



Nom: \_\_\_\_\_

Grup: \_\_\_\_\_

1. Hi ha una urna amb 4 boles numerades del 1 al 4. L'experiment aleatori consisteix en treure una bola de l'urna i anotar el número corresponent. Però la cosa es complica ja que les boles estan trucades (no tenen el mateix pes) així doncs no tenen la mateixa probabilitat de sortir. Algú ens explica que la probabilitat de sortir un número és proporcional al seu quadrat.
  - a) Quina és la probabilitat de cada esdeveniment elemental d'aquest experiment.
  - b) Si repetim l'experiment dues vegades seguides (retornant la bola de la 1a extracció abans de treure la 2a bola) quina és la probabilitat d'obtenir dos nombre parells?  
*(1,5+1,5=3 punts)*
  
2. A i B són esdeveniments d'un experiment aleatori. Si sabem que  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(\bar{B}) = \frac{2}{3}$   
i  $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \frac{3}{4}$  calculeu  $P(A \cap B)$  i  $P(B|A)$   
*(1 punt)*
  
3. En un examen entren 10 temes dels quals només heu estudiat 6. A l'examen es trien a l'atzar 3 temes (diferents) que s'han de desenvolupar. Calculeu:
  - a) La probabilitat que de pugueu contestar totes les preguntes.
  - b) La probabilitat de que no pugueu contestar cap pregunta.
  - c) La probabilitat de pugueu contestar com a mínim una pregunta.  
*(0,75+0,75+0,75=2,25 punts)*
  
4. En una certa població animal el 60% són mascles. El 20% de les femelles pateix certa malaltia i el 15% dels mascles també. Es tria un animal a l'atzar.
  - a) Sabent que és mascle, quina és la probabilitat de que estigui malalt?
  - b) Quina és la probabilitat de ser femella i estar sana?
  - c) Quina és la probabilitat de que l'animal triat estigui sa.
  - d) Si l'animal triat està malalt, quina és la probabilitat de que sigui femella?  
*(0,25+0,5+1+1=2,75 punts)*
  
5. Donat un experiment aleatori.
  - a) Quan diem que dos esdeveniment A i B són independents?
  - b) Doneu un exemple de dos esdeveniment dependents i un altre de dos esdeveniment independents.  
*(1 punt)*



Nom: \_\_\_\_\_

Grup: \_\_\_\_\_

1. Hi ha una urna amb 4 boles numerades del 1 al 4. L'experiment aleatori consisteix en treure una bola de l'urna i anotar el número corresponent. Però la cosa es complica ja que les boles estan trucades (no tenen el mateix pes) així doncs no tenen la mateixa probabilitat de sortir. Algú ens explica que la probabilitat de sortir un número és proporcional al seu quadrat.

a) Quina és la probabilitat de cada esdeveniment elemental d'aquest experiment.

$P(n) = n^2 \cdot K$  així doncs com  $P(E) = 1$  i els esdeveniments elementals són incompatibles entre sí 2 a 2 resulta que

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 1$$

$$1^2 \cdot K + 2^2 \cdot K + 3^2 \cdot K + 4^2 \cdot K = k + 4k + 9k + 16k = 30K = 1$$

$$K = \frac{1}{30}$$

així doncs ja podem contestar  $P(1) = \frac{1}{30}$ ,  $P(2) = \frac{4}{30}$ ,  $P(3) = \frac{9}{30}$ ,  $P(4) = \frac{16}{30}$

- b) Si repetim l'experiment dues vegades seguides (retornant la bola de la 1a extracció abans de treure la 2a bola) quina és la probabilitat d'obtenir dos nombre parells?

Com és amb reemplaçament les dues extraccions són independents entre sí, així doncs:

$$\begin{aligned} P(1a \text{ parella i } 2a \text{ parella}) &= P(1a \text{ parella}) \cdot P(2a \text{ parella} \mid 1a \text{ parella}) = \\ &= P(1a \text{ parella}) \cdot P(2a \text{ parella}) = \frac{20}{30} \cdot \frac{20}{30} = \frac{4}{9} \end{aligned}$$

(1,5+1,5=3 punts)

2. A i B són esdeveniments d'un experiment aleatori. Si sabem que  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(\bar{B}) = \frac{2}{3}$

$$\text{i } P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \frac{3}{4} \text{ calculeu } P(A \cap B) \text{ i } P(B \mid A)$$

Amb les dades del problema coneixem directament

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$$

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$P(\overline{\bar{A} \cup \bar{B}}) = P(A \cap B) = 1 - P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

Així doncs ja podem contestar:

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{1/4}{1/2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(1 punt)

3. En un examen entren 10 temes dels quals només heu estudiat 6. A l'examen es trien a l'atzar 3 temes (diferents) que s'han de desenvolupar. Calculeu:
- La probabilitat que de pugueu contestar totes les preguntes.
  - La probabilitat de que no pugueu contestar cap pregunta.
  - La probabilitat de pugueu contestar com a mínim una pregunta.

Si feu l'esquema en arbre les dues primeres són molt ràpides

$$a) P(\text{encertar les 3}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{1}{6}$$

$$b) P(\text{no saber cap de les 3}) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{1}{30}$$

c) Aquests esdeveniment és el contrari del de l'apartat b) així doncs

$$P(\text{contestar almenys 1}) = 1 - P(\text{no saber cap de les 3}) = 1 - \frac{1}{30} = \frac{29}{30}$$

(0,75+0,75+0,75=2,25 punts)

4. En una certa població animal el 60% són mascles. El 20% de les femelles pateix certa malaltia i el 15% dels mascles també. Es tria un animal a l'atzar.
- Sabent que és mascle, quina és la probabilitat de que estigui malalt?
  - Quina és la probabilitat de ser femella i estar sana?
  - Quina és la probabilitat de que l'animal triat estigui sa.
  - Si l'animal triat està malalt, quina és la probabilitat de que sigui femella?

$$a) P(\text{Malalt} | \text{mascle}) = 15\%$$

$$b) P(\text{Femella i sana}) = P(\text{Femella}) \cdot P(\text{Sana} | \text{Femella}) = 40\% \cdot 80\% =$$

$$\frac{40}{100} \cdot \frac{80}{100} = \frac{32}{100} = 32\%$$

c) Pel Teorema de probabilitats totals:

$$P(\text{Sa}) = P(\text{Mascle i sa}) + P(\text{Femella i sa}) = 60\% \cdot 85\% + 40\% \cdot 80\% = 83\%$$

d) Pel Teorema de Bayes

$$= \frac{P(\text{Femella} | \text{Malalt}) \cdot P(\text{Femella})}{1 - P(\text{Sa})} = \frac{20\% \cdot 40\%}{17\%} = \frac{8\%}{17\%} = \frac{8}{17} = 0,470588235 = 47,06\%$$

(0,25+0,5+1+1=2,75 punts)

5. Donat un experiment aleatori.

- Quan diem que dos esdeveniment A i B són independents?
- Doneu un exemple de dos esdeveniment dependents i un altre de dos esdeveniment independents.

$$a) A \text{ i } B \text{ són independents} \Leftrightarrow P(A|B)=P(A) \text{ i } P(B|A)=P(B) \Leftrightarrow P(A \cap B)=P(A) \cdot P(B)$$

b) Exemples. Hi ha molts

- Independents

A = "que un dia concret plougui" i

B = "que al llançar un dau surti 3"

- Dependents.

En el experiment de llançar un dau i apuntar el número que surt.

A = "surt un número  $\geq 2$ "      B = "Surt un número parell"

(1 punt)