



Nom i Cognoms:

Grup: Data: 19/5/2015

- Qui hagi de recuperar els dos blocs només ha de fer els exercicis: 2, 4, 5, 7, 9 i 10
- Qui hagi de recuperar només un bloc ha de fer tots els exercicis del bloc corresponent.

1r BLOC:

1) Trobeu els límits:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (10x^2 - \sqrt{x^6 - 5x})$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 1}$ c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{2x}}{\ln(x^2)}$

(1,5 punts)

2) Trobeu els valors de **a** i **b** per tal que la funció següent sigui contínua i derivable en l'interval (0,5)

$$f(x) = \begin{cases} ax + bx^2 & \text{si } 0 < x < 2 \\ -x + 4 & \text{si } 2 \leq x < 5 \end{cases}$$

(1 punt)

3) Deriveu les funcions següents:

a) $f(x) = \ln^2(3x - 5)$ b) $f(x) = [\sin(x)]^{2x}$ c) $y = 1001 - 2x^3 - \frac{7}{\sqrt[3]{x^5}}$

(1,5 punts)

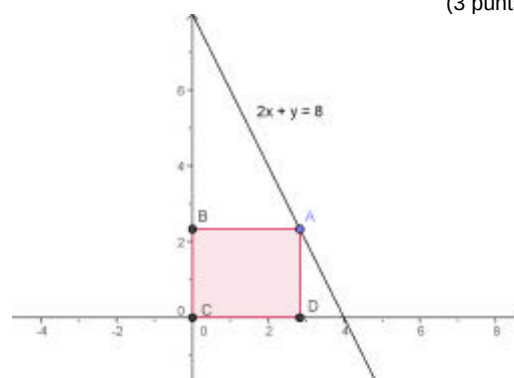
4) Donada la funció $f(x) = \frac{1}{8x - x^2}$

- Determineu quin és el seu domini.
- Trobeu les seves asímptotes i l'aspecte de la gràfica al seu voltant.
- Calculeu i simplifiqueu al màxim la primera derivada
- Trobeu els seus extrems relatius i les zones de creixement i decreixement.
- Feu un dibuix aproximat de la gràfica de la funció.

(3 punts)

5) Dins del triangle limitat pels eixos OX, OY i la recta $r: 2X+Y=8$ s'inscriu un rectangle que té un vèrtex a l'origen (0,0), dos costats sobre els eixos i l'altre vèrtex sobre la recta r .

Determineu quin és el punt de la recta que fa que l'àrea del rectangle ABCD sigui màxima i el valor d'aquesta àrea màxima.



(1 punt)

6) Calculeu les integrals:

a) $\int_0^1 \frac{3x^2 + 7\sqrt{x^3}}{x} dx$

b) $\int_0^1 x^2 \cos(2x^3 + 13) dx$

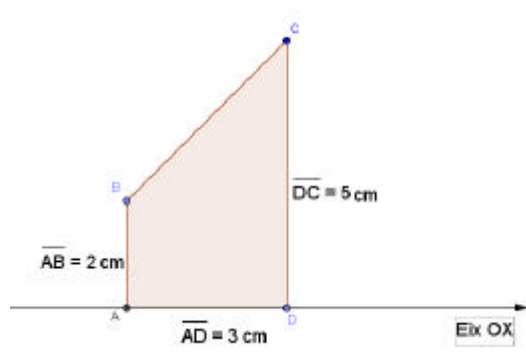
c) $\int_0^1 \frac{x^4}{e^{x^5 - 2012}} dx$

d) $\int \frac{3}{x^2 - 1} dx$

(2 punts)

2n BLOC:

- 7) Calculeu mitjançant integrals el volum del cos de revolució generat al girar la zona tancada del dibuix al voltant de l'eix OX. (observa que es genera un tron de con)



(2 punts)

- 8) Donades les matrius:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix};$$

- a) resol l'equació: $A X + B = C$.
b) Comprova'n la solució.

(1 punt)

- 9) Donat el sistema d'equacions:

$$\begin{cases} ax + y - z = 4 \\ x - ay + z = 1 \\ x + y + z = a + 2 \end{cases}$$

- a) **Discuteix** segons els valors del paràmetre a .
b) Interpreta geomètricament els resultats obtinguts com a posició relativa entre els tres plans.
c) Solucioneu el cas $a = -1$ i interpreteu geomètricament què formen les solucions d'aquest sistema

(2 punts)

- 10) Considera les rectes $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{3}$ i $s: \begin{cases} x-y=-2 \\ z=0 \end{cases}$

- a) Estudia la posició relativa entre les dues rectes.
b) Troba el pla que conté a r i és paral·lel a s .
c) Troba la distància entre les dues rectes.
d) Existeix el pla que conté a " s " i és perpendicular a " r "? Justifiqueu la resposta

(3 punts)

- 11) Donats els punt $P(2,1,-2)$, la recta $r: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ i el pla $p: 4x - 3y + 5 = 0$ calculeu

- a) La distància de P a p .
b) La projecció perpendicular del punt P sobre la recta r
c) L'angle format per la recta r i el pla p .

(2 punts)



Nom i Cognoms:

Grup: Data: 19/5/2015

- Qui hagi de recuperar els dos blocs només ha de fer els exercicis: 2, 4, 5, 7, 9 i 10
- Qui hagi de recuperar només un bloc ha de fer tots els exercicis del bloc corresponent.

1r BLOC:

1) Trobeu els límits:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 10x^2 - \sqrt{x^6 - 5x}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 1}$ c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{2x}}{\ln(x^2)}$

(1,5 punts)

① a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 10x^2 - \sqrt{x^6 - 5x} = \infty - \infty = -\infty$

$\Theta(10x^2) < \Theta(x^6) = \Theta(x^3)$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 1} = \frac{0}{0} \text{ IND.}$

b.1) Si ho solucionarem per l'Hôpital és molt ràpid.

$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3}{3x^2} = \frac{2 - 3}{3} = -\frac{1}{3}$

b.2) Si simplifiquem els polinomis

$x^2 - 3x + 2 = 0$
 $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} 2 \\ 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = (x - 2)(x - 1)$

$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$

$\Rightarrow$ Així doncs

$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 2)(x - 1)}{(x - 1)(x^2 + x + 1)} = \frac{1 - 2}{1 + 1 + 1} = -\frac{1}{3}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{2x}}{\ln(x^2)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-2x}}{\ln(x^2)} = \frac{1}{(+\infty)(+\infty)}$
 $= \frac{1}{+\infty} = 0^+$

- 2) Trobeu els valors de **a** i **b** per tal que la funció següent sigui contínua i derivable en l'interval (0,5)

$$f(x) = \begin{cases} ax + bx^2 & \text{si } 0 < x < 2 \\ -x + 4 & \text{si } 2 \leq x < 5 \end{cases}$$

(1 punt)

② $f(x) = \begin{cases} = ax + bx^2 & \text{si } x \in (0, 2) \\ = -x + 4 & \text{si } x \in [2, 5) \end{cases}$

És clarament contínua i derivable en $(0, 2) \cup (2, 5)$
També sabem que

$$f'(x) = \begin{cases} = a + 2bx & \text{si } x \in (0, 2) \\ = -1 & \text{si } x \in (2, 5) \end{cases}$$

Ara hem d'IMPOSAR que sigui contínua i derivable també en $x = 2$

a) CONT en $x = 2 \Leftrightarrow$

$$f(2) = -2 + 4 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} ax + bx^2 = 2a + 4b$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} -x + 4 = -2 + 4 = 2$$

$$\Leftrightarrow a + 2b = 1$$

} hem de ser Iguals

b) Derivable en $x = 2 \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} \text{És cont en } x = 2 \\ f'(2^-) = f'(2^+) \end{array} \right\} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow a + 2b = 1$$

$$f'(2^-) = f'(2^+) \Leftrightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} a + 2b = 1 \\ a + 4b = -1 \end{array} \right\}$$

Hem de solucionar el sistema d'equacions.

$$2^a - 1^a \Rightarrow 2b = -2 \Rightarrow b = -1$$

$$\text{i substituïm en la 1a} \Rightarrow a = 1 - 2b = 1 - 2(-1) = 3$$

$\Leftrightarrow$

Cal que $a = 3$ i $b = -1$

3) Deriveu les funcions següents:

a) $f(x) = \ln^2(3x-5)$

b) $f(x) = [\sin(x)]^{2x}$

c) $y = 1001 - 2x^3 - \frac{7}{\sqrt[3]{x^5}}$
(1,5 punts)

③ a) $f(x) = \ln^2(3x-5)$
 $f'(x) = \frac{2 \cdot \ln(3x-5) \cdot 3}{(3x-5)}$

b) $f(x) = (\sin x)^x$ cal fer derivada logarítmica
 $\ln f(x) = \ln(\sin x)^x$ apliquem propietats logarítm.
 $\ln f(x) = x \ln(\sin x)$ i ara derivem els dos membres
 $\frac{1}{f(x)} f'(x) = \ln(\sin x) + \frac{x \cos x}{\sin x}$
 $f'(x) = \left[\ln(\sin x) + \frac{x \cos x}{\sin x} \right] (\sin x)^x$

c) $y = 1001 - 2x^3 - \frac{7}{\sqrt[3]{x^5}} = 1001 - 2x^3 - 7x^{-5/3}$
 $y' = -6x^2 + 7 \cdot \frac{5}{3} x^{-2/3}$

4) Donada la funció $f(x) = \frac{1}{8x - x^2}$

- Determineu quin és el seu domini.
- Trobeu les seves asímptotes i l'aspecte de la gràfica al seu voltant.
- Calculeu i simplifiqueu al màxim la primera derivada
- Trobeu els seus extrems relatius i les zones de creixement i decreixement.
- Feu un dibuix aproximat de la gràfica de la funció.

(3 punts)

④ $f(x) = \frac{1}{8x - x^2}$

a) DOMINI = $\mathbb{R} - \{0, 8\}$

$$8x - x^2 = 0 \Rightarrow x(8 - x) = 0 \Rightarrow \begin{matrix} x=0 \\ x=8 \end{matrix}$$

b) ASÍN. VERTICAL

$x=0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$\Rightarrow$ Si és ASÍMPTOTA
a $x=0$ i
l'aspecte al seu
voltant és



$x=8$

$$\lim_{x \rightarrow 8^-} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 8^+} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$\Rightarrow$ $x=8$ és ASÍMPTOTA
i l'aspecte al
seu voltant és



HORIT $y=0$ ja que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{-\infty} = 0^-$

i $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{-\infty} = 0^+$

$y=0$

és ASÍMPTOTA



com hi ha HORIT ja no hi ha cap més
indivada

$$c) f'(x) = \frac{-(8-2x^2)}{(8x-x^2)^2} = \frac{-8+2x}{(8x-x^2)^2}$$

d) Cal estudiar els signes de $f'(x)$

x	0	4	8	
y				
y'	-	-	0	+

• $y' = 0 \Rightarrow -8 + 2x = 0 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$

• PTS on y' és on s'anula el denominador
 $x = 0, x = 8$

• Donant voltes a les zones resultant obtenint els signes de y'

O també fent el signe de $f''(x) = \frac{-8+2x}{(8x-x^2)^2}$
 ja que com el denominador és un polinomi
 al quadrat és sempre positiu i els
 signes del polinomi del
 numerador són

	0	4	8	
$f''(x)$	-	-	0	+

I per tant a la vista dels signes de
 $f''(x)$ determinem el creixent, decreix
 màx i mínim.

DECREIX Δ $\forall x \in (-\infty, 0) \cup (0, 4)$

CREIX $\forall x \in (4, 8) \cup (8, +\infty)$

En $x = 4$ té un mínim
 $f(4) = \frac{1}{32-16} = \frac{1}{16}$ $\left(4, \frac{1}{16} \right)$

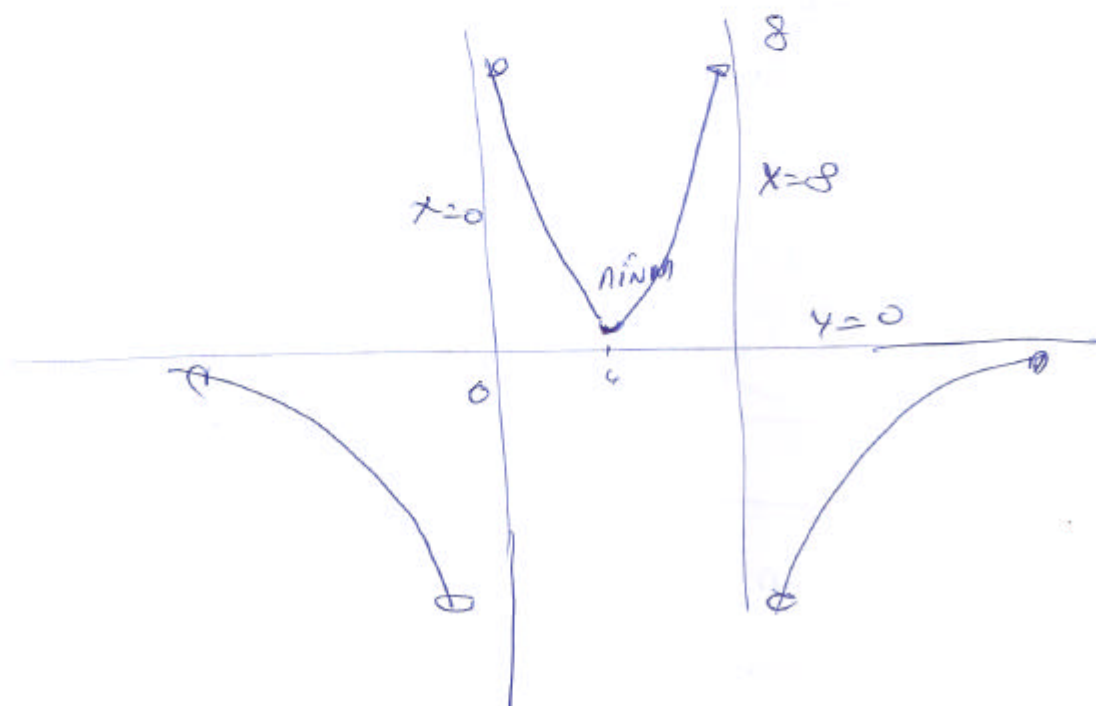
e)

x		0	π	2π	
y			$\frac{1}{16}$		
y'	-	-	0	+	+
y''					

$x=0$
 $A \sin p$

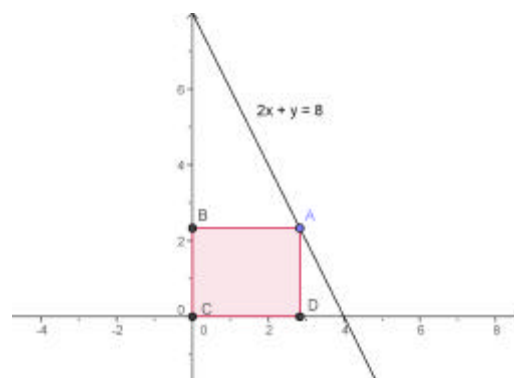
$x=2\pi$
 $A \sin$

$A \sin$
 $y=0$

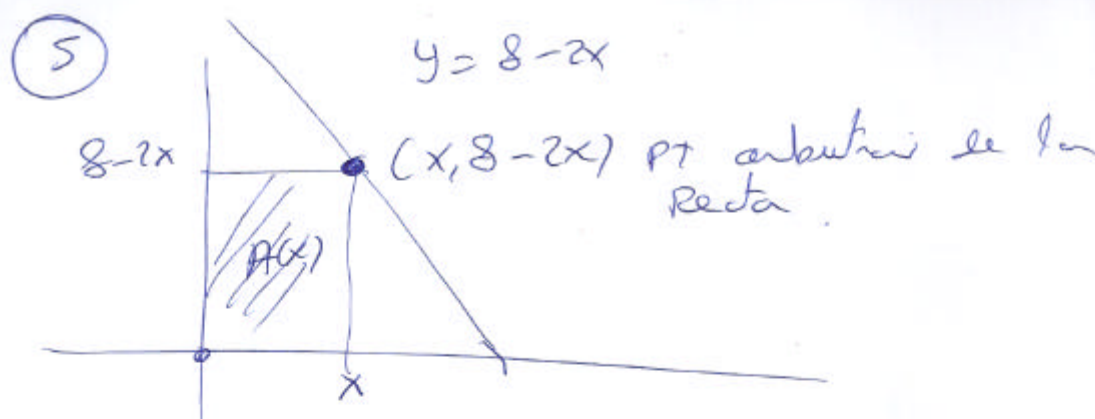


- 5) Dins del triangle limitat pels eixos OX, OY i la recta $r: 2X+Y=8$ s'inscriu un rectangle que té un vèrtex a l'origen (0,0), dos costats sobre els eixos i l'altre vèrtex sobre la recta r .

Determineu quin és el punt de la recta que fa que l'àrea del rectangle ABCD sigui màxima i el valor d'aquesta àrea màxima.



(1 punt)



$$A(x) = x \cdot (8 - 2x) = 8x - 2x^2$$

$$\text{DOMINI} = \mathbb{R}$$

$$A'(x) = 8 - 4x \Rightarrow \text{candidat a extrem} \\ \text{en } A'(x) = 0 \Rightarrow$$

$$x = 2$$

x	2
$A(x)$	↗ ↘ ↘ ↘
$A'(x)$	+ + 0 - - -

$\Rightarrow$ El màxim està en $x = 2$

l'àrea màxima és $A(2) = 2 \cdot 4 = 8 \text{ m}^2$

i el pt de la recta és el $(2, 4)$

6) Calculez les intégrales:

a) $\int \frac{3x^2 + 7\sqrt{x^3}}{x} dx$

b) $\int x^2 \cos(2x^3 + 13) dx$

c) $\int \frac{x^4}{e^{x^5 - 2012}} dx$

d) $\int \frac{3}{x^2 - 1} dx$

(2 points)

⑥ a) $\int \frac{3x^2 + 7\sqrt{x^3}}{x} dx = \int \frac{3x^2 + 7x^{3/2}}{x} dx =$
 $= \int 3x + 7x^{1/2} dx = \frac{3x^2}{2} + \frac{7 \cdot 2}{3} x^{3/2} + C = \frac{3x^2}{2} + \frac{14}{3} x^{3/2} + C$
 $\forall C \in \mathbb{R}$

b) $\int x^2 \cos(2x^3 + 13) dx = \frac{1}{6} \int 6x^2 \cos(2x^3 + 13) dx =$
 $\xrightarrow{u' \cdot \cos(u)}$
 $= \frac{1}{6} \sin(2x^3 + 13) + C = \frac{\sin(2x^3 + 13)}{6} + C$
 $\forall C \in \mathbb{R}$

c) $\int x^4 e^{-(x^5 - 2012)} dx = \frac{1}{(-5)} \int (-5)x^4 \cdot e^{-x^5 + 2012} dx =$
 $= -\frac{1}{5} e^{-x^5 + 2012} + C \quad \forall C \in \mathbb{R}$

d) $I = \int \frac{3}{x^2 - 1} dx$

$$\frac{3}{x^2 - 1} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1}$$

$$\frac{\text{SURANT}}{3} = \frac{A(x-1) + B(x+1)}{(x+1)(x-1)}$$

$$3 = A(x-1) + B(x+1)$$

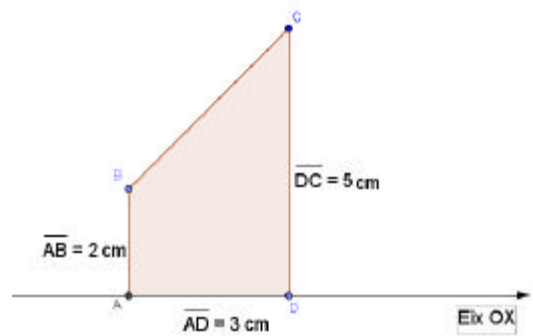
$$\text{Si } x=1 \Rightarrow 3 = B \cdot 2 \Rightarrow B = \frac{3}{2}$$

$$\text{Si } x=-1 \Rightarrow 3 = -2A \Rightarrow A = -\frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{-3}{2} \int \frac{dx}{x-1} + \frac{3}{4} \int \frac{dx}{x+1} = \\
 &= \frac{-3}{2} \ln|x-1| + \frac{3}{4} \ln|x+1| + C = \\
 &= \ln \left| \frac{(x+1)^{3/4}}{(x-1)^{3/2}} \right| + C \quad \forall C \in \mathbb{R}
 \end{aligned}$$

2n BLOC:

- 7) Calculeu mitjançant integrals el volum del cos de revolució generat al girar la zona tancada del dibuix al voltant de l'eix OX. (observa que es genera un tron de con)



(2 punts)

7) Recta per $B(0,2)$
 $B(3,5)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (3,3)$
 com veiem aquest el $(1,1)$

$\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} \Rightarrow x = y-2 \Rightarrow \boxed{y = x+2}$
 $\overrightarrow{AB}$

$$V = \pi \int_0^3 (x+2)^2 dx = \pi \int_0^3 x^2 + 4x + 4 dx =$$

$$= \pi \left[\frac{x^3}{3} + \frac{4x^2}{2} + 4x \right]_0^3 = \pi [9 + 18 + 12] = 39\pi \text{ m}^3$$

8) Donades les matrius:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix};$$

a) resol l'equació: $A X + B = C$.

b) Comprova'n la solució.

(1 punt)

⑧

$$a) A X + B = C$$

$$A X = C - B$$

$$\Leftrightarrow \exists A^{-1}$$

$$X = A^{-1}(C - B)$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 7 = -1 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$$

$$\text{adj}(A) = \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{adj}(A)^T = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{(\text{adj}(A))^T}{|A|} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}$$

$$X = A^{-1}(C - B) = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 7 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -3 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ -15 & -11 \end{pmatrix}$$

Comprova'n

$$A X + B = C ?$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ -15 & -11 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -3 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \quad \underline{\text{OK}}$$

9) Donat el sistema d'equacions:

$$\begin{cases} ax + y - z = 4 \\ x - ay + z = 1 \\ x + y + z = a + 2 \end{cases}$$

a) **Discuteix** segons els valors del paràmetre a .

b) Interpreta geomètricament els resultats obtinguts com a posició relativa entre els tres plans.

c) Solucioneu el cas $a = -1$ i interpreteu geomètricament què formen les solucions d'aquest sistema

(2 punts)

9)
$$\left(\begin{array}{ccc|c} a & 1 & -1 & 4 \\ 1 & -a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a+2 \end{array} \right)$$

Com la matriu A és quadrada estudiem

$$\begin{aligned} |A| &= \begin{vmatrix} a & 1 & -1 \\ 1 & -a & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & 1 & -1 \\ 0 & -a-1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-a-1) \begin{vmatrix} a & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \\ & \quad \quad \quad \text{F2}^a - \text{F3} \\ &= -(a+1)(a+1) = -(a+1)^2 \end{aligned}$$

CAS I $a \neq -1$ $|A| \neq 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_g(A) = 3 \\ R_g(A_{\text{ext}}) = 3 \end{array} \right\} \text{S.C.D.}$

CAS II $a = -1$ $\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right)$ $\xrightarrow{\text{Soha } F3 = F2}$ $\xrightarrow{\text{F2}^0 - \text{F3}}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

Com $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_g(A) = 2 \\ R_g(A_{\text{ext}}) = 2 \end{array} \right\} \text{S.C.I amb 1 grau de llibertat}$

3 INC

b) Interpretació geomètrica.

(I) $a \neq 1$ S.C.D $\Rightarrow$ $\left. \begin{array}{l} \text{PCTT en tallon en VN} \\ \text{ÚNIC PUNT} \end{array} \right\}$

(II) $a = 1$ S.C.I amb 1 grau de llibertat
 $\Rightarrow$ PCTT

c) Solució S.C.I agafem x com a paràmetre

$$\begin{array}{c} y \quad z \\ \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 4+x \\ 1 & 1 & 1-x \end{array} \right) \quad \forall x \in \mathbb{R} \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ 1 \end{array} \right\} F_2 - F_1 \Rightarrow$$

$$\begin{array}{c} y \quad z \\ \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 4+x \\ 0 & 2 & -3-2x \end{array} \right) \Rightarrow \end{array} \quad \begin{array}{l} z = \frac{-3}{2} - \frac{2x}{2} = -\frac{3}{2} - x \\ y = z + 4 + x \\ y = \frac{-3}{2} + 4 + x = \frac{5}{2} \end{array}$$

$\forall \lambda \in \mathbb{R}$

$$\left. \begin{array}{l} x = \lambda \\ y = \frac{5}{2} \\ z = -\frac{3}{2} - \lambda \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{recta} \\ r = r(R, \vec{v}_r) \\ R(0, \frac{5}{2}, -\frac{3}{2}) \\ \vec{v}_r(1, 0, -1) \end{array}$$

10) Considera les rectes $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{3}$ i $s: \begin{cases} x-y=-2 \\ z=0 \end{cases}$

- Estudia la posició relativa entre les dues rectes.
- Troba el pla que conté a r i és paral·lel a s .
- Troba la distància entre les dues rectes.
- Existeix el pla que conté a "s" i és perpendicular a "r"? Justifiqueu la resposta

(3 punts)

10

$$r: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{3} \quad \left\{ \begin{array}{l} R(1,2,2) \in r \\ \vec{v}_r = (1,2,3) \end{array} \right.$$

$$s: \begin{cases} x-y=-2 \\ z=0 \end{cases} \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \left\{ \begin{array}{l} x=d \\ y=2+d \\ z=0 \end{array} \right. \quad \forall d \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow S(0,2,0) \in s \\ \vec{v}_s = (1,1,0)$$

$$a) R_g(\vec{v}_r, \vec{v}_s) = 2 \quad \Rightarrow \text{no s'ón tallen o es creuen}$$

$$\left(\frac{1}{1} = \frac{1}{2} = \frac{0}{3} \right) \text{ NO}$$

$$R_g(\vec{v}_r, \vec{v}_s, \vec{RS})$$

$$\vec{RS} = \vec{OS} - \vec{OR} = (-1, 0, -2)$$

Com v_r, v_s són l.i. com a mínim ≥ 2
 Així doncs podem tenir com a mínim 2
 calculant el

$$\det(\vec{v}_r, \vec{v}_s, \vec{RS}) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{vmatrix} = -4 - 3 + 0 - 0 + 2 = -5$$

$$= -5 \neq 0 \Rightarrow \text{no s'ón CREUEN}$$

$$b) \text{ Pla } \pi \text{ t.q. } r \subset \pi \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} R(1,2,2) \in \pi \\ \vec{v}_r \text{ està en } \pi \end{array} \right. \Rightarrow \pi = \pi(R, \vec{v}_r)$$

$$s \parallel \pi \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{v}_s \text{ està en } \pi \end{array} \right. \Rightarrow \pi = \pi(R, \vec{v}_r, \vec{v}_s)$$

$$\Rightarrow \pi = \pi(R, \vec{v}_r, \vec{v}_s) \quad ; \quad \text{Com són l.i.}$$

i doncs π és

$$\begin{vmatrix} x-1 & 1 & 1 \\ y-2 & 2 & 1 \\ z-2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$c) d(r,s) = \frac{|[\vec{v}_r, \vec{v}_s, \vec{RS}^*]|}{|\vec{v}_r \times \vec{v}_s|} = \frac{|-4|}{\sqrt{9+9+1}} \Rightarrow$$

$$\vec{v}_r \times \vec{v}_s = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (-3, +3, -1)$$

$$d(r,s) = \frac{4}{\sqrt{19}} = \frac{4\sqrt{19}}{19} \text{ u.}$$

$$d) \alpha \perp r$$

S'ha

α serà un pla del pux de plans per

$$\begin{cases} \alpha_1: x-y+z+d z=0 \\ \alpha_2: x-y+d z+z=0 \end{cases} \left[\begin{array}{l} \text{Compte! m'obido} \\ \text{un el } z=0 \end{array} \right]$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{I era mirant si } \vec{v}_{\perp \alpha_d} = (1, -1, d) \\ \vec{v}_r = (1, 2, 3) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Serà} \\ \text{L.D.} \end{array}$$

$$\text{I veiem que } \left(\frac{1}{1} = \frac{-1}{2} = \frac{d}{3} \right) \neq \text{No L.D.} \Rightarrow \neq d \text{ Buscat}$$

avís doncs $\nexists$ pla que contingui s que sigui $\perp$ a r

11) Donats els punt $P(2,1,-2)$, la recta $r: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ i el pla $p: 4x - 3y + 5 = 0$ calculeu

- La distància de P a p .
- La projecció perpendicular del punt P sobre la recta r
- L'angle format per la recta r i el pla p .

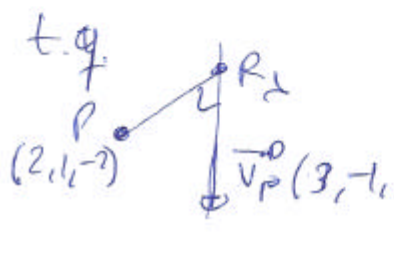
(2 punts)

11

$$a) d(P, \pi) = \frac{|8 - 3 + 5|}{\sqrt{16 + (-3)^2 + 1}} = \frac{10}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$b) \text{ El pla } R_d \in \pi \quad R_d(1+3d, 0-d, 2+d)$$

t.q.



$$\overrightarrow{PR_d} \perp \overrightarrow{v_r}$$

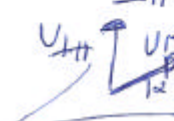
$$(2, 1, -2) \quad \overrightarrow{v_r}(3, -1, 1) \quad (3d-1, -d-1, 4+d) \cdot (3, -1, 1) = 0$$

$$9d - 3 + d + 1 + 4 + d = 0$$

$$11d = -2 \Rightarrow d = -2/11$$

$$R_{d=-2} \left(1 - \frac{6}{11}, \frac{2}{11}, 2 - \frac{2}{11} \right) = \left(\frac{5}{11}, \frac{2}{11}, \frac{20}{11} \right)$$

$$c) \quad \overrightarrow{v_r} = (3, -1, 1) \rightarrow \text{Ser No } \perp \Rightarrow \text{el } \pi \text{ serà SECANTS}$$

$$\overrightarrow{v_{\pi}} = (4, -3, 0)$$


$$\sin \alpha = \frac{|\overrightarrow{v_{\pi}} \cdot \overrightarrow{v_r}|}{|\overrightarrow{v_{\pi}}| |\overrightarrow{v_r}|} = \frac{|12 + 3|}{\sqrt{16 + 9} \sqrt{16 + 9}}$$

$$\sin \alpha = \frac{15}{\sqrt{11} \cdot 5} = \frac{3}{\sqrt{11}} = \frac{3\sqrt{11}}{11}$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{3\sqrt{11}}{11}\right) = 59.90^\circ$$