TEORIES GAUGE NO ABELIANES 10

INTRODUCCIÓ

En aquest capítol farem una exposició *qualitativa completa* de les teories gauge actuals que conformen *el model estàndard de les interaccions electrofeble i forta*. Prescindirem de les demostracions i dels desenvolupaments teòrics indispensables per als càlculs pràctics, però que no ens aporten una nova llum a les idees que busquem en aquest llibre.

La interacció electromagnètica s'obté a partir de la teoria gauge del grup *abelià U(1).* Ara ens apareixeran dos grups nous, *SU(2)* i *SU(3),* ambdós *no abelians*, i les teories corresponents s'anomenaran *gauge no abelianes.*[22]

Sabem quina és la densitat lagrangiana de les interaccions electromagnètiques a partir de consideracions teòriques basades en el coneixement *clàssic* de l'electromagnetisme. No existeix aquest referent clàssic per a les interaccions electrofeble i forta. La densitat lagrangiana electromagnètica pot obtenir-se de forma alternativa, com ja vàrem veure al capítol 8, a partir d'una densitat lagrangiana lliure d'interaccions que tingui una simetria gauge global (la *U(1)*), fent que aquesta esdevingui local. Com a conseqüència de l'anterior s'introdueixen els camps gauge d'interacció. Mitjançant aquest nou procés no hi ha cap referència als conceptes clàssics: *és la simetria la que ho genera tot.*

Si l'anterior ens du a una llei profunda del món, segons la qual *un principi de simetria amb interconnexions pregones dins de l'espaitemps (invariància gauge local)* actua generant el sistema fenomenològic que ens envolta, podrem fer-lo extensiu. Si així ho fem, haurem d'esbrinar simetries, *entre les moltes que pugui haver en una densitat lagrangiana lliure,* que siguin veritablement *essencials* per a l'estudi de les interaccions, *rebutjant les altres.* Aquestes simetries ens conduiran a la fi a teories gauge locals correctes. Restarà amagat per a nosaltres el sentit intern de la *nostra elecció*. Tanmateix, el *descobriment* d'aquestes simetries bàsiques a través del seguiment *intuïtiu* de camins de recerca ens atansarà un xic més, només un xic més, al *Misteri del món.*

UNIFICACIÓ ELECTROFEBLE

En el que segueix parlarem de la part de la interacció corresponent a qualsevol família leptònica (l,ν_l), malgrat que la major part del que afirmem és generalitzable a totes les famílies de quarks, i treballarem amb el sistema natural d'unitats.

Partim de la base que coneixem completament les densitats lagrangianes de la interacció electromagnètica, a partir de la teoria de l'*E.D.Q*, i de la interacció feble corresponent als corrents no neutres, mitjançant provatures a partir de dades experimentalment comprovades. Aquesta darrera densitat lagrangiana no és invariant per paritat, característica pròpia de les interaccions febles, i condueix dissortadament a una teoria no renormalitzable. Volem trobar una densitat lagrangiana que inclogui almenys les dues densitats anteriors i que sigui renormalitzable. Per a això seguirem les passes que especifiquem a continuació (vegeu d'ara endavant "Quantum field theory" de *Mandl* i *Shaw*):

->Partim de la densitat lagrangiana $\mathcal{L}_0$ de la família leptònica (suma de dos termes corresponents als camps quadridimensionals lliures i sense massa φ_l i φ_{ν_l}), d'acord amb l'equació de *Dirac*:

$$\mathcal{L}_0 = i(\overline{\varphi}_l(x)\partial\varphi_l(x) + \overline{\varphi}_{\nu_l}(x)\partial\varphi_{\nu_l}(x))$$

Aquesta densitat lagrangiana l'expressem ara en funció dels camps "left" i "right" d'ambdues partícules, obtinguts així:

$$\varphi^R(x) = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\varphi(x)$$
$$\varphi^L(x) = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\varphi(x)$$

A continuació definim un doblet a partir dels camps "left" dels dos leptons

$$\Psi_l^L(x) = \begin{pmatrix} \varphi_{\nu_l}^L(x) \\ \varphi_l^L(x) \end{pmatrix}$$

i reestructurem $\mathcal{L}_0$ per tal que la seva forma depengui dels camps "right" originals i del doblet "left" definit amunt:

$$\mathcal{L}_0 = i(\overline{\Psi}_l^L(x)\partial\Psi_l^L(x) + \overline{\varphi}_l^R(x)\partial\varphi_l^R(x) + \overline{\varphi}_{\nu_l}^R(x)\partial\varphi_{\nu_l}^R(x))$$

Degut que $\varphi = \varphi^R + \varphi^L$, la densitat anterior és simètrica respecte dels camps *R* i *L.* La seva escriptura és únicament *asimètrica en la forma*, per tal de facilitar transformacions diferents dels camps.

->A continuació esbrinem el conjunt de simetries que $\mathcal{L}_0$ conté, de les quals haurem d'elegir les que siguin significatives per al nostre estudi. La presència del doblet "left" ens suggereix la simetria *SU(2)* i la interacció electromagnètica la *U(1).*

-> $\mathcal{L}_0$ és invariant amb les transformacions del grup *SU(2).* Què vol dir, però, aquesta afirmació? Com transforma *SU(2)* els camps que hi figuren?

->El doblet Ψ_l^L es transforma d'acord amb la representació de *SU(2)* de dimensió *2*

$$\Psi'^L_l = exp(i\alpha_j\tau_j / 2)\Psi_l^L$$

, amb *j=1,2,3* i on les τ_j són les matrius de *Pauli*.

->Els camps φ^R es transformen mitjançant una representació de *SU(2)* de dimensió *1* i, per tant, no varien.

Tot l'anterior no és evident. A base de provatures hom arriba a les conclusions anteriors *a posteriori,* perquè ens duen a resultats d'acord amb les dades experimentals.

L'esmentada invariància és global amb els paràmetres del grup *SU(2)* independents de les coordenades. Aquesta invariància global donarà lloc a les *densitats de quadricorrent conservat* amb quadridivergència nul·la. Per al cas del doblet les tres densitats de quadricorrent són

$$J_i^{\alpha}(x) = \frac{1}{2}\overline{\Psi}_l^L(x)\gamma^{\alpha}\tau_i\Psi_l^L(x)$$

A través de la seva integració, trobarem les *càrregues conservades*, anomenades *càrregues d'isoespín feble* (vegeu "Invariàncies gauge de la densitat $\mathcal{L}$" del capítol 8), que en el procés de segona quantificació donaran lloc als *tres operadors de càrrega d'isoespín feble*. Aquests operadors no es poden diagonalitzar simultàniament i els valors propis de cadascun d'ells és el mateix: *+1/2* i *-1/2* per als components *L* del neutrí i del leptó amb càrrega elèctrica, respectivament. A causa de la transformació ans esmentada, aquest valor serà *0* per als components *R.*

-> $\mathcal{L}_0$ és invariant davant de transformacions globals del grup *U(1).* El perquè d'això i el que vol dir està també sotmès a verificacions fetes a *posteriori.* De totes les transformacions possibles relacionades amb el grup *U(1)* elegim la corresponent a *f′(x)=exp(iβY)f(x),* on *Y* serà la *hipercàrrega feble* corresponent*:*

$$\Psi'^L_l(x) = exp(-i\beta / 2)\Psi^L_l(x)$$
$$\varphi'^R_l(x) = exp(-i\beta)\varphi^R_l(x)$$
$$\varphi'^R_{\nu_l}(x) = \varphi^R_{\nu_l}(x)$$

La invariància anterior donarà lloc a *la densitat de quadricorrent conservat* i, per integració, a la corresponent *hipercàrrega conservada Y* (per als quarks caldria tenir en compte les seves hipercàrregues respectives).

Per als Ψ_l^L / φ_l^R la densitat d'hipercàrrega feble és

$$J_Y^{\alpha}(x) = -\frac{1}{2}\overline{\Psi}_l^L(x)\gamma^{\alpha}\Psi_l^L(x) - \overline{\varphi}_l^R(x)\gamma^{\alpha}\varphi_l^R(x) = -\overline{\varphi}_l(x)\gamma^{\alpha}\varphi_l(x) - J_3^{\alpha}(x)$$

Per tant, la densitat de hipercàrrega feble és igual a la diferència entre les densitats corresponents a la interacció electromagnètica amb *e=-1* i a la d'isoespín feble.

Si fem les integracions corresponents de les tres densitats quadrimensionals, arribem finalment a la relació

$$Q = I_3 + Y$$

Les conservacions de la hipercàrrega *Y* i de la càrrega d'iso-espín I_3 ens du a la conservació de la càrrega elèctrica.

Cal no confondre les càrregues febles d'isoespín i d'hipercàrrega amb els valors corresponents als hadrons de les càrregues fortes d'soespín i d'hipercàrrega. Les relacions diferents entre *Q*, I_3 i *Y* a *SU(2)xU(1)* i a *SU(3)* es conserven per tradició.

D'acord amb tot l'anterior, tenim els valors següents de les càrregues esmentades, on q_1q_2 representa un doblet d'una família de quarks (cal tenir en compte els valors de les càrregues elèctriques dels leptons i dels quarks i que els components *L* d'una família són un doblet de *SU(2),* mentre que els components *R* en són un singlet):

Doblet $(\nu_l\ l)_L$: $I_3(\nu_l)=1/2$, $Y(\nu_l)=-1/2$

$I_3(l^-)=-1/2$, $Y(l^-)=-1/2$

Singlet l^-_R: $I_3=0$, $Y=-1$

Singlet ν_{lR}: $I_3=0$, $Y=0$

Doblet $(q_1\ q_2)_L$: $I_3(q_1)=1/2$, $Y(q_1)=1/6$

$I_3(q_2)=-1/2$, $Y(q_2)=1/6$

Singlet q_{1R}: $I_3=0$, $Y=2/3$

Singlet q_{2R}: $I_3=0$, $Y=-1/3$

Hem vist, doncs, que la densitat lagrangiana leptònica lliure té la invariància gauge global amb el grup *SU(2)xU(1).*

->Anem ara a transformar $\mathcal{L}_0$ per tal que tingui una invariància gauge local amb el grup *SU(2)xU(1)*, amb els quatre paràmetres (els $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ de *SU(2)* i el β de *U(1)*) funcions de les coordenades de cada punt.

Per a la invariància gauge local amb *SU(2)* ens apareixen tres camps gauge $W_i^\alpha(x)$ a partir de la *substitució mínima*

$$\partial^\alpha \Psi_l^L(x) \to D^\alpha \Psi_l^L(x) = (\partial^\alpha + ig\tau_j W_j^\alpha(x)/2)\Psi_l^L(x)$$

La transformació corresponent als $W_i^{\alpha}(x)$ és força més complicada i *es redueix a la representació adjunta de SU(2) quan la transformació és només global.*

Quant a la invariància gauge local sota *U(1)*, ens apareix un camp gauge $B^{\alpha}(x)$ amb la *substitució mínima*

$$\partial^{\alpha}\varphi(x) \rightarrow D^{\alpha}\varphi(x) = (\partial^{\alpha} + ig'YB^{\alpha}(x))\varphi(x)$$

i les transformacions gauge locals

$$\varphi'(x) = exp\ (iYg'f(x))\varphi(x)$$
$$B'^{\alpha}(x) = B^{\alpha}(x) - \partial^{\alpha}f(x)$$

Quan la invariància gauge esdevé global, la transformació corresponent no canvia els components $B^{\alpha}(x)$.

Finalment, arribem a *la densitat lagrangiana d'interacció* següent:

$$\mathcal{L}_I = -gJ_i^{\alpha}(x)W_{i\alpha}(x) - g'J_Y^{\alpha}(x)B_{\alpha}(x)$$

A $\mathcal{L}_I$ hi ha els *acoblaments* entre les densitats de corrent feble d'isoespín i d'hipercàrrega amb els camps gauge a través de les constants *g* i *g'.* És fàcil veure que a $\mathcal{L}_I$ figuren els leptons amb càrrega *L* i *R* i els neutrins *L* i que no ho fan els neutrins *R*, d'acord amb la no-detecció experimental d'ells.

->$\mathcal{L}_I$ no té encara l'estructura corresponent a les interaccions electromagnètica i feble i cal reestructurar-la. Per a això seguirem les passes que segueixen.

Definim les densitats de corrent $J^{\alpha}(x), J^{\alpha+}(x)$

$$J^{\alpha}(x) = 2(J_1^{\alpha}(x) - iJ_2^{\alpha}(x))$$
$$J^{\alpha+}(x) = 2(J_1^{\alpha}(x) + iJ_2^{\alpha}(x))$$

i els nous camps $W_{\alpha}(x), W_{\alpha}^{+}(x), A_{\alpha}(x), Z_{\alpha}(x)$ a partir de

$$W_{\alpha}(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_{1\alpha}(x) - iW_{2\alpha}(x))$$
$$W_{3\alpha}(x) = cos\theta_W Z_{\alpha}(x) + sin\theta_W A_{\alpha}(x)$$
$$B_{\alpha}(x) = -sin\theta_W Z_{\alpha}(x) + cos\theta_W A_{\alpha}(x)$$

Amb la relació $gsin\theta_W = g'cos\theta_W = -e$ obtenim finalment la nova forma de $\mathcal{L}_I$ que incorpora les densitats electromagnètica i feble conegudes i, a més, la dels corrents neutres:

$$\mathcal{L}_I = -s^{\mu}(x)A_{\mu}(x) - \\ -\frac{g}{2\sqrt{2}}(J^{\mu+}(x)W_{\mu}(x) + J^{\mu}(x)W_{\mu}^{+}(x)) - \\ -\frac{g}{cos\theta_W}(J_3^{\mu}(x) + sin^2\theta_W s^{\mu}(x)/e)Z_{\mu}(x)$$

El primer terme és el de la interacció electromagnètica entre leptons amb càrrega elèctrica, sense distinció entre els components *L* i *R.* A cada vèrtex del diagrama de *Feynman* apareix el fotó i dos electrons *o* positrons.

El segon terme, fent $g_w = g / 2\sqrt{2}$, correspon a la densitat lagrangiana de corrents no neutres obtingut experimentalment (g_W és la constant d'acoblament que figura en aquella densitat lagrangiana). A través de les matrius τ_1, τ_2, que hi ha a les densitats de corrent, apareixen les transicions dins de la família leptònica *L.* Als vèrtexs dels diagrames de *Feynman* hi haurà un leptó carregat i el neutrí corresponent o bé les seves antipartícules. A més, apareixerà un dels bosons $W^{\pm}$ corresponents als camps $W_{\alpha} / W_{\alpha}^{+}$ que trobarem a través del procés de segona quantificació realitzat a partir de les seves lagrangianes lliures, que comentarem més endavant. Amb la segona quantificació podrem calcular els operadors de càrrega d'isoespín i d'hipercàrrega febles dels bosons W^+ i W^- i trobar els valors, *+1* i *-1*, de la seva càrrega elèctrica.[23]

El tercer terme, a través de la matriu τ_3 (que figura a la densitat de corrent J_3^{α}) conserva el membre *L* de la família a cada vèrtex i correspon a l'intercanvi del bosó neutre *Z,* obtingut a partir del procés de segona quantificació de la seva densitat lagrangiana lliure, que també comentarem més endavant i que finalment ens portarà a un valor nul de la seva càrrega elèctrica. A través de s^{α} intervenen en cada vèrtex leptons amb càrrega *L* i *R* i les seves antipartícules. En total, doncs, intervenen neutrins *L* i leptons amb càrrega elèctrica *L* i *R* en proporcions dependents del valor de θ_W. A partir del coneixement de g_W arribem al de g. Aquest a través de la relació $gsin\theta_W = -e$ ens permet calcular el valor corresponent de θ_W, a partir de

$$sin^2\theta_W \cong 0.227$$

A partir de la simetria gauge local de *SU(2)xU(1)* de la densitat lagrangiana veiem que la seva *reinterpretació* amb *l'assignació de nous camps i nous corrents* ens porta *a l'aparició conjunta* de les interaccions electromagnètica i feble: es tracta de la *unificació electrofeble*. *Les dues càrregues que intervenen en els processos són la d'isoespín feble* (només un dels operadors τ_i es pot diagonalitzar a la vegada, perquè el rang de *SU(2)* és 1) *i la d'hipercàrrega feble* (sovint parlem de la càrrega elèctrica degut a la relació ans esmentada entre les tres càrregues).

->El que hem descobert és que les interaccions electromagnètica i feble són *dues manifestacions diferents* de quelcom més unificat i profund: la simetria del grup *SU(2)xU(1).* No hem trobat la unificació de les dues interaccions a partir d'un grup de simetria on *no figuri explícitament el producte de dos grups*.

->Per completar la densitat lagrangiana, caldrà afegir els termes corresponents als camps gauge lliures, que inicialment suposarem sense massa. Si els camps *originals* els expressem per X^{α} i definim $X^{\alpha\beta}(x) = \partial^{\beta}X^{\alpha}(x) - \partial^{\alpha}X^{\beta}(x)$, podem introduir per a cada camp un terme proporcional a $(X_{\alpha\beta}(x)X^{\alpha\beta}(x)$, per analogia al que ocorre amb el camp electromagnètic (vegeu "El camp de *Maxwell*" del capítol 8). Els camps introduïts trenquen la invariància gauge local i cal que introduïm *termes addicionals,* on ells figurin, que *compensin* exactament la pèrdua de la simetria. Aquests termes, després de *la conversió dels camps* X^{α} *en els camps* $\gamma Z W^{\pm}$ donaran lloc a *interaccions entre els propis camps gauge*. L'anterior és possible, perquè els camps $W_i^{\alpha}(x)$ tenen càrrega d'isoespín feble diferent de zero, per la qual cosa poden interaccionar entre si (això no ocorria a l'*E.D.Q.*, ja que el fotó no té càrrega elèctrica).

Els camps gauge, a través de les seves densitats lagrangianes lliures, podran rebre el procés de segona quantificació, com hem comentat abans i vàrem fer amb el camp de *Maxwell*. Ells resulten ser bosons amb espín *1* i sense massa. Les càrregues elèctriques dels γ i *Z* és zero i les dels $W^{\pm} \pm 1$, com ja sabem.

Les previsions teòriques dels corrents neutres i de les interaccions interbosòniques són una conseqüència, totalment reeixida experimentalment, de tot l'anterior.

Resumint el que hem vist fins ara, hem obtingut una densitat lagrangiana on figuren additivament les densitats següents:

->Els leptons lliures i sense massa.
->Els bosons intermediaris lliures i sense massa.
->La interacció electromagnètica entre leptons i/o antileptons amb càrrega elèctrica.
->La interacció feble amb intercanvi dels $W^{\pm}$ entre leptons *L* amb càrrega elèctrica i sense (o entre els antileptons).
->La interacció feble amb intercanvi de *Z* entre neutrins *L o* leptons amb càrrega *independentment* (o entre els antileptons).
->La interacció entre els bosons d'intercanvi.

->L'addició dels termes corresponents als quarks de cada família*, gràcies al valor -1 de la diferència de les seves càrregues elèctriques i a l'intercanvi dels mateixos bosons i a les característiques idèntiques dels doblets L i dels singlets R a SU(2),* és senzilla. Caldrà tenir en compte els diferents valors de les seves hipercàrregues febles que figuraran a la densitat lagrangiana tal com hem dit abans (les càrregues d'isoespín feble des de *SU(2)* són les mateixes que les del doblet de leptons, com ja sabem).

->Hi ha, però, un problema en tot el que hem fet: les masses de les partícules són nul·les i (excepte amb el fotó) això no correspon a la realitat actual. Si introduíssim els termes de massa a les densitats lagrangianes lliures, leptòniques i bosòniques (i a les dels quarks, si calgués), trencaríem la invariància gauge local i la nova teoria ja no seria renormalitzable. *Malgrat que la possibilitat de renormalitzar no és necessària a nivell teòric, sinó únicament a nivell pràctic de càlcul, sí que ho pot ser la invariància gauge, si ella és una simetria bàsica del món.* En aquest sentit haurem de trobar un mètode que permeti introduir les masses a les densitats lagrangianes *conjuntament amb els termes addicionals* que preservin aquella invariància: es tracta del *mecanisme de Higgs* que apareix amb *la ruptura espontània de simetria.*

LA RUPTURA ESPONTÀNIA DE SIMETRIA I EL MECANISME DE HIGGS

Quan la llum es propaga en un medi material la seva absorció i reemissió continuades per part d'aquell fan que la seva velocitat experimental sigui més petita que la velocitat *c* en el buit. Degut a això els fotons anteriors tenen una massa en repòs diferent de zero: el moviment dels fotons en el si de la matèria els ha dotat de massa. Veurem a continuació que la massa d'una partícula no és, *potser*, una propietat intrínseca d'ella, sinó fruit únicament de la seva interacció amb l'entorn de *Higgs*.

A continuació exposarem *qualitativament* el procés seguit perquè els bosons tinguin una massa diferent de zero sense trencar la invariància gauge local *SU(2)XU(1)*:

->Quan l'evolució d'un sistema físic és invariant sota les transformacions d'un grup de simetria, el conjunt de totes les seves solucions també ho és i elles es transformen entre si sota les operacions del grup. Tanmateix, cadascuna de les solucions no ha de tenir obligatòriament la simetria esmentada. Amb l'elecció d'una d'aquestes solucions no simètriques tenim una *ruptura espontània de la simetria* original.

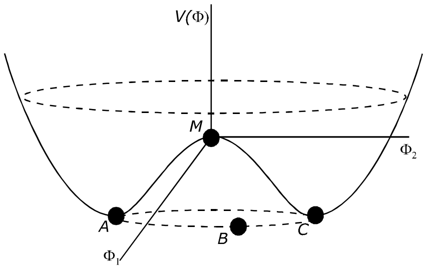
->En el model de *Goldstone* es parteix d'una densitat lagrangiana d'un *camp escalar complex* $\Phi = (\Phi_1, \Phi_2)$. En una interpretació clàssica obtenim, quan el camp és constant, la densitat hamiltoniana

$$V(\phi) = \mu^2 |\phi(x)|^2 + \lambda |\phi(x)|^4$$

Si volem que l'energia del camp estigui fitada inferiorment, necessàriament el paràmetre λ verificarà $\lambda>0$. Quant al paràmetre μ, tenim les dues possibilitats següents:

a) $\mu^2 > 0 \to V(\Phi)$ té un únic mínim (*buit*) corresponent al camp nul i la seva elecció no trenca la simetria original. Com veurem més endavant, a l'univers primigeni podria donar-se aquesta possibilitat. En les seves condicions actuals, però, la ignorarem.

b) $\mu^2 < 0 \to V(\Phi)$ té un màxim inestable amb el camp nul i un mínim estable (*buit*) en un conjunt *simètric* d'infinits valors Φ_k *no nuls* del mateix camp, que és el que podem veure a la figura que segueix[8]:



L’anterior expressió “ad hoc” de la densitat lagrangiana apareix com a una conseqüència en les teories supersimètriques.

M és el punt de màxima *energia local i camp nul*. *A, B* i *C* són alguns dels infinits representants del *conjunt simètric* de punts on l'energia és mínima localment. Si col·loquéssim una massa en *M,* l'equilibri seria inestable. Aquesta massa descendiria a un d'aquests punts i s'estabilitzaria en ell: sense fregament oscil·laria perpètuament al seu voltant i en cas contrari hi romandria tot cedint a l'ambient la seva energia. El primer cas correspondrà al bosó de *Higgs* que estem estudiant i el segon representarà la creació de matèria durant la inflació de l'univers (vegeu el capítol 6). L'elecció d'un punt concret trencarà la simetria original. En certa manera, la condensació de *Bose* dels superconductors inspirà la condensació de *Higgs* en el buit, degut que les equacions de les partícules elementals tenen molts punts en comú amb les de les baixes temperatures, malgrat no tenir ambdós fenòmens res a veure entre ells.

->En el cas b) Φ no es pot quantificar de forma adequada: es demostra que la seva massa és imaginària. Aleshores, fem una transformació de Φ mitjançant *un canvi de variable* a σ*,* a través de *l'elecció arbitrària* d'un dels infinits valors Φ_k del camp que fa mínima la seva densitat energètica, de tal manera que amb el nou camp σ sí que es pugui fer l'esmentada quantificació. Si volem que la invariància gauge global *U(1)* esdevingui local s’introdueix un camp gauge amb una substitució mínima i la transformació adient: a través de *la ruptura espontània de simetria* ans esmentada el nou camp gauge adquireix massa! (*mecanisme de Higgs*).

->Una variant del procés anterior amb la simetria gauge *SU(2)xU(1)* i la introducció d’un camp $\Phi(x)$ espinorial produeix *la ruptura espontània de* simetria des del grup *SU(2)xU(1)* al grup *U(1)* i la densitat lagrangiana original resulta modificada així:

->Els bosons $W^{\pm} Z$ adquireixen massa (el no trencament de la simetria *U(1)* fa que la massa del fotó continuï essent nul·la). Les seves densitats lagrangianes són una extensió de les de *Klein-Gordon*, però quadrivectorials (en tot anàlogues a la de *Maxwell*, però amb massa).

->Hi figura *el bosó de Higgs* σ*, amb massa, sense càrrega elèctrica i espín zero*.

->Apareixen les interaccions del bosó σ amb si mateix i entre ell i els bosons $W^{\pm}$ i *Z*.

La simetria original *SU(2)* no s'ha perduda, està *amagada,* i, per tant, la teoria és renormalitzable (*Veltmann* i *'t Hooft* dugueren a terme la seva renormalització)**[18]**. És la reinterpretació de la densitat lagrangiana amb el canvi de variable de Φ a σ el que origina la ruptura espontània de simetria. A través d'aquesta, gràcies a l'elecció d'un Φ_k concret, els bosons adquireixen massa (*mecanisme de Higgs*).

->En el supòsit que els *paràmetres* λ i μ depenguessin de la temperatura de l'univers, podria ocórrer que abans de l'estat actual aquells tinguessin uns valors per als quals el camp Φ introduït tingués la forma a) i es pogués quantificar sense necessitat del canvi de variable a σ i de la ruptura espontània de la simetria. Aleshores els bosons no tindrien massa, tant la interacció electromagnètica com la feble serien de llarg abast, la simetria de *SU(2)* no estaria amagada i la simetria externa seria la corresponent a *SU(2)xU(1).* A partir de determinat valor crític de la temperatura de l'univers els paràmetres tindrien uns valors corresponents a b), que originarien *un canvi de fase* amb la ruptura espontània de simetria, l'ocultació de la simetria de *SU(2),* una simetria "aparent" corresponent a *U(1)* i l'adquisició de massa dels bosons $W^{\pm} Z$.

->Sabem que la interacció electromagnètica a través de *U(1)* actua per mitjà de la seva "constant" d'estructura fina i que aquesta augmenta amb l'energia del procés.

La interacció feble a través de *SU(2)* intervé anàlogament amb la seva "constant" d'estructura fina pròpia. *Per a energies superiors* al llindar del trencament espontani de la simetria aquesta "constant" és superior a l'electromagnètica i a través de la renormalització es comprova que disminueix amb l'energia. En conseqüència, per a una certa energia elevada ambdues "constants" podrien coincidir i esdevindria la veritable unificació amb *un únic grup de simetria que no fos explícitament producte d'altres*.

Fixem-nos que mentre no esdevingui el trencament espontani de simetria, la intensitat de la interacció feble serà superior a la de la interacció electromagnètica. A les condicions *actuals* de l'univers, però, amb l'adquisició de massa pels bosons transmissors de la interacció feble la intensitat d'aquesta és més petita.

LES MASSES FERMIÒNIQUES

Amb els acoblaments de *Yukawa* entre els camps fermiònics "*right-left*" i el bosó de *Higgs* apareixen termes a la densitat lagrangiana, tot conservant la invariància gauge, que impliquen:

->La tranformació entre els components "*right-left*" dels fermions és la causa de l'aparició de les masses fermiòniques. La no-detecció dels neutrins *R* fa que l'assignació de masses neutríniques no encaixi prou bé amb les simetries del model estàndard.

->Interaccions entre els fermions i el bosó de *Higgs*.

Quan els estats propis de *sabor* ("*flavour*") no coincideixen amb els de la *massa* les matrius *3x3* del *tipus de Kobayashi-Maskawa* figuren als anteriors acoblaments i les *oscil·lacions* entre famílies apareixen. La conservació del número leptònic familiar no seria ja una llei universal. Moltes *anomalies,* però, com el trencament inicial de l'estructura quiral a través de les correccions per renormalització (*anomalia quiral*) i d'altres es cancel·len gràcies a l'estructura en famílies. Això representa un suport per a l'estructura en famílies, malgrat les oscil·lacions. Quan per les energies que entrin en joc en joc només intervinguin les dues primeres famílies, obtindrem:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos\theta & sin\theta \\ -sin\theta & cos\theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos\alpha & sin\alpha \\ -sin\ \alpha & cos\alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

La primera d'elles (θ és *l'angle de Cabibbo*) permetrà les oscil·lacions entre les dues primeres famílies de quarks a través de la substitució a $\mathcal{L}$ dels quarks *d*-s pels *d'-s'.*

Quant als neutrins detectats físicament, ν_e i ν_μ, aquests serien una superposició quàntica dels estats propis de la massa, ν_1 i

ν_2, amb masses m_i i energies E_i. L'evolució en el buit d'un neutrí electrònic de moment *p,* amb *c=1* i $\hbar = 1$, seria

$$\nu_e(t) = \cos\alpha . \exp(-iE_1.t).\nu_1 + \sin\alpha . \exp(-iE_2.t).\nu_2 = a\nu_e + b\nu_\mu$$

i la probabilitat de transició neutrínica

$$P(\nu_e \to \nu_\mu) = b^2 \cong \sin^2(2\alpha).\sin^2\left[(m_2^2 - m_1^2).t / p\right]$$

Es veu immediatament que les oscil·lacions només són possibles si les masses m_1 i m_2 són diferents.

Mikheyev, Smirnov i Wolfenstein han demostrat el *fenomen ressonant* d'oscil·lació neutrínica en presència de matèria (*MSW*) que ocorre en la interacció feble $e^-\nu_e$ *per a una densitat electrònica concreta*. Això podria ocórrer en el viatge cap a l'espai dels neutrins solars *quan travessen la matèria del Sol*.

EL PROBLEMA DELS PARÀMETRES

En tot el procés que hem anat seguint ens han aparegut una gran quantitat de paràmetres a través dels diferents acoblaments i del bosó de *Higgs*. La presència de la simetria gauge local fa que entre tots ells i els valors de les masses fermiòniques i bosòniques hi hagi una relació *extraordinàriament precisa* i que, per tant, a partir de dades experimentals puguem trobar la resta de valors. Malgrat tot, apareixen massa paràmetres lliures que s'han de fixar experimentalment, la qual cosa ens encoratja cap a la recerca de nous principis que ens portin a una llibertat menor en l'assignació de paràmetres. Les correccions pertorbatives de les masses per renormalització ens obliga encara més a un ajustament molt fi de tots els paràmetres, en general, i dels paràmetres del camp de *Higgs*, en particular; això és molt més crític quan tenim diferents jerarquies de trencament de la simetria, com a les teories de *gran unificació* que veurem al capítol següent: es tracta del problema de la *jerarquia.*

El bosó de *Higgs* és fonamental, perquè condueix a una teoria renormalitzable. La seva presència és essencial per tal que a les interaccions entre bosons *W* amb energies elevades la probabilitat de col·lisió no sigui més gran que *1*. Per altra banda, valors molt grans o molt petits de la seva massa ens condueixen a correccions pertorbatives massa grans. Situant el valor de la massa del bosó de *Higgs* entre determinats marges i d'acord amb valors experimentals de certs processos, arribem a fitar millor el valor de la seva massa. Aquest valor és encara molt gran i això pot ésser una raó que encara no s'hagi detectat. Hi ha, però, unes poques veus que prescindeixen de la seva existència, tot afirmant que els estudis pertorbatius només ens són necessaris per manca d'un mètode alternatiu de càlcul... el temps ho aclarirà.

CROMODINÀMICA QUÀNTICA

Hem desenvolupat a bastament la teoria estàndard de la interacció electrofeble. A través d'ella hem après molts principis de les teories gauge. Per aquesta raó ens permetrem només un vol de passada per la cromodinàmica quàntica, la qual cosa no ens impedirà de tenir uns fonaments rigorosos de la seva naturalesa (vegeu d'ara endavant "Quarks, leptons and gauge fields" de *K.Huang*).

->La cromodinàmica quàntica és una teoria gauge no abeliana del grup *SU(3)*. No fou evident fins a molt tard que el sabor dels quarks (i, per tant, el grup *SU(3)* de sabors) no jugava cap paper a la interacció forta. Cada quark té una propietat interna, anomenada *color,* que es manifesta a través d'una realització diferent del mateix grup *SU(3):* el grup $SU(3)_C$ de *color.*

->Al grup de color cada sabor de quark és un *triplet* que correspon a la representació bàsica de $SU(3)_C$.

El grup $SU(3)_C$ és de rang *2* i té vuit generadors, com ja sabem. Els generadors es corresponen amb el conjunt de matrius de *Gell-Mann* i *dues d'elles es poden diagonalitzar simultàniament*: g_3 i g_8.

$$g_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad g_8 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Definim la *càrrega isotòpica de color* $Q_I=g_3/2$ i la *hipercàrrega de color* $Q_Y=g_8/2$. Segons això cada sabor de quark té tres colors, anomenats *vermell, groc* i *verd*, *amb les dues càrregues de color següents, que determinen la interacció*:

	Q_I	Q_Y
Quark 1 vermell	*1/2*	$1/(2\sqrt{3})$
Quark 2 groc	*-1/2*	$1/(2\sqrt{3})$
Quark 3 verd	*0*	$-1/\sqrt{3}$

Cada camp fermiònic dels quarks a les interaccions serà un triplet de quadrivectors (anàlogament com a la interacció feble apareix un doblet de quadrivectors). El grup de *Lorentz-Poincaré* canviarà els components de cada quadrivector sense variar de terna i el grup de color $SU(3)_C$ deixarà les coordenades espaciotemporals invariants i canviarà les ternes.

Els hadrons que hom observa són *singlets* de color amb càrregues de color nul·les i, per tant, per als barions cada quark serà d'un color diferent (amb la suma de les càrregues de color nul·la) i per als mesons el quark serà d'un color i l'antiquark de l'anticolor corresponent.

A partir de les altres sis matrius de *Gell-Mann* podem definir

$$\tau_{12} = \frac{1}{2}.(g_1 + ig_2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \tau_{21} = \tau_{12}^{+}$$

$$\tau_{13} = \frac{1}{2}.(g_4 + ig_5) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \tau_{31} = \tau_{13}^{+}$$

$$\tau_{23} = \frac{1}{2}.(g_6 + ig_7) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \tau_{21} = \tau_{12}^{+}$$

Veiem que les matrius τ_{ij} canvien el color j pel color i. Les matrius g_3 i g_8 no canvien el color.

->Partim de la densitat lagrangiana

$$\mathcal{L}_q = \bar{q}(i\partial\!\!\!/ - m_q)q$$

, on està implícita la suma sobre tots els sabors de quarks i on q representa un triplet de quadrivectors corresponent a cada sabor.

Aquesta densitat lagrangiana té la simetria global $SU(3)_C$. Si imposem la invariància gauge local, haurem d'introduir exactament vuit camps gauge (tants com generadors) G_i^{α} (*i=1,...,8*) a través de la substitució mínima. Amb això tindrem *l'acoblament interactiu entre els camps i les vuit densitats de corrent* que es conserven i que apareixen a través de la invariància global.

Els camps gauge canviaran, segons la seva transformació gauge pròpia, *que es reduirà a la representació adjunta de SU(3)*$_C$ *quan la transformació local esdevingui global*.

A més, *s'haurà d'afegir la densitat lagrangiana dels camps gauge lliures per fer-ne la quantificació corresponent i incorporar-hi els termes addicionals interactius per tal de preservar la invariància gauge local.* Com veiem, el procés és en tot anàleg al realitzat amb la interacció electrofeble i és per aquest motiu que no el detallem.

A partir dels camps G_i^{α} definim els nous camps (*gluons*):

$$A^{\alpha} = G_3^{\alpha}$$
$$B^{\alpha} = G_8^{\alpha}$$
$$X^{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{2}}(G_1^{\alpha} + iG_2^{\alpha}) \text{ i } X^{+\alpha}$$
$$Y^{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{2}}(G_4^{\alpha} + iG_5^{\alpha}) \text{ i } Y^{+\alpha}$$
$$Z^{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{2}}(G_6^{\alpha} + iG_7^{\alpha}) \text{ i } Z^{+\alpha}$$

Les càrregues de color dels gluons són les que indiquem a la taula següent:

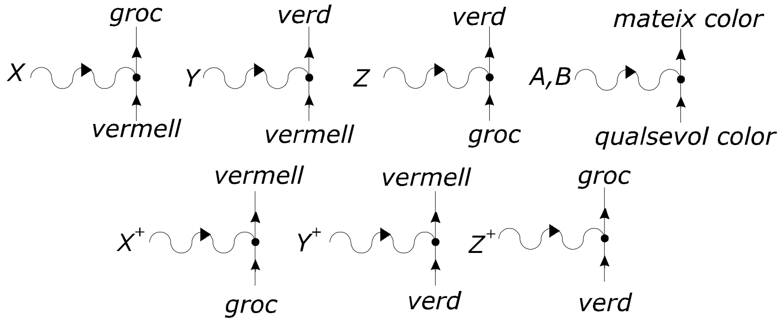
	Q_I	Q_Y
X	-1	0
X^+	1	0
Y	-1/2	$-\sqrt{3}/2$
Y^+	1/2	$\sqrt{3}/2$
Z	1/2	$-\sqrt{3}/2$
Z^+	-1/2	$\sqrt{3}/2$
A	0	0
B	0	0

A cada vèrtex dels diagrames de *Feynman* es conserven les *dues càrregues de color* que figuren a la interacció.

La densitat lagrangiana interactiva final inclourà les interaccions *quark-quark* per intercanvi de gluons i les interaccions *entre els gluons que tinguin càrrega de color*.

A la interacció entre quarks els sis primers gluons s'acoblen a través de les matrius τ_{ij}, canviant el color dels quarks i els dos darrers, a través de les matrius g_3 i g_8, conservant-lo.

Les interaccions entre quarks donen lloc, doncs, a aquests vèrtexs dels diagrames de *Feynman*:



->Als estudis pertorbatius de la *C.D.Q.* la renormalització condueix a una estructura fina, com a l'electromagnetisme. Les càrregues de color dels gluons fan que finalment la "constant" d'estructura fina disminueixi amb l'augment de l'energia del procés. Això implica, d'acord amb els estudis de *Wilczek, Gross* i *Politzer*, que a curtes distàncies la força "forta" entre els quarks esdevé minsa (*llibertat asimptòtica*) i a llargues distàncies enorme, amb la qual cosa els quarks no poden estar lliures (*confinament*).

Els estudis pertorbatius corresponents a energies petites, o equivalentment a distàncies grans, no són fàcils de realitzar degut al valor gran de la "constant" d'estructura fina, que fa que no es puguin negligir els diferents termes del desenvolupament pertorbatiu. El contrari ocorre per a energies grans o distàncies petites. L'anterior està d'acord amb la força forta entre els hadrons. La força residual tipus "*Van der Waals*" apareix lluny de la llibertat asimptòtica, però a distàncies *petites* encara, en considerar les combinacions adients de color dels diferents quarks, mentre que a molt més llargues distàncies les grans forces de color de llarg abast *globalment* s'anul·len.

->La densitat lagrangiana de la *C.D.Q.* no té la simetria *CP* i la violació d'aquesta simetria no s'ha observat a les interaccions fortes. La teoria de *Peccei-Quinn* resol *el problema-CP de les interaccions fortes* amb la construcció d'una densitat lagrangiana alternativa que sigui, a més, simètrica davant d'un tipus especial de transformacions on figura l'operador quiralitat (*transformacions quirals).* Seguint un camí semblant al que hem utilitzat a la interacció electrofeble, apareixen finalment en la nova densitat lagrangiana un camp tipus *Higgs* i una partícula que a partir d'una ruptura espontània de la simetria quiral adquireix la massa corresponent: és *l'axió.* L'axió és una partícula lleugera, molt lenta, paradoxalment, i que interacciona feblement amb la resta de partícules. Segons les prediccions de la teoria, els axions es formarien abundantment durant el Big Bang i la seva adquisició de massa es produiria mitjançant un efecte de "fricció" a expenses de la seva energia cinètica. L'existència de l'axió podria detectar-se mitjançant la seva conversió en dos fotons i condicionaria en part el model cosmològic del nostre univers.

LA TEORIA D'INTERACCIONS VERSUS ELS ESTATS ESTACIONARIS

Les teories gauge convencionals amb dispersió no parlen d*'estats lligats* Tanmateix*,* podem extreure'n els principis per a un estudi aproximat d'ells:

->De la teoria clàssica de l'electromagnetisme hem deduïda l'*E.D.Q*. d'interaccions quàntiques. En què han quedat els principis originals? Han deixat la seva petjada en el propagador del fotó, de manera que la força ha estat substituïda per la influència probabilística en tot el procés de la interacció d'acord amb *la separació.*

->A les interaccions feble i forta podem fer el contrari:

->A en la contribució final de tot el procés.

->D'aquí esbrinarem la forma del potencial de la interacció. partir de la interacció quàntica deduirem l'esmentada probabilitat

->En el cas de la interacció forta, per exemple, podrem escriure l'equació de *Schrödinger* equivalent tot introduint el potencial corresponent. Així podrem estudiar estats lligats, com el "charmònium" o els nucleons. *En* *qualsevol cas, la major part de la massa nucleònica és deguda a l'energia cinètica de quarks i gluons.*

->A partir de la renormalització podrem saber les modificacions pertorbatives del potencial introduït. Amb aquests canvis a l'equació quàntica, hi haurà una variació dels nivells energètics. De fet, l'efecte *Lamb* el podem explicar així: canvis pertorbatius del potencial de *Coulomb*, introduïts a través de la renormalització (polarització del buit, etc.), trenquen la degeneració original.

Quan fem l'estudi dels sistemes lligats, com els nucleons, i de les forces nuclears, que tenen el seu origen en la interacció residual entre els quarks que formen part dels nucleons, cal imposar-hi les condicions adients per tal que les interaccions no permetin la dispersió independent dels quarks, sinó que tinguin en compte el fet que aquests han d'estar sotmesos als lligams inherents a l'estructura hadrònica. Quan l'estudi pertorbatiu no sigui possible, en situar-nos molt lluny dels límits de la llibertat asimptòtica on aquell és factible, les *teories gauge reticulars* i *les teories efectives* (vegeu els capítols 7 i 8 als apartats "La suma sobre històries de *Feynman*" i "Els estudis no pertorbatius", respectivament) ens permetran realitzar els càlculs correctes de les interaccions que abans hem esmentat.

En el cas que intervinguin quarks pesants, podem utilitzar una variant de les teories efectives (*HQET*="Heavy Quark Effective Theory"). A la *HQET* realitzem dins de l'àmbit de la *CDQ* un desenvolupament de l'acció en sèrie de potències de $1/M_Q$, on M_Q representa la massa d'un quark pesant, com el "charm", el "bottom" o el "top". Quan $M_Q \to \infty$ obtenim en la primera aproximació un estat lligat, semblantment al que tenim per a l'àtom d'hidrogen amb la seva equació de *Schrödinger* a la qual ens aboca l'*EDQ* quan la massa del nucli es fa infinita.[17]