

Nom, Cognoms i Grup:

Un Bloc suspès: S' han de fer tots els exercicis del bloc corresponent

Dos Blocs suspesos: S' han de fer els exercicis marcats amb ** (1, 2, 3, 4, 7, 9 i 11)

BLOC I

1. ****Resol:**

$$\frac{15}{x+2} - \frac{3x+1}{x^2-4} = \frac{10-x^2}{x-2}$$

2. ****Resol:**

$$\begin{cases} a) & x^2 - 4x \geq 5 \\ & -3(x+5) < 7 + 8x \end{cases} \qquad b) \quad |3x+6| > 9$$

3. ****Resol:**

a) $5^{3x+2}=3$

b) $\log(x-5)+\log(x+5)=\log(2x-1)$

4. ****El teu avi et fa un préstec perquè et compris un IPHONE 6 PLUS que val 799€. Diu que et cobrarà només un 1,2% d'interès anual, i tu et compromets a tornar-lo mensualment durant 2 anys. Quina és la mensualitat que li pagaràs al teu avi?**

5. Dibuixa la funció $y = \cos x$ i a partir d'ella: $y = \cos(x) + 2$; $y = \cos(x + \pi)$; $y = |\cos x|$

6. Calcula els dominis de definició de les funcions següents:

a) $y = \ln|9 - 3x|$

b) $y = \sqrt[3]{x-5}$

c) $y = \sqrt{x-5}$

BLOC II

7. **** Troba les funcions derivades:**

a) $y = \tan^3(3x - 1)$

b) $y = 5x^3 \cdot \ln 3x$

8. Calcula els límits següents:

a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^4 - 7x}}{x^2 - 8x}$

9. ****Donada la funció** $f(x) = \frac{2}{x^2 - 3x}$

- a) El domini i les asímptotes
- b) Intervals de monotonia i extrems relatius
- c) Dibuixa la funció

10. Troba l'equació de la recta tangent a la funció $y = e^{2x}$ en el punt d'abscissa $x = 0$

11. ****Hem comparat** el percentatge de vots de les últimes eleccions municipals a 5 districtes de la ciutat de Barcelona a dues candidatures:

% de vots	Eixample	Ciutat Vella	Gràcia	Sants - Montjuïc	Les Corts
$X_i = \text{CUP}$	8,34	8,52	11,67	8,43	5,8
$Y_i = \text{PP}$	7,76	7,32	6,08	7,58	11,82

Calculeu:

- a) De cada variable la mitjana aritmètica i la desviació tipus.
- b) La covariància de les dues variables i el coeficient de correlació lineal. Interpreta el resultat
- c) Si sabem que al districte d'Horta-Guinardó les CUP han obtingut un 8%, quin és el % de vots que podem suposar que ha obtingut el PP? Explica quina recta de regressió has fet servir i escriu la seva equació. És fiable aquest resultat?

Puntuació

BLOC I

Exercici	1 **	2**	3**	4**	5	6	TOTAL
Puntuació global	1,5	2	2	1,5	1,5	1,5	10
Desglossament	1,5	1+1	1+1	1,5	0,6+0,3+0,3+0,3	0,5*3	10

BLOC II

Exercici	7**	8	9**	10	11**	TOTAL
Puntuació global	2	2	3	1	2	10
Desglossament	1+1	1+1	1,2+1,2+0,6	1	0,8+ 0,6+0,6	10

La puntuació de qui ha de fer els dos Blocs és

Nota sobre 7	Puntuació màxima	Nota sobre 10
BLOC I (x)	$1,5+2+2+1,5 = 7$	$x \cdot 10/7$
BLOC II (y)	$2+3+2 = 7$	$y \cdot 10/7$

$$\textcircled{1} \quad \frac{15}{x+2} - \frac{3x+1}{x^2-4} = \frac{10-x^2}{x-2}$$

$$M \cap N(x+2, x^2-4, x-2) = (x+2)(x-2) = x^2-4$$

$$\frac{(x+2)(x-2) \cdot 15}{(x+2)} - \frac{(x+2)(x-2)(3x+1)}{(x+2)(x-2)} = \frac{(x+2)(x-2)(10-x^2)}{(x+2)}$$

$$\frac{15x-30}{1} - \frac{3x+1}{1} = 10x - x^3 + 20 - 2x^2$$

$$x^3 + 2x^2 + 15x - 3x - 10x - 30 - 1 - 20 = 0$$

$$x^3 + 2x^2 + 2x - 51 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & 2 & -51 \\ 3 & & 3 & 15 & 51 \\ \hline & 1 & 5 & 17 & 0 \end{array}$$

$$x-3=0 \Rightarrow \boxed{x=3}$$

$$(x-3)(x^2+5x+17)=0$$

$$x^2+5x+17=0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 17}}{2} \Rightarrow \#$$

Solusi nones $x=3$

$$\textcircled{2} \text{ a) } x^2 - 4x \geq 5$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x - 5 \geq 0$$

$$\left. \begin{array}{l} y = x^2 - 4x - 5 = 0 \\ y = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x^2 - 4x - 5 = 0 \\ x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} \end{array}$$



$$x = \frac{4 \pm 6}{2} \begin{cases} 5 \\ -2 \\ -2 \\ -2 \end{cases} \Rightarrow -1$$

Solusi 1a $-1 \quad 5$

$$(-\infty, -1] \cup [5, +\infty)$$

$$\text{2a) } -3(x+5) < 7+8x$$

$$-3x - 15 < 7 + 8x$$

$$-15 - 7 < 3x + 8x$$

$$-22 < 11x$$

$$\frac{-22}{11} < x$$

$$\boxed{-2 < x}$$

Solusi 2a



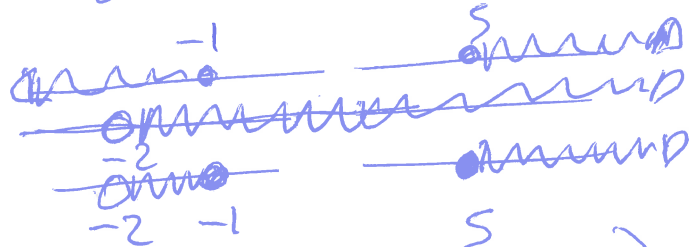
$$(-2, +\infty)$$

Así dones la solución del sistema es:

1a INEQ

2a INEQ

Solución del SISTEMA



$$\forall x \in (-2, -1] \cup [5, +\infty)$$

b) $|3x+6| > 9 \iff 3x+6$



$$\Rightarrow 3x+6 < -9$$

$$3x < -9-6$$

$$3x < -15$$

$$x < \frac{-15}{3}$$

$$x < -5$$

Solución ~~Number line~~ -5

$$3x+6 > 9$$

$$3x > 9-6$$

$$3x > 3$$

$$x > \frac{3}{3}$$

$$x > 1$$



$$(-\infty, -5) \cup (1, +\infty)$$

3

a) $5^{3x+2} = 3$

$$\ln(5^{3x+2}) = \ln 3$$

$$(3x+2) \ln(5) = \ln 3$$

$$3x+2 = \frac{\ln 3}{\ln(5)}$$

$$3x = \frac{\ln(3)}{\ln(5)} - 2$$

$$x = \frac{1}{3} \left(\frac{\ln(3)}{\ln(5)} - 2 \right)$$

$$x \approx -0,439131268$$

$$b) \lg(x-5) + \lg(x+5) = \lg(2x-1)$$

$$\lg((x-5)(x+5)) = \lg(2x-1)$$

$$(x-5)(x+5) = 2x-1$$

$$x^2 - 25 - 2x + 1 = 0$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 24}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{2 \pm 10}{2} = \begin{cases} \frac{12}{2} = 6 \\ \frac{-8}{2} = -4 \end{cases}$$

COMPROVACIÓ

$x=6$ Sí que val $\lg(1) + \lg(11) = \lg 11$ Sí

$x=-4$ No val ja $\nexists \lg(-8-1)$

4) ES UNA ANUATITZACIÓ dels préstec que et fa l'au

$$C = 799 \text{ €}$$

$$R = 12\%$$

Pagaments Mensuals

$$m = 24 \uparrow$$

2 ANYS

$$\Rightarrow i = \frac{r}{12} = \frac{0,12}{12} = 0,01 \Rightarrow \text{Si m'è la MENSUALITAT A PAGAR}$$

$$m = C \frac{(1+i)^m \cdot i}{(1+i)^m - 1} = 799 \frac{(1,01)^{24} \cdot 0,01}{[(1,01)^{24} - 1]} = \frac{33,71 \text{ €}}{33,7094 \text{ €}}$$

HAS de pagar al teu auè 33,71 € cada mes durant 2 ANYS

6) DONINIS

a) $y = \ln |9 - 3x|$

cal que $9 - 3x > 0$

$$-3x > -9$$

$$x < \frac{-9}{-3}$$

$$x < 3$$

$$\text{DONINIS} = (-\infty, 3)$$

b) $y = \sqrt[3]{x-5}$

\Rightarrow DONINIS = \mathbb{R}
Ja que è enel d'index
senar

c) $y = \sqrt{x-5}$

cal que $x-5 \geq 0 \Rightarrow x \geq 5$

} DONINIS = $[5, +\infty)$

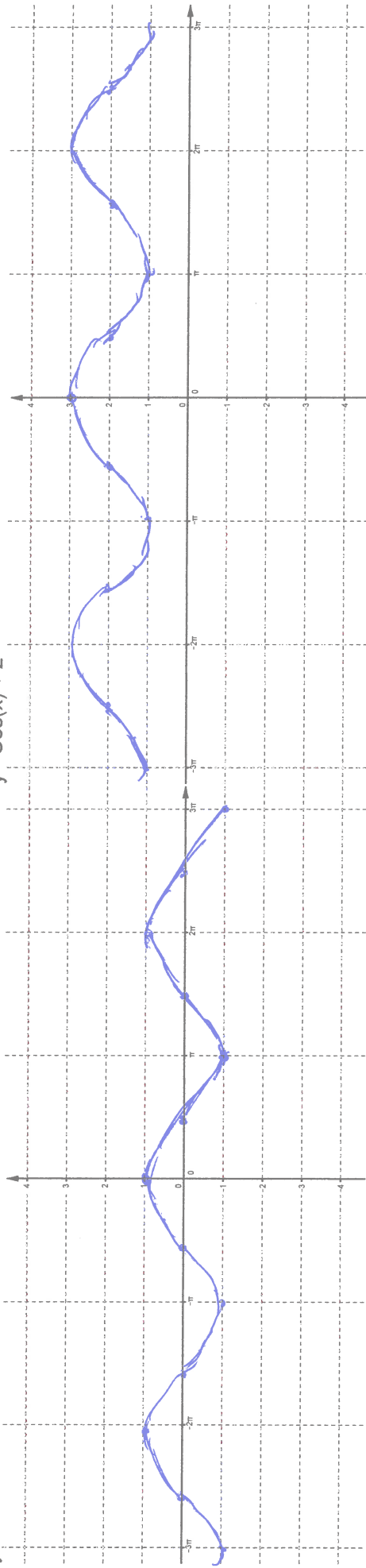
5

Atenció en aquestes graelles l'angle (x) està en radians.

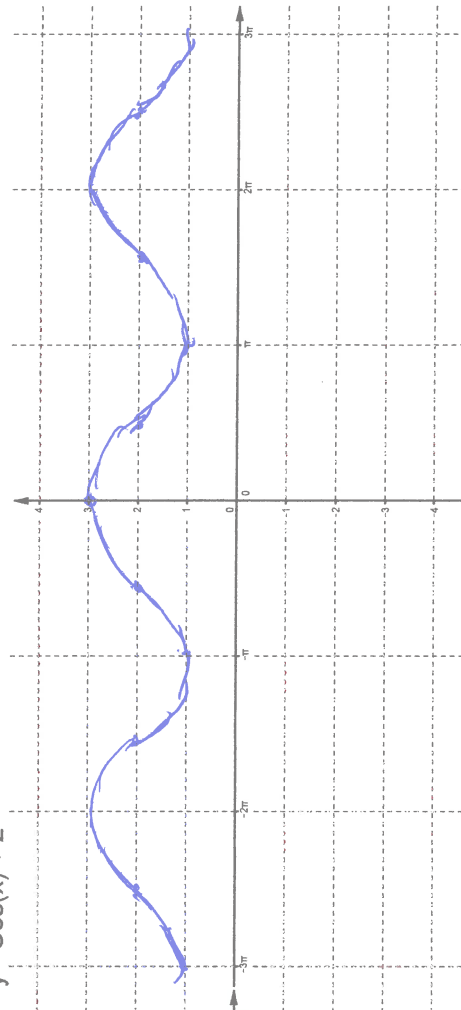
Eix OX: Les marques van des de -3π fins el 3π . Eix OY: Les marques van des de -4 fins el 4

$\pi + 2$

$y = \cos x$

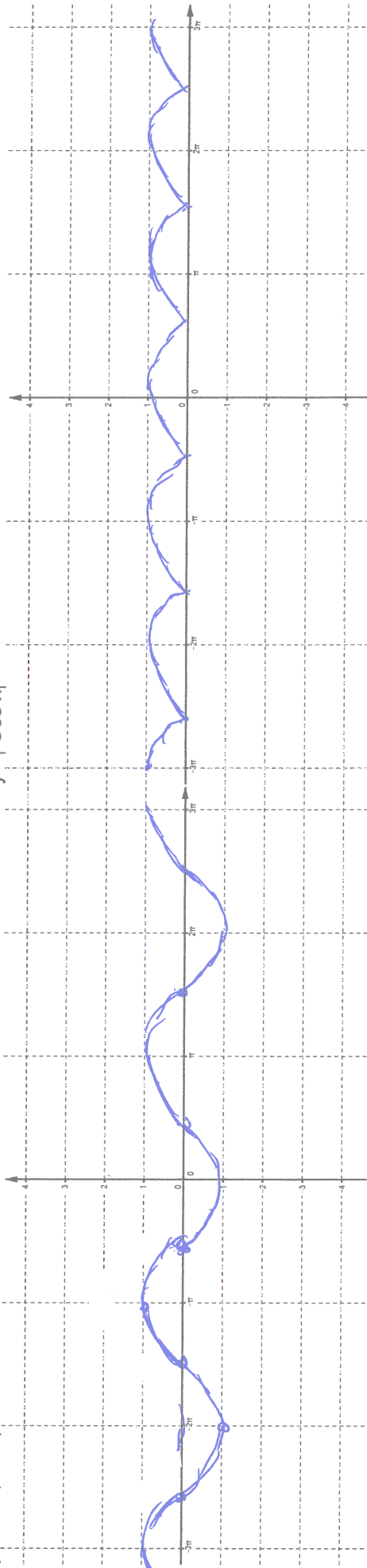


$y = \cos(x) + 2$

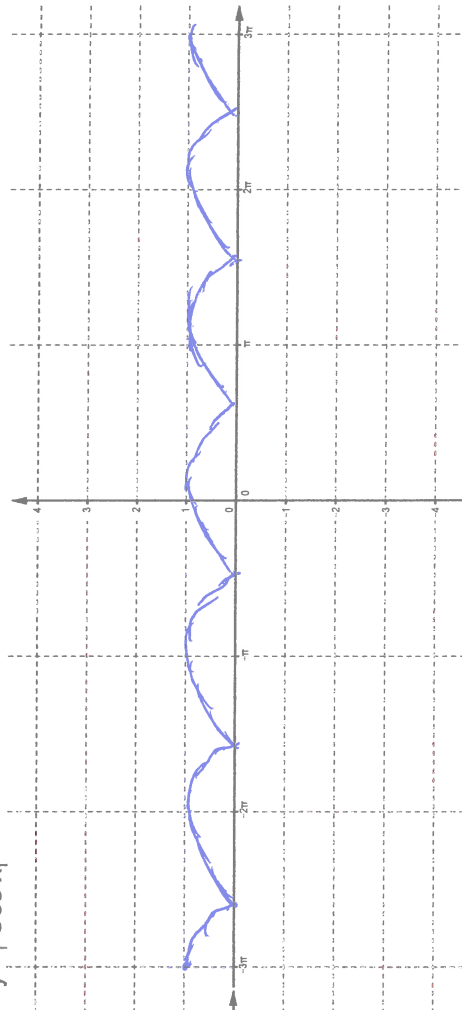


π

$y = \cos(x + \pi)$



$y = |\cos x|$



7 DERIVADA

a) $y = \tan^3(3x-1)$

$y' = 3 \tan^2(3x-1) \cdot \frac{1}{\cos^2(3x-1)} \cdot 3$

b) $y = 5x^3 \ln(3x)$

$y' = 15x^2 \ln(3x) + 5x^3 \frac{1}{3x} =$

$y' = 15x^2 \ln(3x) + 5x^2 = 5x^2(3 \ln(3x) + 1)$

8 LIMITS

a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 2} = \frac{0}{0}$ INDETERMINACIÓ

que indica que en pot simplificar en $x+2$
 Peu suprimir o directament

$$\begin{array}{r|rrr} -2 & 1 & 0 & -4 \\ & & -2 & 4 \\ \hline & 1 & -2 & 0 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r|rrr} -2 & 1 & 0 & -4 \\ & & -2 & 4 \\ \hline & 1 & -2 & 0 \end{array}} \right\} x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$$

$$\begin{array}{r|rrr} -2 & 1 & 2 & -2 \\ & & -2 & 2 \\ \hline & 1 & -1 & 0 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r|rrr} -2 & 1 & 2 & -2 \\ & & -2 & 2 \\ \hline & 1 & -1 & 0 \end{array}} \right\} x^2 + x - 2 = (x+2)(x-1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\cancel{(x+2)}(x-2)}{\cancel{(x+2)}(x-1)} = \frac{-2-2}{-2-1} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^4 - 7x}}{x^2 - 8x} = \frac{\infty}{\infty}$ però agafant =
 el MAJOR GRADU

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^4}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2$$

9) $f(x) = \frac{2}{x^2 - 3x}$

a) DOMINI

Nem quan s'anul·la el denominador

$$x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0 \begin{cases} x=0 \\ x-3=0 \Rightarrow x=3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{DOMINI}(f) = \mathbb{R} - \{0, 3\}$$


ASÍMPTOTES VERTICALS

$x=0$

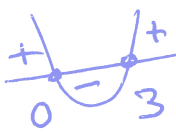
$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{2}{0} = -\infty$$

$x=0$ és ASÍMPT
i l'aspecte
del seu
vertical
és:



$y = x^2 - 3x$

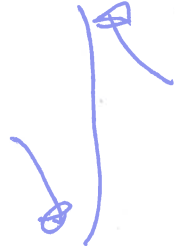


$x=3$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \frac{2}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$x=3$ és ASÍMPT
i l'aspecte de
la gràfica al
seu vertical
és:



HORITZONTAL $y=0$ ja que

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x^2 - 3x} = \frac{2}{+\infty} = 0^+$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{2}{+\infty} = 0^+$$

$y=0$



$$b) f'(x) = \frac{-2(2x-3)}{(x^2-3x)^2}$$

x		0	$\frac{3}{2}$	3	
y	\nearrow		$\nearrow -0,8$	\searrow	\nearrow
y'	+	+	0	-	-

- Porque en $f'(x) \neq 0 \Rightarrow x=0 ; x=3$
- Porque en $f'(x)=0 \Rightarrow 2x-3=0$
 $2x=3$
 $x=\frac{3}{2}$
- Ponent valor a las zonas de $f'(x)$

$$f'(-1) = +$$

$$f'(1) = +$$

$$f'(2) = -$$

$$f'(4) = -$$

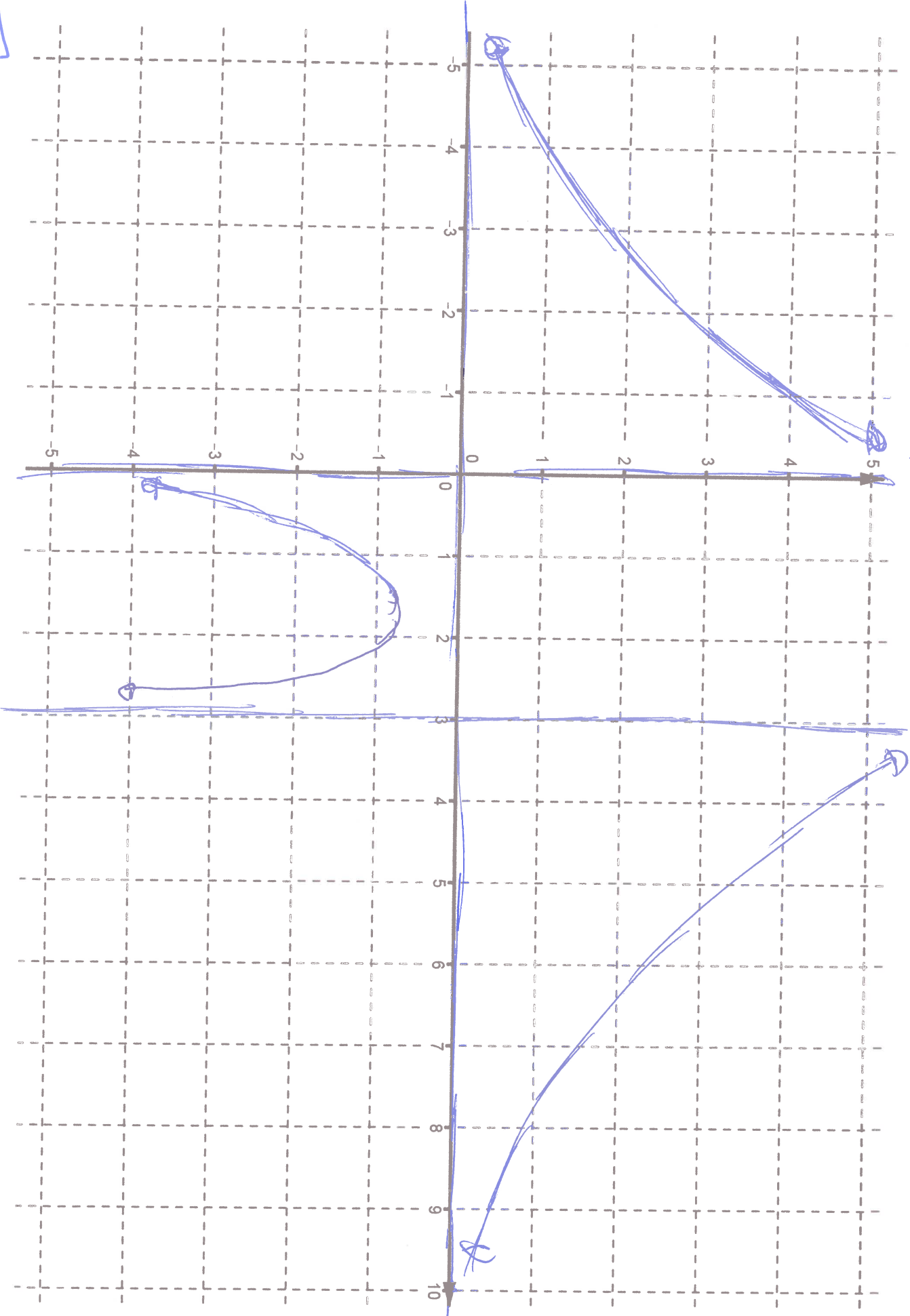
Y a la VISTA del signo de $f'(x)$ determino la MONOTONIA

CREIX $\forall x \in (-\infty, 0) \cup (0, \frac{3}{2})$

DECREIX $\forall x \in (\frac{3}{2}, 3) \cup (3, +\infty)$

En $x = \frac{3}{2}$ té un MÀXIM RELATIU $(\frac{3}{2}, f(\frac{3}{2})) = (\frac{3}{2}, \frac{-8}{9})$
 $= (1,5, -0,8)$

51



$x=0$

$x=3$

$y=0$

10

$$y = e^{2x}$$

$$y' = e^{2x} \cdot 2 = 2e^{2x}$$

$$x=0 \Rightarrow f(0) = e^{2 \cdot 0} = e^0 = 1 \Rightarrow \underline{\underline{\text{PT } (0, 1)}}$$

de tangència

$$\text{Pendent } m = f'(0) = 2 \cdot e^{2 \cdot 0} = 2 \cdot e^0 = 2 \cdot 1 = 2$$

\Rightarrow la recta buscada és

$$(y - y_0) = m(x - x_0)$$

$$y - 1 = 2(x - 0)$$

$$\boxed{y = 2x + 1}$$

11

Hem comparant el % de vots de les últimes eleccions municipals a 5 districtes de la ciutat de Barcelona a dues candidatures:

% de vots	Eixample	Ciutat Vella	Gracia	Sants Montjuïc	Les Corts
CUP = Xi	8,34	8,52	11,67	8,43	5,80
PP= Yi	7,76	7,32	6,08	7,58	11,82

a)

Dades	
X	Y
8,34	7,76
8,52	7,32
11,67	6,08
8,43	7,58
5,8	11,82

	X	Y
Mitjana	8,552	8,112
Desv. estàndard	1,86313	1,94486
N. de dades	5	
Covariància	-3,2751	
Coef. corr. lineal	-0,9038	

Prediccions			
X	Y(X)	Y	X(Y)
8	8,6328		

	Eix x	Eix y
Mínim		
Màxim		
Unitats		

$y = -0,9435x + 16,1806$

$x = -0,8658y + 15,5758$

Esborrar-ho tot

Eixos automàtics

Eixos optimitzats

Eixos manuals

Eixos punt mitjà

Fora eixos punt mitjà

Gràfica