

Problemes a l'esprint

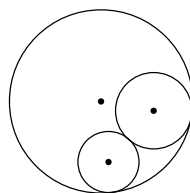
Segon cicle d'ESO i Batxillerat. Abril 2009.

Problemes de la branca d'olivera

1. La professora ha proposat la divisió d'un nombre natural N per 2009. L'Albert ha dit: *Mireu, el residu de la divisió és una unitat més gran que el quocient.* La Berta comenta encertadament: *És que el nombre N és el més gran que compleix aquesta propietat que ha esmentat l'Albert.* Quant sumen les xifres de N ?

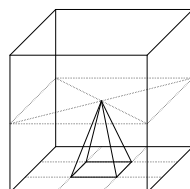
La solució del problema 1 s'ha de passar al problema 5 com a nombre E.

2. La figura mostra tres cercles de radis 12, 5 i 4, tangents dos a dos. Quin és el perímetre del triangle definit pels centres dels tres cercles?



Per resoldre el problema 3 cal conèixer un nombre A que us han de passar del problema 5. Tanmateix, sense aquest valor ja podeu anar pensant el problema!

3. A dintre d'un cub d'aresta A cm hi hem situat una piràmide quadrangular, que té la base recolzada en una de les cares del cub per la part interior. Les dimensions comparades del cub i la piràmide es poden observar a la figura, on també es veu que per construir la piràmide hem dividit els costats de la base del quadrat en tres parts iguals i les arestes verticals en dues parts iguals. Quin és el volum de la piràmide?



- A) 12 cm^3 B) 9 cm^3 C) 8 cm^3 D) 6 cm^3 E) 4 cm^3

-
4. En una població de rates el 25% són blanques i el 75%, negres. La meitat de les rates blanques i la cinquena part de les rates negres tenen la cua llarga. Sabem que hi ha 99 rates amb la cua llarga. Quantes rates hi ha a la població?

Problemes del colom de la pau

Per resoldre el problema 5 cal conèixer un nombre E que us han de passar del problema 1. Tanmateix sense aquest valor ja podeu anar pensant el problema!

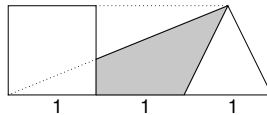
5. Una família va anar de viatge als EUA i, en aquella època, la taxa de canvi feia que per cada E euros els donessin 26 dòlars. Quan havien gastat 2009 dòlars es van adonar que els quedaven encara exactament tants dòlars com euros havien canviat. Quants dòlars havien rebut quan van fer el canvi de divises?

La xifra de les desenes de la solució d'aquest cinquè problema s'ha de passar al problema 3 com a nombre A .

-
6. A l'Anna l'han convidada a una festa d'aniversari a la qual hi assisteixen 12 persones, ella inclosa, i només coneix a una altra de les persones que s'han aplegat. En Lluís, un altre dels assistents, només en coneix dues. La tercera assistent, la Joana, en coneix tres. I així successivament, de manera que es poden ordenar onze de les persones convidades de manera que cada una coneix una persona més que l'anterior, i així fins arribar a la persona número 11 que coneix a tots els assistents. Quantes persones coneix el dotzè i darrer convidat?

Heu de suposar que si una persona X en coneix una altra, Y , aleshores la persona Y coneix X .

7. Equips d'ESO. A la figura podeu veure un quadrat de costat 1 i un triangle isòsceles de base 1 i altura 1. Un costat del quadrat i un costat del triangle isòsceles estan situats sobre una recta i la distància entre els dos vèrtexs més propers també és 1. Quina és la mesura, en unitats quadrades, de l'àrea ombrejada?



- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{9}{10}$ D) 1 E) Més de 1

7. Equips d'ESO i BTX. Suposat que a, b, c són nombres reals positius que compleixen $a^2 = b^2 + c^2$, busca l'expressió simplificada de

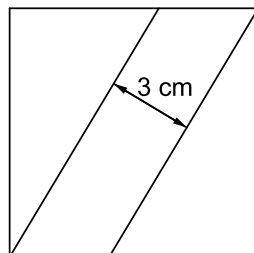
$$\sqrt{(a+b+c) \cdot (a+b-c) \cdot (a+c-b) \cdot (b+c-a)}$$

- A) $\frac{bc}{2}$ B) $\frac{bc}{\sqrt{2}}$ C) bc D) $\sqrt{2}bc$ E) $2bc$

8. Equips d'ESO. L'Anna ha construït una successió que comença amb els números 59, 99, 209. A partir d'aquí escriu nombres successivament cadascun dels quals és el resultat de restar el nombre que fins aleshores és l'últim de la llista de la suma dels dos anteriors a aquest. Per exemple el quart terme és $59 + 99 - 209 = -51$ i el cinquè és $99 + 209 - (-51) = 359$. L'Anna veu que un dels termes de la successió és 2009. En quin lloc de la successió apareix el número 2009?

La solució passa al problema 9 com a nombre N.

8. Equips d'ESO i BTX. La figura, (que no està feta a escala, només és un esquema) mostra un quadrat i dues rectes paral·leles que s'han traçat des de dos vèrtexs oposats del quadrat, situades a una distància de 3 cm. Si amb aquesta construcció el quadrat ha quedat dividit en tres parts de la mateixa superfície, quina és l'àrea del quadrat?



La solució passa al problema 9 com a nombre N.

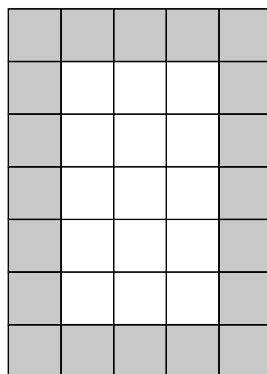
Reptes finals

Tant si l'equip és d'ESO com si és conjunt ESO/BTX, per resoldre el problema 9 cal conèixer un nombre N que us han de passar del problema 8. Tanmateix sense aquest valor ja podeu anar pensant el problema!

- 9. Equips d'ESO.** En una bossa hi ha 1000 boles, numerades de l'1 al 1000. Quantes boles d'aquesta bossa tenen un nombre que és múltiple de N o de $N - 3$?
(és clar que cal comptar només una vegada els nombres que són múltiples de tots dos alhora)
-

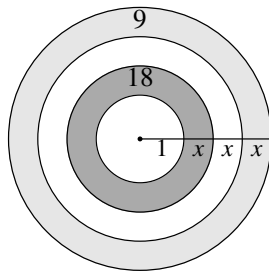
- 9. Equips d'ESO i BTX.** Els set nans tenen cada un una samarreta amb un número de l'1 al 7. Cada dia la Blancaneus el fa posar l'un al costat de l'altre i així veu un nombre de set xifres. Ara bé, ho ha de fer amb la condició que els nans amb les samarretes 1 i 2 quedin sempre junts i en canvi els que tenen les samarretes 6 i 7 quedin sempre separats. Si ordenem en ordre creixent tots els nombres diferents de set xifres que pot veure la Blancaneus, quin queda en el lloc n^2 on n és el divisor primer més gran del nombre N que us han passat?
-

- 10.** En Joan té moltes peces quadrades, blanques, i la Joana moltes de grises, totes de la mateixa mida. Amb aquestes peces volen compondre un rectangle que tingui peces blanques a l'interior i peces grises a les vores, com succeeix a la figura de la dreta. En un cert moment (que no correspon pas a la figura, on hi ha 15 peces blanques i 20 de grises) la Joana diu: *Mira, hem aconseguit compondre el rectangle més gros possible amb el mateix nombre de peces blanques que grises!*. Quantes peces han posat en total la Joana i en Joan?



Reptes voluntaris

11. En Pere i la Teresa estan dissenyant una diana. Han decidit que el cercle central tindrà 1 unitat de radi i, al seu voltant, hi haurà tres corones circulars de la mateixa amplada i que assignaran les puntuacions de cada zona de manera inversament proporcional a les àrees respectives. Quan ja han dibuixat la diana la Teresa s'adona que l'àrea de la zona gris clar és el doble que l'àrea de la zona gris fosc. Aleshores en Pere diu: *Molt bé! Els assignarem respectivament 9 i 18 punts*. Si ho fan d'aquesta manera, quant sumaran les puntuacions que hauran d'assignar a les dues zones de color blanc?



12. Quin és el mínim nombre d'angles obtusos que, necessàriament, ha de tenir un heptàgon convex?
-
-