Generalitat de Catalunya
Departament d'Educació i Universitats
Institut d'Educació Secundària
Jaume Balmes

Departament de Matemàtiques
MA - 2n de Batx
Funcions i límits

Nom: **Grup:**

1.- De la funció f(x)= $\left|-x^2+3x+4\right|$

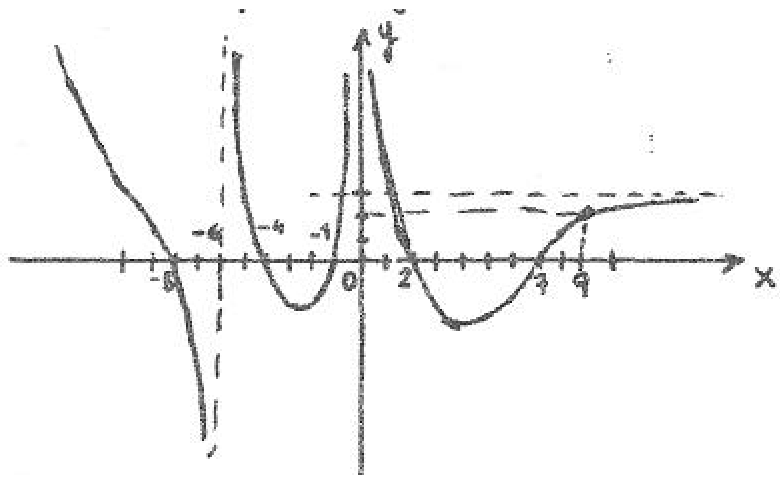
a) Expresseu-la com funció definida a trossos.
b) Dibuixeu la seva gràfica. Raoneu si és o no injectiva, exhaustiva o bijectiva.
c) Indiqueu quin és el seu domini màxim i el seu recorregut.

(1,5 punts)

2.- Defineix la funció y= arcsin (x) i indica quin és el seu domini i el seu recorregut.

(1 punt)

3.- Donada la funció y=f(x) de la gràfica adjunta calculeu



a) $\lim\limits_{x\to -6^-} f(x)=$
b) $\lim\limits_{x\to -6^+} f(x)=$
c) $\lim\limits_{x\to -4} f(x)=$
d) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=$
e) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=$
f) $f(9)=$
g) $\lim\limits_{x\to 7} f(x)=$
h) $\lim\limits_{x\to 9} f(x)=$
i) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=$
j) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=$

(1 punt)

4.- Calcula els límits següents:

a) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left[x^3-\log x\right]$ b) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{3^x}{x^2+1}$

(1,5 punt)

5.- Calcula:

a) $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\dfrac{2x-1}{3x+2}\right)^{x^2}$ b) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{2x-2}{3+2x}\right)^{x+1}$

(2 punts)

6.- Calcula el límit següent indicant el valor dels dos límits laterals: $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^2+x-2}{x^3+x^2-x-1}$

(1,5 punts)

7.- Calcula:

a) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left[\sqrt{3x^2-1}-2x\right]$ b) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\sqrt[3]{2x^5-1}}{\sqrt{x^4+2}}$

(1,5 punts)

1.- De la funció f(x)=$\left|-x^2+3x+4\right|$

a) Expresseu-la com funció definida a trossos.

Els trossos són (– ∞ ,–1), [–1,4] i (4,+ ∞). També x=–1 i x=4 es poden posar als intervals adjunts

b) Dibuixeu la seva gràfica. Raoneu si és o no injectiva, exhaustiva o bijectiva.

Només pot ser exhaustiva si es considera el conjunt final com R+. Punts = 0,35 (gràfica) + 3 · 0,05

c) Indiqueu quin és el seu domini màxim i el seu recorregut.

Dom= R Rec=R+

(1,5 punts)

2.- Defineix la funció y= arcsin (x) i indica quin és el seu domini i el seu recorregut.

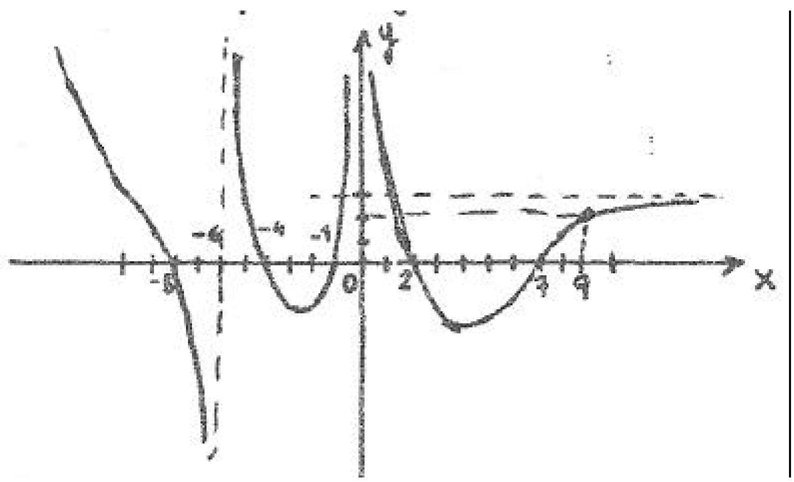
És la funció inversa de la funció y=sin(x) considerada amb domini = [–90º, 90º] =

$$\left[\frac{-p}{2}rad,\frac{p}{2}rad\right]$$

Domini = [–1,1] i recorregut = $\left[\frac{-p}{2}rad,\frac{p}{2}rad\right]$

(1 punt)

3.- Donada la funció y=f(x) de la gràfica adjunta calculeu



a) $\lim_{x\to-6^-} f(x) = -\infty$

b) $\lim_{x\to-6^+} f(x) = +\infty$

c) $\lim_{x\to-4} f(x) = 0$

d) $\lim_{x\to0^-} f(x) = -\infty$

e) $\lim_{x\to0^+} f(x) = +\infty$

f) $f(9) = 2$

g) $\lim_{x\to7} f(x) = 0$

h) $\lim_{x\to9} f(x) = 2$

i) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 3$

j) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

(1 punt)

4.- Calcula els límits següents:

a) $\lim_{x\to+\infty}\left[x^3-\log x\right]$ b) $\lim_{x\to-\infty}\frac{3^x}{x^2+1}$

(1,5 punts)

a) $\lim_{x\to+\infty}\left[x^3-\log x\right]=+\infty$

Perquè les potències són infinits d'ordre superior als logaritmes.

b) $\lim_{x\to-\infty}\frac{3^x}{x^2+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{3^{-x}}{x^2+1}=\frac{0}{+\infty}=0$

5.- Calcula:

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2x-1}{3x+2}\right)^{x^2}$ b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x-2}{3+2x}\right)^{x+1}$

(0,75 + 1,25 = 2 punts)

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2x-1}{3x+2}\right)^{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{-2x-1}{-3x+2}\right)^{x^2}=\left(\dfrac{2}{3}\right)^{+\infty}=0$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x-2}{3+2x}\right)^{x+1}=e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{2x-2}{3+2x}-1\right)\cdot(x+1)}=e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{2x-2-3-2x}{3+2x}\right)\cdot(x+1)}=e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-5x-5}{3+2x}}=e^{\frac{-5}{2}}$

6.- Calcula el límit següent indicant el valor dels dos límits laterals: $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{3x^2+x-2}{x^3+x^2-x-1}$

(1,5 punts)

$$\lim_{x\to-1}\frac{3x^2+x-2}{x^3+x^2-x-1}=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)(3x-2)}{(x+1)^2\,(x-1)}=\lim_{x\to-1}\frac{3x-2}{(x+1)\,(x-1)}=\frac{-5}{(0)}$$

Trobem els límits laterals:

$$\lim_{x\to-1^-}\frac{3x-2}{(x+1)\,(x-1)}=-\infty\ ; \qquad \lim_{x\to-1^+}\frac{3x-2}{(x+1)\,(x-1)}=+\infty$$

7.- Calcula:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\sqrt{3x^2-1}-2x\right]$ b) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt[3]{2x^5-1}}{\sqrt{x^4+2}}$

(1,5 punts)

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\sqrt{3x^2-1}-2x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(\sqrt{3x^2-1}-2x\right)\left(\sqrt{3x^2-1}-2x\right)}{\sqrt{3x^2-1}+2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^2-1-4x^2}{\sqrt{3x^2-1}+2x}=$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{-x^2-1}{\sqrt{3x^2-1}+2x}=-\infty$$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt[3]{2x^5-1}}{\sqrt{x^4+2}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[3]{-2x^5-1}}{\sqrt{x^4+2}}=0$