Nom: **Grup:**

1. Troba el terme general de les successions següents i si algun d'elles és una progressió aritmètica o geomètrica identifica-la totalment donant el a_1 i la diferència (d) o la raó (r)

   a) 0,25; 0,55; 0,85; 1,15; ....

   b) $1, \frac{6}{5}, \frac{7}{5}, \frac{8}{5}, \frac{9}{5}, 2, \ldots$

   c) –9, 18, –36, 72, ...

   d) $\frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{14}, \frac{1}{19}, \ldots$

(1,75 punts)

2. Donada la successió de terme general $a_n = \frac{3n+5}{2} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

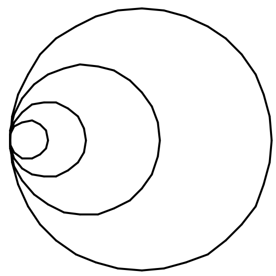
   a) Calculeu el terme 1005 de la successió.
   b) El número 2008 és de la successió? En el cas afirmatiu, quin lloc ocupa? (justifiqueu les resposta).
   c) El número 3000 és de la successió? En el cas afirmatiu, quin lloc ocupa? (justifiqueu les resposta).
   d) Demostreu que la successió és creixent?

(0,5·3+0,75=2,25 punts)

3. Calcula la suma dels múltiples de 3 que hi ha entre el 1000 i el 2000.

(2 punts)

4. La figura mostra una successió de circumferències tangents interiorment en un punt i tal que el radi de cadascuna és la meitat del radi de l'anterior. Si el radi de la 1a circumferència és 7 m aleshores:

   a) Escriu el terme general de la successió de les longituds d'aquestes circumferències.
   b) Troba la suma de les longituds de les 8 primeres circumferències anteriors.
   c) Es pot calcular la suma de totes les circumferències anteriors? Per què? Cas afirmatiu calcula aquesta suma.

(2 + 1+ 1 = 4 punts)

Nom: **Grup:**

1. Troba el terme general de les successions següents i si algun d'elles és una progressió aritmètica o geomètrica identifica-la totalment donant el a_1 i la diferència (d) o la raó (r)

   a) 0,25; 0,55; 0,85; 1,15; ....

   És una P.A, de a_1=0,25 i d=0,30 i el terme general és
   $a_n = 0,25 + 0,30\cdot(n-1) = 0,30\,n - 0,05$

   b) $1, \frac{6}{5}, \frac{7}{5}, \frac{8}{5}, \frac{9}{5}, 2, \ldots$

   És una P.A, de a_1=1 i d=1/5 i el terme general és $a_n = \frac{4+n}{5}$

   c) –9, 18, –36, 72, ...

   És una P.G. de a_1=–9 i r=–2 i el terme general és $a_n = -9\cdot(-2)^{n-1}$

   d) $\frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{14}, \frac{1}{19}, \ldots$

   No és ni P.A. ni P.G. i el seu terme general és $a_n = \frac{1}{5n-1}$

(1,75 punts)

2. Donada la successió de terme general $a_n = \frac{3n+5}{2} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

   a) Calculeu el terme 1005 de la successió.

   a_{1005}=(3·1005 +5)/2=1510

   b) El número 2008 és de la successió? En el cas afirmatiu, quin lloc ocupa? (justifiqueu les resposta).

   $\exists n \in \mathbb{N}$ *tal que* $a_n = 2008$?; $\frac{3n+5}{2} = 2008$;..../....; $n = 1337$

   Així doncs com n és un nombre natural la resposta és sí. I ocupa el lloc 1337 en la successió.

   c) El número 3000 és de la successió? En el cas afirmatiu, quin lloc ocupa? (justifiqueu les resposta).

   $\exists n \in \mathbb{N}$ *tal que* $a_n = 3000$?; $\frac{3n+5}{2} = 3000$;..../....; $n = \frac{5995}{3} = 1998,\overset{\frown}{3}$

   Així doncs com n NO és un nombre natural la resposta és NO

   d) Demostreu que la successió és creixent?

   Cal demostrar que

   $a_n \le a_{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$; $\frac{3n+5}{2} \le \frac{3(n+1)+5}{2}$; $(3n+5) \le 3(n+1)+5)$; $5 \le 8$

   I com $5 \le 8$ això és cert per a tots els naturals queda demostrat.

(0,5·3+0,75=2,25 punts)

3. Calcula la suma dels múltiples de 3 que hi ha entre el 1000 i el 2000.

Ens demanem la suma dels nombres 1002+1005+.....+1998
Observem que el que demanen és la suma d'uns quantes termes consecutius d'una P.A. de a_1=1002 i d=3.
Ara bé per saber quants termes sumem cal saber quin lloc ocupa el 1998 dins de la successió. És a dir hem de trobar el

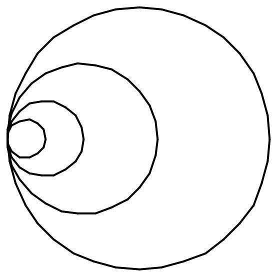
$n \in \mathbb{N}$ *tal que* $a_n = 1998$?; $\quad 1002 + (n-1)\cdot 3 = 1998$;..../....; $n = 333$

Amb la qual cosa sabem que la suma que ens demanen és

$$S_{333} = \frac{(a_1 + a_{333})\cdot 333}{2} = \frac{(1002+1998)\cdot 333}{2} = 499500$$

(2 punts)

4. La figura mostra una successió de circumferències tangents interiorment en un punt i tal que el radi de cadascuna és la meitat del radi de l'anterior. Si el radi de la 1a circumferència és 7 m aleshores:



a) Escriu el terme general de la successió de les longituds d'aquestes circumferències.

$a_1 = 2\cdot p \cdot 7 = 14p$ metres

$a_2 = 2\cdot p \cdot \frac{7}{2} = 7p$ metres

$a_3 = 2\cdot p \cdot \frac{7}{4} = \frac{7}{2}p$ metres

observem que és una P.G de $a_1 = 14p$ metres i r $= \frac{1}{2}$ i el seu

terme general és $a_n = 14p \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{14p}{2^{n-1}}$

b) Troba la suma de les longituds de les 8 primeres circumferències anteriors.

$$a_8 = a_1\left(\frac{1}{2}\right)^7 = 14p\,\frac{1}{128} = \frac{7p}{64}$$

$$S_8 = \frac{a_1 - a_8\cdot r}{1-r} = \frac{14p - \frac{7p}{64}\cdot\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = p\,\frac{14 - \frac{7}{128}}{\frac{1}{2}} = p\,\frac{1785}{128}\cdot\frac{2}{1} = \frac{1785}{128}p =$$

$= 27.890625p \simeq 87.6209826$ *metres*

c) Es pot calcular la suma de totes les circumferències anteriors? Per què? Cas afirmatiu calcula aquesta suma.
Sí que es pot calcular ja que el valor absolut de la raó és <1
I la suma val:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-r} = \frac{14p}{1-\frac{1}{2}} = \frac{14p}{\frac{1}{2}} = 28p = 879645943 \textit{ metres}$$

(2 + 1+ 1 = 4 punts)