12$ $y + 7 = -12(x - 1)$ $y + 7 = -12x + 12$ $y = -12x + 5$	<u>NORMAL en $(1, -7)$</u> amb $m = 1/12$ $y + 7 = \frac{1}{12}(x - 1)$ $12y + 84 = x - 1$ $12y = x - 85$ $y = \frac{x}{12} - \frac{85}{12}$
--	--

b) $f(x) = x^4 - 8x^2$
 $f(-x) = (-x)^4 - 8(-x)^2 = x^4 - 8x^2$

com $f(x) = f(-x)$
ÉS PARELLA

C) Hemos de estudiar el signo de la 1ª derivada.

$$f'(x) = 4x^3 - 16x = 4x(x^2 - 4) = 4x(x+2)(x-2)$$

x	-2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
y												
y'	-	-	0	+	+	0	-	-	0	+	+	+

- Harco PTS or $\nabla \int^0(x) : CAP$

- Also PTS on $f'(x) = 0$

$$4x(x+2)(x-2) = 0 \quad \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \\ x=2 \end{cases}$$

- Daro valores a las zonas de $f'(x)$ para descubrir el seu signe

$$f'(-3) = 4(-3)^3 - 16(-3) = 4(-27) + 48 = -60 < 0$$

$$f'(-3) = 4(-3)^2 - 16(-3) = 4(9) + 48 = 84 > 0$$

$$f'(-1) = 4(-1)^2 - 16(-1) = 4(1) + 16 = 20 > 0$$

$$f'(1) = 4(1)^2 - 16(1) = 4 - 16 = -12 < 0$$

$$f'(-1) = 4(-1) - 16(-1) = 12 > 0$$

$$f'(1) = 4 \cdot 1 - 16 \cdot 1 = 4 - 16 = -12 < 0$$

$$f'(2) = 4 \cdot 2 - 16 \cdot 2 = 8 - 32 = -24 < 0$$

$$f'(3) = 4 \cdot 3^3 - 16 \cdot 3 = 4 \cdot 27 - 48 = 60 > 0$$

- A la vista del signo de $f'(x)$ determino la monotonía (*)

$\mathbb{R} \setminus \{0\} \quad \forall x \in (-2, 0) \cup (2, +\infty)$

DECREIX $\forall x \in (-\infty, -2) \cup (0, 2)$

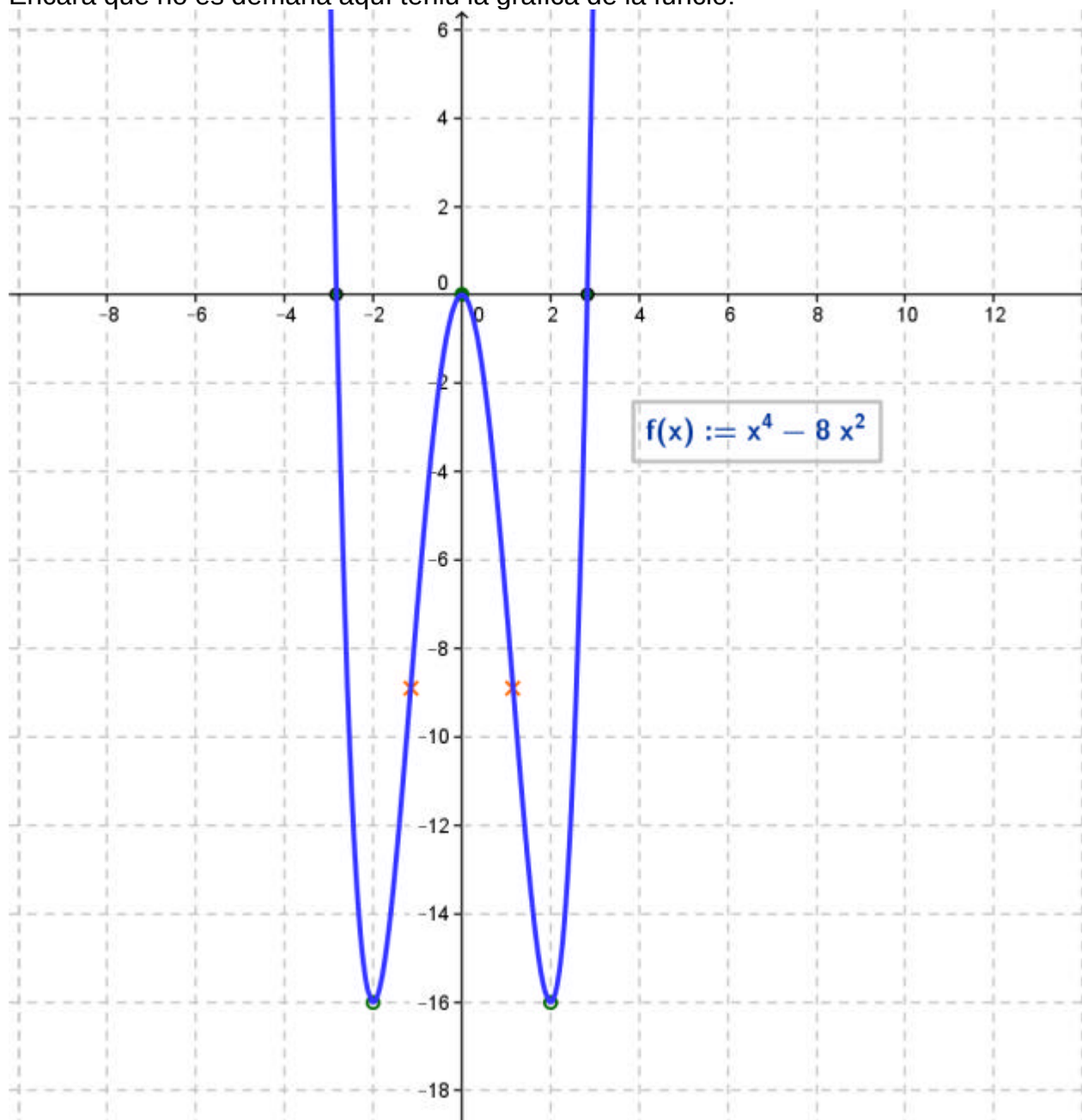
$\text{DECREIX } f(x) \in (-\infty, -1) \cup (0, 1)$
 TÁ UN MÁXIM^{LOCAL} EN $x=0$ E O LIN $(0, f(0)) = (0, 0)$

té dos níveis locais.

DOS PONTOS LOCAIS
em $x = -2$ é a des. em $(-2, f(-2)) = (-2, -16)$
em $x = 2$ é a des. em $(2, f(2)) = (2, -16)$

$\text{en } x = -2$ $\hat{e}$ a des $\text{en } (2, f(2)) = (2, -16)$
 $\text{en } x = 2$ $\hat{e}$ a des

Encara que no es demana aquí teniu la gràfica de la funció:



2) Donada la funció $f(x) = \frac{1}{8x - x^2}$

- Determineu quin és el seu domini i on és contínua
- Trobeu les seves asímptotes i l'aspecte de la gràfica al seu voltant.
- Calculeu i simplifiqueu la primera derivada
- Estudieu la seva monotonia (creixement, decreixement, màxims i mínims locals)
- Feu un dibuix aproximat de la gràfica de la funció

(0,5+2+1+1,5+1=6 punts)

② $f(x) = \frac{1}{8x - x^2}$

a) DOMINI i CONTÍNUA en $\mathbb{R} - \{0, 8\}$
 No es anul·la el denominador.
 $8x - x^2 = 0$
 $x(8 - x) = 0 \rightarrow x = 0$
 $x = 8$

b) ASÍMPTOTES VERTICALS

- $x = 0$
 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty$
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$
 $\Rightarrow x = 0$ és ASÍMPTOTA i l'aspecte de la gràfica al seu voltant és 
- $x = 8$
 $\lim_{x \rightarrow 8^-} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow 8^+} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty$
 $\Rightarrow x = 8$ és ASÍMPTOTA i l'aspecte de la gràfica al seu voltant és 

Una de les denominadors $y = -x^2 + 8x$ 

ASÍMPT. HORIZONTALS

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{8x - x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{-x^2} = \frac{1}{-\infty} = 0^-$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{8x - x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-x^2} = \frac{1}{-(+\infty)} = -\frac{1}{\infty} = 0^-$
 $\Rightarrow y = 0$ és ASÍMPTOTA per $x \rightarrow \pm \infty$ i l'aspecte de la gràfica al seu voltant és 

$$c) f(x) = \frac{1}{8x - x^2}$$

$$f'(x) = \frac{0 \cdot (8x - x^2) - 1(8 - 2x)}{(8x - x^2)^2} = \frac{-8 + 2x}{(8x - x^2)^2}$$

d) Cal estudiar els signes de $f'(x)$

x		0	4	8	
f(x)			$\frac{1}{16}$		
f'(x)	- -	- -	0	+ +	+ +

• Ponto on $f'(x) \neq 0$

• Ponto on $f'(x) = 0 \Rightarrow -8 + 2x = 0$
 $2x = 8$
 $x = 4$

• Dono valors a les zones de $f'(x)$ per determinar el seu signe

$$\left. \begin{array}{l} f'(-1) = \frac{-}{+} < 0 \\ f'(1) = \frac{-}{+} < 0 \\ f'(5) = \frac{+}{+} > 0 \\ f'(9) = \frac{+}{+} > 0 \end{array} \right\}$$

• A la vista dels signes de $f'(x)$ determino la MONOTONIA (*)

CREIX $\forall x \in (4, 8) \cup (8, +\infty)$

DECREIX $\forall x \in (-\infty, 0) \cup (0, 4)$

TE UN PUNTA LOCAL en $x = 4$ és a dir en $(4, f(4))$
 $= (4, \frac{1}{16}) = (4, 0,0625)$

d) Recollim tots aquests resultats en la Taula resum i fem el dibuix aproximat de la funció

x	0		4		8	
y	↘	↘	↘	↘	↗	↗
y'	-	-	-	-	0	+

$x=0$ ASÍMPTOTES
 $y=0$
 per $x \rightarrow \pm\infty$

$x=8$

