

# UNIFICACIÓ 11

## EL MODEL ESTÀNDARD I LES SEVES LIMITACIONS

A més del conjunt gravitacional de la relativitat general i dels seus models *FRW*, és comunament acceptat el *model estàndard* de les partícules i de les seves interaccions on figuren:

- >El conjunt de partícules elementals format per les famílies dels leptons i dels quarks.
- >Els bosons d'intercanvi.
- >La interacció electrofeble i el mecanisme de *Higgs*.
- >La cromodinàmica quàntica.

Apuntem ara algunes de les limitacions d'aquest model:

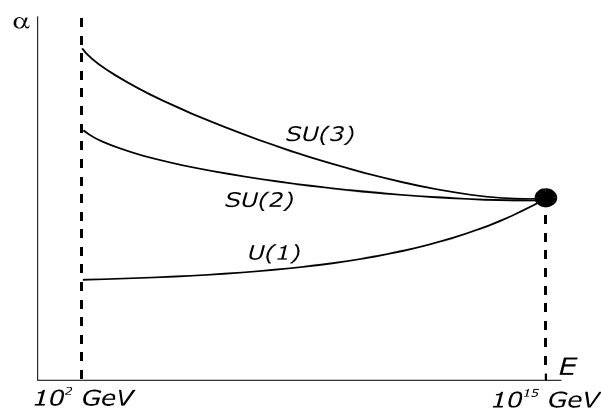
->Hi ha massa paràmetres lliures, només predits en part, i cal fer-ne la mesura experimental. Per què  $\theta_W$  i les constants d'acoblament de les interaccions electrofeble i forta tenen els seus valors? Quina és la raó de les masses de les partícules?

- >No s'explica la distribució de quarks i leptons en famílies.
- >Per què el camp de *Higgs* és com és?
- >La quantificació de la càrrega elèctrica (per què les càrregues de l'electró i del protó són iguals?) és un misteri.
- >La gravitació hi és absent.
- >Hi ha el problema de la *jerarquia*, del qual ja hem parlat.

Tot plegat ens fa anar "més enllà del model estàndard", per tal de solucionar parcialment els problemes ans esmentats.

## EL PROBLEMA DE LA JERARQUIA

Quan estudiem les constants d'estructura fina corresponents als grups  $SU(3)$ ,  $SU(2)$  i  $U(1)$ , per a energies superiors al trencament  $SU(2) \times U(1) \rightarrow U(1)$ , podem fer-ne una extrapolació que les unifiqui, gràcies a la polarització del buit, entorn de  $10^{15}$  GeV, valor molt superior a les masses dels bosons  $W^+$ ,  $W^-$  i  $Z$  ( $\cong 10^2$  GeV).



Els trencaments de les simetries<sup>2</sup>  $SU(5) \rightarrow SU(3)_C \times SU(2) \times U(1)$  ( $a \cong 10^{15}$  GeV) i  $SU(2) \times U(1) \rightarrow U(1)$  ( $a \cong 10^2$  GeV) estan implicats en successius mecanismes de *Higgs*. A causa de la renormalització que introdueix canvis a les masses, que cal compensar exactament, els paràmetres dels camps de *Higgs* hauran de tenir valors força coordinats. Tot plegat implica un ajust molt acurat de tot el procés per tal d'evitar la ruptura electrofeble poc després de les aparicions dels grups  $SU(3)_C$  i  $SU(2) \times U(1)$ . Aquest problema produït per la coordinació de dues ruptures amb energies tan diferents és el de la *jerarquia*.

## LES DIFERENTS RUPTURES DE SIMETRIA

Tot l'anterior ens fa pensar en una simetria possible (el candidat més senzill és  $SU(5)$ ) que entorn de  $\cong 10^{15}$  GeV es trenqui en  $SU(3)_C \times SU(2) \times U(1)$ . Aquest valor de l'energia és, per sort, molt inferior encara al de l'energia de Planck ( $\cong 10^{19}$  GeV), a partir del

qual la gravitació prendrà un protagonisme important en superar les altres interaccions. Si per a distàncies que siguin superiors al *radi de Planck* ( $10^{-33}$  cm) la gravitació és només el marc on el món es realitza (*gravitació semiquàntica*), per a distàncies més petites la *gravitació quàntica* (desconeguda a hores d'ara) tindrà, altrament, un paper rellevant.

Amb el *model del Big Bang* de l'evolució de l'univers (que no s'ha de confondre amb el *Big Bang* que, fins i tot, podria no existir) tenim aquests processos:

->Per a temps inferiors a  $\cong 10^{-44}$  s, corresponent al *radi de Planck* de l'univers, governarà la gravitació quàntica. Per a temps superiors a  $\cong 10^{-35}$  s les interaccions forta i electrofeble estaran unificades ( $SU(5)$ ). Continuant l'expansió de l'univers la gravitació quàntica anirà deixant el pas a la gravitació semiquàntica en què el camp gravitatori no estarà quantificat, però influirà en els altres camps quàntics a través de la mètrica gravitatòria que estarà present a la densitat lagrangiana.

->A l'energia de  $\cong 10^{15}$  GeV, amb temperatures més baixes degut a l'expansió de l'univers, hi haurà el trencament de  $SU(5)$  en  $SU(3)_C \times SU(2) \times U(1)$ . No tindrem pròpiament parlant la unitat electrofeble, però ambdues forces es revelaran com a manifestacions de quelcom "més unificat": hi haurà una *mescla* entre ambdós fenòmens i la interacció feble superarà a l'electromagnètica. La simetria  $SU(5)$  romandrà oculta.

->A l'energia de  $\cong 10^2$  GeV ens apareixerà la ruptura espontània  $SU(3)_C \times SU(2) \times U(1) \rightarrow SU(3)_C \times U(1)$  i el mecanisme de *Higgs*. Les tres interaccions es desconnectaran, la interacció electro-magnètica superarà la feble i els  $W^+W^-$  estaran dotats de massa. Les simetries  $SU(3)_C$  i  $U(1)$  no es trencaran i els gluons i el fotó continuaran sense massa. La simetria  $SU(2)$  romandrà oculta.

## LA GRAN UNIFICACIÓ ("G.U.T.": GRAND UNIFIED THEORY) $SU(5)$

$SU(5)$  és el més senzill dels grups que inclogui els que a hores d'ara hem vist. Es tracta d'un grup de rang 4 que té 24 ( $5^2-1$ ) generadors.

A partir dels generadors de  $SU(5)$  podem definir les dotze matrius  $5 \times 5$  on podem identificar els vuit generadors de  $SU(3)_C$ , els tres de  $SU(2)$  i el de  $U(1)$ .

D'aquí s'obtenen fàcilment les matrius corresponents a les dues càrregues de color  $Q_I$   $Q_Y$  per al grup  $SU(3)_C$ , la càrrega d'isospín feble  $I_3$  de  $SU(2)$  i la càrrega elèctrica  $Q$  relacionada amb la hipercàrrega feble de  $U(1)$  i la d'isospín feble  $I_3$ . Les tres matrius, amb la traça nul·la, corresponents a les càrregues de color i elèctrica són les que figuren a continuació:

$$Q_I = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & -1 & & & \\ & & 0 & & \\ & & & 0 & \\ & & & & 0 \end{pmatrix} \quad Q_Y = \frac{1}{2\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & -2 & & \\ & & & 0 & \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

$$Q = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & & & & \\ & -1 & & & \\ & & -1 & & \\ & & & 3 & \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

Les representacions irreductibles bàsiques són les

$$[5] \quad [\bar{5}]$$

A la base de cinc "kets" del primer dels dos multiplets anteriors li corresponen les càrregues que hi ha a les diagonals de les matrius, multiplicades pels factors previs. Aquesta base pot interpretar-se a partir de les partícules següents:

- > Tres quarks  $d_L$  de tres colors diferents.
- > Un positró  $L$ .
- > Un antineutrí electrònic  $L$ .

Per al multiplet  $[\bar{5}]$  ens apareixeran:

- > Tres antiquarks  $d_L$  dels tres colors.
- > Un electró  $L$ .
- > Un neutrí electrònic  $L$ .

Amb les dues representacions d'ordre 10 irreductibles que hi ha i la definició dels operadors corresponents de càrrega, també amb traça nul·la, obtenim aquestes vint partícules addicionals:

- >Tres quarks i tres antiquarks  $d_L$  de colors diferents.
- >Sis quarks i sis antiquarks  $u_L$  de colors diferents.
- >Un electró  $L$  i un positró  $L$ .

Les duplicitats trobades a totes les partícules, *excepte per als neutrins*, són degudes a les dues helicitats que cadascuna d'elles pot tenir.

A partir, doncs, de les quatre representacions irreductibles anteriors (dues d'ordre 5 i dues d'ordre 10) obtenim tots els leptons i quarks (amb els tres colors i totes les helicitats) d'una *família L (parcialment explicada)* i les seves antipartícules:

- >Dos quarks  $L$  i tres colors  $\times$  dues helicitats.
- >Els dotze antiquarks  $L$  corresponents.
- >Un neutrí  $L$  amb helicitat negativa.
- >Un antineutrí  $L$  amb helicitat positiva.
- >Un leptó  $L$  amb càrrega elèctrica i dues helicitats.
- >L'antileptó  $L$  corresponent amb càrrega i dues helicitats.

La traça nul·la de la matriu de càrrega  $Q$  ens porta a la *quantificació espontània de la càrrega elèctrica* i a la identitat entre els valors absoluts de les càrregues de l'electró i del protó.

Quan establim les lagrangianes lliures de les partícules conegudes, comprovem la seva invariància gauge global sota  $SU(5)$ . Si la invariància la transformem en local, ens apareixeran 24 camps gauge, tants com generadors, que s'acoblaran, a partir d'una única constant d'acoblament, amb les densitats de corrent sorgides de la invariància global  $SU(5)$ . Podrem recuperar els 12 bosons corresponents a les interaccions conegudes i ens apareixeran 12 bosons més que permetran conversions entre leptons i quarks (els camps  $X$  o leptoquarks). Els 24 bosons d'intercanvi es transformaran, segons la representació adjunta del grup  $SU(5)$  quan el canvi gauge sigui global. D'aquí podem definir els operadors corresponents a les diferents càrregues i comprovar el valor fraccionari de les càrregues elèctriques dels bosons  $X$  que permetran les transicions entre leptons i quarks.

En aparèixer leptons i quarks dins d'un mateix multiplet, hem trobat una unitat entre ells, quant a:

- >Les seves propietats, com la càrrega elèctrica.
- >La seva conversió interactiva.

A partir d'una única constant d'acoblament podem tenir més relacions inevitables entre *els valors anteriors* de les diferents constants d'acoblament i de les masses de les partícules. Els resultats són, però, parcials i les partícules  $X$  ens aboquen a l'aparició de paràmetres alternatius.

Les dues ruptures de simetria  $SU(5) \rightarrow SU(3)_C \times SU(2) \times U(1)$ , en què els leptoquarks  $X$  es tornen massius, i la ja coneguda per nosaltres  $SU(3)_C \times SU(2) \times U(1) \rightarrow SU(3)_C \times U(1)$ , en la qual els bosons  $W^+W^-$  i  $Z$ , els quarks i els leptons adquireixen massa, originaran el problema de la jerarquia.

La simetria  $SU(5)$  dóna lloc, finalment, a dues prediccions importants: la de *la desintegració del protó* i la de *l'existència de monopols magnètics*. Comencem estudiant-ne la primera.

La desintegració del protó ( $uud$ ) podria ocórrer, segons les reaccions

$$\begin{aligned} d &\rightarrow X + e^+ \\ X + u &\rightarrow \bar{u} \\ u + \bar{u} &\rightarrow \pi^0 \end{aligned}$$

, que globalment representen la desintegració del protó

$$p = duu \rightarrow e^+ + \pi^0$$

El leptoquark  $X$  implicat tindria càrrega elèctrica  $-4/3$ .

Podem fer els comentaris següents a partir de les reaccions anteriors:

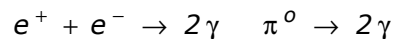
-> *Es viola la conservació dels nombres bariònic i leptònic.*

-> Suposem que en els primers temps de vida de l'univers hi hagués una simetria completa entre matèria i antimatèria i que abans de la primera ruptura la massa nul·la del bosó  $X$  fes altament probable tant la desintegració del protó com la de l'antiprotó. Si la simetria  $CP$  estigués trencada, podria ocórrer que la desintegració de l'antiprotó fos més probable que la del protó i aleshores apareixeria un "petit excés" de matèria format per protons i electrons. La resta de protons/antiprotons i d'electrons/positrons s'anihilaria i el "petit excés" de matèria constituïria l'univers actual. L'anterior explicaria que el nostre univers, aparentment, tingui més matèria que antimatèria.

->Actualment, després de les dues ruptures de simetria i de l'assoliment de les grans masses dels  $X$ , properes a l'energia de  $10^{15}$  GeV, la desintegració del protó, possible encara, és molt improbable, perquè el seu temps de vida és més gran que la vida de l'univers. La desintegració del protó podria detectar-se a partir de:

->L'aïllament d'un nombre suficient d'àtoms, per tal de poder augmentar la probabilitat que es produís una desintegració d'un protó atòmic sense interferència amb altres possibles fenòmens.

->L'aparició de la radiació electromagnètica produïda per les anihilacions del positró, amb un electró d'un àtom de la matèria present, i del pió  $\pi^0$ :



Quant a l'existència dels monopols magnètics, en donarem unes idees senzilles, a partir dels estudis de 't Hooft i Polyakov:

->A la teoria clàssica de camps poden aparèixer solucions caracteritzades per conservar la seva forma i la seva energia al llarg del temps: són els solitons. Un solitó és molt semblant a una partícula que es mogué lliurement a l'espai.

Un cas molt particular dels solitons ho constitueixen els instantons, la presència dels quals estaria restringida a un espai de temps molt petit. Un instantó seria un solitó de vida curta que intervindria en una transició entre dos estats.

->En una teoria gauge no abeliana, on no hi hagi explícitament la simetria  $U(1)$  i tingui lloc una ruptura espontània de simetria a través de diversos camps de Higgs amb l'aparició final de  $U(1)$ , existeix un terme a la nova densitat lagrangiana que té com a solució clàssica un solitó corresponent al camp magnètic creat per una càrrega magnètica aïllada. Si aquest resultat s'interpreta quànticament, obtindrem la presència d'un monopol magnètic.

->L'anterior és aplicable a la ruptura de  $SU(5)$ , però no pas a la de  $SU(2) \times U(1)$ , on figura  $U(1)$  explícitament.

->Per tant, els monopols magnètics haurien pogut aparèixer als inicis de l'univers. L'elevada temperatura inicial crearia una distribució aleatòria dels valors dels camps de Higgs a l'espai. Amb la disminució de la temperatura hi hauria un canvi de fase que, amb l'ajut de l'homogeneïtzació inflacionària, permetria una

coherència *parcial* entre *alguns* camps de *Higgs* propers, que donaria lloc a l'aparició de monopols. La seva baixa concentració a causa de la inflació faria gairebé impossible la seva detecció i les seves grans masses (de l'ordre de les de les partícules  $X$ ) farien difícil la seva obtenció al laboratori en necessitar-se energies molt elevades i inabastables a hores d'ara.

->La presència de monopols explicaria, d'acord amb la teoria de *Dirac* (vegeu "Qüestions entorn de l'E.D.Q." al capítol 8), la quantificació de la càrrega elèctrica.

## EL PROBLEMA DE LA GRAVITAT: LA GRAVITACIÓ SEMIQUÀNTICA

Recordem els problemes que dificulten la quantificació de la gravetat, segons el model de *Yang i Mills* de les teories gauge:

->El gravitó té espín 2, altrament als bosons  $\gamma$ ,  $W^\pm$  i  $Z$  i als gluons de les respectives interaccions electrofeble i forta. La seva densitat lagrangiana lliure serà, doncs, més complexa, amb la problemàtica afegida que comporta per a la quantificació.

->Quant a les equacions del camp gravitatori en el buit, què és exactament el que s'ha de quantificar?

->En les transformacions gauge convencionals les coordenades espaciotemporals no varien. Això ens porta a uns camps gauge de característiques adients i a teories renormalitzables. Si volem transformar la invariància de *Lorentz-Poincaré* de global en local, apareixen nous termes addicionals als ja coneguts, degut que les transformacions de *L-P* són transformacions de coordenades i aquestes *actuen en els canvis locals*. No tenim, doncs, una teoria gauge pura i la renormalització no és possible.

->Les equacions del camp gravitatori són *no lineals*. Una solució parcial sorgeix de les equacions del camp gravitatori feble en absència de matèria. El fet que el gravitó interaccioni amb ell mateix (la gravitació és universal) condueix, però, a divergències no renormalitzables.

Podem fer ara una petita reflexió, tot seguint *Penrose*, sobre com la no-linealitat gravitatòria pot relacionar-se amb el col·lapse quàntic. Recordem que amb la *irreversibilitat dels sistemes no*



*lineals*, quan ens situem *lluny de l'equilibri*, podem tenir *bifurcacions o catàstrofes* (vegeu l'apèndix 5). En les interaccions quàntiques pures no apareix el col·lapse. Tanmateix, quan un sistema quàntic interacciona amb un de clàssic de gran massa comparativa, tenim els efectes gravitatoris no lineals amb la possibilitat de *bifurcacions cap als estats propis*, després d'un temps de vida marcat per la incertesa que la superposició coherent origina en l'energia. Així resoldríem els problemes amb el gat de *Schrödinger* sense la necessària presència de la consciència.

->Una altra possibilitat que tenim, quant a la quantificació de la gravetat, és partir de l'acció gravitatòria coneguda i fer-ne la suma sobre històries on figuraran totes les possibles *trajectòries* del camp en lloc de la història única deduïda del principi d'acció extremal. La complexitat dels càlculs no ha permès arribar a bon port fins a la formulació de la *teoria de llaços*. Abans només podíem conèixer les condicions en què els efectes quàntics gravitatoris no eren negligibles, la qual cosa ja era prou important.

La *incompatibilitat* manifesta entre la relativitat general i la física quàntica (la primera és local i la segona no) i la seva aplicabilitat correcta dins dels seus dominis respectius del macrocosmos i del microcosmos ens fa entreveure que ambdues teories representen aspectes d'una de més general: *la gravitació quàntica*. Teories, entre moltes altres que no esmentem aquí, com la de la *supergravetat*, de les *supercordes*, les *reticulars*, dels *llaços* i dels *twistors*; i desenvolupaments matemàtics profunds dins de la *topologia* i de les *àlgebres no commutatives* semblen apuntar-ne cap a una solució possible. Malgrat el considerable esforç realitzat, cal encara un desenvolupament més gran.

Anàlogament a les incompatibilitats entre les formulacions newtoniana i maxwelliana, que originaren la relativitat especial, i entre aquesta i la gravitació newtoniana, que donaren lloc a la relativitat general, les incompatibilitats entre la relativitat general i la física quàntica a petites distàncies o amb masses grans ens conduiran a la gravitació quàntica.

Seguint el pensament de *Smolin* en el que segueix, estem ara en un procés similar al que es va viure amb el canvi paradigmàtic entre la física aristotèlica i la newtoniana: tot el que s'està

fent són intents parcials semblants als de *Copèrnic*, *Galileu* i *Kepler* enmig, *potser*, d'algunes intuïcions encara no reconegudes per la comunitat científica com les que tingué *Bruno* sobre la no-singularitat del Sol, com a estel, i la infinitud de l'univers i que foren la causa que ell morís cremat a la foguera de Campo di Fiori, a Roma. La concepció cartesiana del món féu possible l'adveniment definitiu de *Newton*.

Després dels intents fracassats d'unificació d'*Einstein* i *Eddington* (no podia ser altrament en l'època en què varen ser fets), ara, com en els temps prenewtonians, s'estan realitzant provatures de canvi sense variar essencialment els nostres còmodes paradigmes. Malgrat l'opinió majoritària en contra, no caldrà a la fi l'aparició d'un nou *Newton* que realitzi la síntesi definitiva a partir de tots els encerts i desencerts de les recerques que s'estan fent, tot afegint allò de substancial (com l'universalisme i el determinisme del món newtonià) que només una ment *concreta* pot intuir? Avui en dia els físics estan massa especialitzats. Només un home amb una visió de conjunt, el filòsof de *Plató*, podria realitzar aquesta síntesi, tot caminant sobre les espatlles de gegants que el precedirien, com reconegué el propi *Newton*.

Mentre no arribem a distàncies comparables al radi de *Planck*, en què la gravitació supera a les altres forces, podrem, tanmateix, prescindir dels efectes quàntics de la gravetat. Aleshores la gravitació, a través de la mètrica, serà únicament *l'escenari* on els fenòmens ocorren. Hi haurà la interacció (si així es pot anomenar) entre el camp clàssic gravitatori i els altres camps quàntics. Es tracta de la *gravitació semiquàntica*.

L'anterior és "equivalent" a la interacció del camp magnètic clàssic amb el camp quàntic electromagnètic que origina la refracció d'un fotó (clàssicament això és impossible ja que, degut a la linealitat de les equacions del camp, és aplicable el principi de superposició entre el camp magnètic i l'ona electromagnètica, restant aquesta invariable).

A les densitats lagrangianes, on figura la mètrica gravitòria, haurem de trobar un procediment per modificar-les davant de determinats grups de transformacions. Algunes de les qüestions que hi sorgeixen són aquestes:

->Què entenem ara per covariància? Si els camps que hi intervenen són escalars o singlets de quadrivectors, no hi ha cap problema, perquè sabem exactament com es transformen davant de canvis arbitraris de coordenades. Si tenim altres tipus de camps (doblets, triplets,...), coneixem el seu canvi d'acord amb les representacions del grup de *Lorentz-Poincaré*, si l'espai és pla. Com canvien, però, els camps davant d'una transformació arbitrària de coordenades en un espai de *Riemann*?

->Com són afectats amb la presència de la mètrica gravitòria el procés de segona quantificació i, en definitiva, el buit?

Comencem estudiant-ne el primer problema superficialment. Nosaltres coneixem les lleis de transformació de camps espinorials, per exemple, a l'espai pla a través de les representacions corresponents. Per conèixer les lleis de transformació a l'espai corbat podem seguir aquest procés:

->Transformem la mètrica  $ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta$  de manera que sigui localment plana en un punt  $P$  de coordenades  $X$ . La transformació que ens durà a això dependrà òbviament del punt  $P$ . Amb les noves coordenades  $\xi^\alpha$  es complirà  $ds^2 = \eta_{\alpha\beta}(X) d\xi^\alpha d\xi^\beta$ , on  $\eta_{\alpha\beta}$  tindrà les propietats de la mètrica de *Minkowski* en el punt  $P$ .

->A continuació realitzem aquest desenvolupament:

$$d\xi^\alpha = \left[ \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\beta} \right]_X dx^\beta \rightarrow ds^2 = \eta_{\alpha\beta}(X) \left[ \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \right]_X dx^\mu \left[ \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} \right]_X dx^\nu$$

$$g_{\mu\nu}(X) dx^\mu dx^\nu = \eta_{\alpha\beta}(X) \left[ \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \right]_X \left[ \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} \right]_X dx^\mu dx^\nu$$

$$E_\mu^\alpha(X) = \left[ \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \right]_X \quad E_\nu^\beta(X) = \left[ \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} \right]_X$$

$$g_{\mu\nu}(X) = E_\mu^\alpha(X) E_\nu^\beta(X) \eta_{\alpha\beta}(X)$$

Les  $E_\mu^\alpha$  s'anomenen *tètrades* ("vierbeins") i ens permeten la transformació de la mètrica riemanniana per tal que en cada punt  $X$  ella esdevingui minkowskiana.

Malgrat que el procés és complicat, a través de les tètredes podem trobar les transformacions dels camps espinorials amb la mètrica riemanniana a partir dels seus canvis amb la mètrica de *Minkowski* en cada punt.

->Un cop sabem com es transformen tots els camps a través dels canvis induïts per una transformació general de coordenades, podem trobar la densitat lagrangiana covariant en un espai corbat.

->Quan transformen una invariància  $L-P$  de global en local ens apareixen els camps gauge convencionals (a través dels símbols de *Christoffel*) conjuntament amb altres camps auxiliars relacionats amb les tètredes. Els camps addicionals apareixen com a conseqüència que les transformacions  $L-P$  són transformacions de coordenades que influeixen en els paràmetres, dependents de l'espai-temps, de la transformació gauge local. Aquí rau la dificultat essencial d'identificar la gravetat amb una teoria gauge pura i d'obtenir un procés pertorbatiu renormalitzable lliure de divergències.

Continuem amb la segona de les qüestions apuntades al començament. Quan introduïm a la densitat lagrangiana la interacció amb un camp clàssic, i sota determinats supòsits, pot ocórrer que la probabilitat que l'estat buit es materialitzi no sigui nul·la. Així, per exemple, un camp elèctric pot donar lloc a la creació de parelles electró-positró a partir del buit. Això serà possible, gràcies a l'asimetria que el camp elèctric produeix en el buit i que fa que hi hagi un efecte global no nul de totes les partícules virtuals que hi apareixen gràcies al principi d'indeterminació de *Heisenberg* o al de l'energia.

La gravitació semiquàntica ens explicita, de fet, una interacció molt especial amb un camp clàssic (la mètrica) i podem obtenir també la materialització del buit en certes condicions. Això serà possible, anàlogament, gràcies a l'asimetria que el camp gravitacional origina en el buit quàntic: és el que ocorre a la vora de l'horitzó d'un forat negre on podem trobar la materialització de les partícules que el préstec energètic permet durant un temps petit.<sup>33</sup>

->La creació de matèria des del buit *a la vora de l'horitzó* pot interpretar-se *matemàticament* mitjançant l'aparició de parelles de partícules d'energia positiva i negativa, respectivament. Això serà

possible durant un temps petit degut al principi d'incertesa de l'energia. El temps, però, serà suficient perquè la partícula amb energia negativa caigui dins del forat, tot originant la disminució de massa del forat i la creació de matèria exterior. *La radiació externa compensarà la disminució de l'entropia del forat negre deguda a la pèrdua de massa.* Podrem, finalment, calcular, la distribució energètica de la matèria emergent i la seva temperatura equivalent: es tracta de la *radiació de Hawking* que podria per teletransport quàntic recuperar la informació interna del forat a través de l'entrellaçament amb les partícules d'energia negativa que interaccionessin amb les situades dins de l'horitzó. Aquí no és necessària l'ergosfera, com ocorre en el procés de *Penrose*.

El temps propi en què ocorre l'anterior serà petit, però per a un observador llunyà serà gran: veurem una radiació contínua que provindrà de "l'evaporació" de la matèria del forat negre que, per un efecte "túnel", travessarà l'horitzó. *La temperatura del forat negre anirà creixent, en disminuir la seva massa i l'horitzó, i augmentarà cada vegada més la velocitat de la radiació.*

## LA SUPERSIMETRIA

Amb les teories de *gran unificació*, utilitzant grups com els  $SU(5)$ ,  $SO(10)$  o  $E(6)$ , podem donar explicacions més o menys satisfactòries sobre l'origen comú de les interaccions electromagnètica, feble i forta. On queda, però, la gravetat? La *supersimetria* constitueix un intent per unificar les quatre interaccions.

Les àlgebres supersimètriques són una extensió de la de *Lorentz-Poincaré* més el grup intern de *Lie* i un cas particular de les *àlgebres graduades*, on figuren *commutadors i anticommutadors*, amb la qual cosa podrem relacionar bosons i fermions.

->En una àlgebra supersimètrica  $N$  de dimensió 4 figuren, a més dels generadors inicials, els  $Q_{\alpha i}$  ( $\alpha = 0,1,2,3$   $i = 1, \dots, N$ ) amb una estructura que és una variant de l'*àlgebra de Grassmann*.

->El grup de *L-P* elegit pot ser el  $SO(3,1)$  convencional o el de l'extensió a  $d$  dimensions espaciotemporals  $SO(d-1,1)$ . Aleshores tenim el grup supersimètric  $N$  de dimensió  $d$  i  $\alpha=0,1,\dots,d-1$ .

Amb l'àlgebra  $L-P$  cada multiplet venia identificat per la massa i l'espín. En els multiplets supersimètrics apareixen estats d'espín diferent (recordem que les representacions irreductibles d'un grup, com el supersimètric, poden esdevenir reductibles en un subgrup d'ell, com el de  $L-P$ ). Concretament, hi trobem mesclats fermions i bosons.

A través dels multiplets les relacions entre els diferents nombres quàntics, com les càrregues elèctriques, apareixen de manera natural. Cal tenir en compte que els operadors definits a les diferents representacions, a través dels morfismes amb el grup  $G$  rector de la simetria, tenen l'ambigüitat d'una constant arbitrària. A l'estudi de la interacció electrofeble, per exemple, no hi ha un lligam *a priori* entre les representacions de  $U(1)$  i les de  $SU(2)$  i cal establir-lo, perquè les relacions entre les càrregues dels fermions, *primerament*, i dels bosons d'intercanvi, *després*, siguin les correctes. El mateix ocorre amb les càrregues de color a  $SU(3)$ : les relacions entre les càrregues de color dins d'un triplet d'un quark o d'un octet de gluons són les que cal; tanmateix les relacions entre els nombres quàntics dels quarks i dels gluons tenen l'ambigüitat ans esmentada que haurem d'eliminar amb l'elecció de les constants de què parlàvem. Tot això no ocorre amb l'àlgebra supersimètrica, en figurar fermions i bosons dins d'un mateix multiplet amb relacions precises entre els nombres quàntics que definim.

A més, cada partícula convencional té un *company supersimètric* amb espín diferenciat en  $1/2$ :

- >El quark té com a company el *squark* d'espín zero.
- >El muó hi té el *smuó* amb espín zero.
- >El fotó hi té el *fotí* d'espín  $1/2$ .
- >El gravitó, que hi figura, té el *gravití* d'espín  $3/2$ ...

Quan convertim la supersimetria global en local, hi apareix el conjunt d'interaccions. En particular, sorgeix la *superforça* amb l'intercanvi de gravitons i gravitins: és la *supergravetat*. Les interaccions conegudes, a més d'altres on poden esdevenir les *conversions entre fermions i bosons*, apareixen també en el mateix context. La supersimetria, doncs, dóna lloc a la interacció "unitària" que es manifesta en múltiples nivells.

Quins avantatges proporciona la supersimetria?

->A través de commutadors i anticommutadors els fermions i els bosons estan relacionats. La "matèria" fermiònica i la "força" bosònica s'han apropat.

->La teoria de la supergravetat *limita* les divergències degut a la compensació entre els diagrames bosònics i fermiònics divergents, gràcies a la supersimetria. La supergravetat no és, però, renormalitzable i *no anul·la totes les divergències*.

->L'anterior permet una solució "natural" al problema de la jerarquia en minimitzar les correccions per normalització, sense perdre, però, la quantificació de la càrrega elèctrica i la relació entre les constants d'acoblament, pròpies de la *gran unificació del grup SU(5)*. A més, la forma tan especial del potencial de *Higgs* no apareix ad hoc, sinó que és una conseqüència de la supersimetria.

->La supersimetria és un primer intent d'unificar totes les "forces". *Amb la presència ineludible del gravitó la gravetat hi és present.*

->La supersimetria permet obtenir una convergència unificada de les interaccions forta i electrofeble que hem vist al començament del capítol i que sense ella seria només *parcial*.

No tot, però, són avantatges:

->On són els companys supersimètrics? Podrien formar part de la matèria fosca, aquestes partícules que no es detecten als laboratoris a causa de la seva gran massa i formades a l'inici de l'univers abans del trencament de la supersimetria?

->A la teoria de la supergravetat formulada amb 11 dimensions espaciotemporals s'eliminen moltes ambigüitats a l'hora d'eleger-ne les possibles alternatives. Apareixen, però, els problemes relacionats amb la curvatura de l'univers i amb la quiralitat. El primer problema (*el problema cosmològic*) sorgeix amb la compactació de les set dimensions espacials addicionals (vegeu l'apartat següent) que dóna lloc a una estructura tetradimensional de l'espai no compactat amb *una gran curvatura*. Això no s'ha trobat experimentalment i les observacions realitzades indiquen, altrament, que la curvatura de l'univers és molt propera a zero.

El segon problema està relacionat amb la necessitat de tenir un nombre senar de dimensions espacials per poder *parlar pròpiament* de quiralitat (*el problema quiral*); efectivament: amb dues reflexions espacials tornem *sempre* a recuperar l'estructura quiral

original mentre que amb una o tres reflexions espacials un neutrí levogir, per exemple, podria convertir-se en un de dextrogir. No-més en aquests darrers casos podríem, efectivament, plantejar-nos qüestions com la violació de la paritat. Sembla que amb les teories de supercordes formulades amb 10 dimensions ambdós problemes desapareixen.

La importància de la supersimetria rau en el fet que permet avançar cap a teories més ambiciosos. Aquest és el camí que s'ha seguit en la *teoria de les supercordes*, on les virtuts del tractament supersimètric són paleses.

## LA COMPACTACIÓ DE L'ESPAI

A l'espai supradimensional de les supercordes apareix el fenomen de *compactació* de les seves dimensions. El precedent més llunyà d'aquest mecanisme està en la *teoria de Kaluza-Klein* per unificar els camps *clàssics* gravitatori i electromagnètic.<sup>21</sup>

Anem a veure a continuació qualitativament els principis generals de *la versió més senzilla de la teoria*. Això ens permetrà entendre millor el que succeeix amb les supercordes a través de la generalització intuïtiva de moltes de les conclusions que trobarem al llarg del seu desenvolupament.

->L'espai que utilitzem és pentadimensional amb quatre coordenades espacials i una de temporal. La mètrica vindrà determinada pels components del tensor  $\tilde{g}_{\alpha\beta}$  ( $\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, 4$ ), on amb un canvi de variable adequat figuraran els  $g_{\alpha\beta}$  i els  $A_\alpha$  que identificarem posteriorment amb els camps *clàssics* gravitatori i electromagnètic.

->A l'acció conjunta del camp gravitatori i electromagnètic en el sistema d'unitats de *Heaviside* a l'espai quadridimensional

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int R \sqrt{|g|} d^4 x + \frac{1}{16\pi} \int F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \sqrt{|g|} d^4 x$$

li fem correspondre una única acció a l'espai pentadimensional

$$\tilde{S} = \frac{1}{16\pi \tilde{G}} \int \tilde{R} \sqrt{|\tilde{g}|} d^4 x \cdot dy$$



, amb  $y$  com a quarta coordenada espacial "addicional".

-> Nosaltres volem que els principis clàssics es derivin de la mètrica  $g_{\alpha\beta}$  de manera que la variable  $y$  romangui oculta. Amb les hipòtesis que ara anirem explicitant això esdevindrà possible. La seva justificació es farà, doncs, a posteriori.

-> Inicialment la *fibra* unidimensional de la dimensió addicional no està compactada. A partir d'un moment del desenvolupament teòric, però, realitzem la seva compactació i la transformem en cada punt corresponent a la *base* quadridimensional en una circumferència de *molt petita* longitud  $L$ .

-> Els camps no tindran una dependència de la coordenada  $y$  ja que la petitesa d'aquesta faria que l'energia necessària per provocar canvis dels camps, segons  $y$ , fos massa gran. Amb *l'aproximació de baixes energies* podem negligir la dependència a què hem fet esment.

-> A partir de les hipòtesis anteriors i amb la identificació

$$\tilde{G} = G.L$$

, l'acció  $\tilde{S}$  es transforma en la  $S$ , que incorpora ensems la gravitació i l'electromagnetisme clàssics. *L'espai pentadimensional s'ha reduït a l'espai quadridimensional degut a la compactació de la dimensió "addicional" que no figura a les expressions finals.*

-> La trajectòria d'una partícula a l'espai pentadimensional serà una geodèsica d'aquest. Amb aquesta hipòtesi *les equacions del moviment resulten ser les obtingudes clàssicament en presència dels camps gravitatori i electromagnètic. La referència a la dimensió  $y$  també ha desapareguda.* La càrrega elèctrica està relacionada amb el moment generalitzat corresponent a la coordenada  $y$ . La quantificació de l'anterior moment generalitzat per causa de la longitud finita de la coordenada  $y$  (vegeu "La partícula lliure" dins de les "Aplicacions de l'equació de Schrödinger" al capítol 7) ens porta finalment a *la quantificació de la càrrega elèctrica relacionada amb la longitud  $L$ .* El valor conegut de la càrrega de l'electró ens du a un valor de  $L$  de l'ordre de la petita longitud de *Planck*, la qual cosa justifica tot l'anterior.

-> *La compactació ans esmentada ens du a les equacions dels camps i del moviment amb l'ocultació de la coordenada  $y$ . La*

coordenada addicional ha quedat incorporada dins de la càrrega elèctrica a través de  $L$ .

->Les simetries relacionades amb l'espai pentadimensional extern original s'han trencat per la compactació de la cinquena coordenada. Han restat les simetries externes pròpies de l'espai tetradimensional. La simetria associada a la dimensió  $y$  ha esdevingut interna. La no influència externa de la coordenada addicional a la realitat tetradimensional ha quedat incorporada internament amb la simetria  $U(1)$  parametritzada amb  $y$  i definitòria de la càrrega elèctrica.

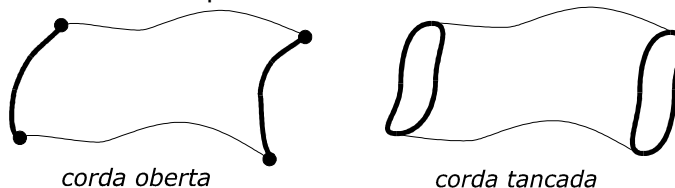
->L'ensenyament de l'anterior és clar: si fem una descripció d'un sistema en  $4+k$  dimensions pot ocórrer que quan compactem les  $k$  dimensions addicionals n'aparegui la descripció quadridimensional pura i que la simetria original abans de la compactació es trenqui en part sense la presència dels paràmetres arbitraris i indesitjables del mecanisme de Higgs; l'espai compactat roman dria ocult, però actuant a través de les simetries internes associades ( $U(1)$ ,  $SU(2)$ ,  $SU(3)$ ,...); potser tot això només esdevindria real a la zona de les baixes energies.

## LES SUPERCORDES I LA TEORIA M

Vegem a grans trets de què tracta la teoria de les supercordes, que és una de les aspirants a convertir-se en la teoria definitiva que ho expliqui tot (" $TOE$ ", "*theory of everything*")...

El terme "cordes" prové del model de partença que descriu realitats unidimensionals no puntuals. Així, si l'acció d'una partícula puntual lliure depenia de la longitud minkowskiana de la seva trajectòria lineal, ara aquella acció serà funció de l'àrea de la trajectòria espacial "escombrada" (superfície d'univers) per la partícula lineal. El qualificatiu de supercordes prové de la supersimetria que hi és present. Les cordes poden ser tancades o obertes. A la figura que segueix es poden veure les seves superfícies d'univers.

En el desenvolupament teòric ha estat essencial la participa-



ció de *Green, Schwarz, Gross, Witten* i *Ellis*. Han donat suport a la teoria *Weinberg* i *Salam*, mentre que *Glashow, Feynman, Penrose* i *Hawking* han posat serioses objeccions.

Comencem parlant-ne un xic, de la gestació de la teoria. Per explicar les dades experimentals observades a les interaccions fortes *Veneziano* intuï una fórmula empírica. Aquesta fórmula tenia la propietat de *dualitat* que permetia fer els càlculs per dos camins alternatius (la dualitat ens apareixerà en un altre context a la teoria de les supercordes). *Els càlculs de Veneziano eren equivalents a l'estudi de les partícules com a entitats unidimensionals.*

Determinats problemes apareguts (excessiu número de dimensions i la presència de taquions i de partícules amb espín 2) i l'èxit de la nova *C.D.Q.* feren abandonar l'estudi de les cordes.

Més endavant, i pels camins de la unificació, es repregueren i desenvoluparen novament els estudis de les cordes amb resultats prometedors. Les dimensions addicionals i la presència del gravitó, que hi havia a la teoria de *Veneziano*, resultaren a la llarga essencials per a la formulació d'una teoria que unifiqués les teories quàntica i relativista. Anàlogament al que va ocórrer amb la formulació de *Planck* sobre la radiació del cos negre que obrí el camí cap a la física quàntica, la intuïció de *Veneziano* amagava en el seu si una nova concepció del món (per cert, *Planck* no fou el primer en introduir *explícitament* la quantificació de l'energia electromagnètica i només ho féu després d'*Ehrenfest, d'Einstein* i, sobretot, de *Lorentz* -vegeu l'apèndix 5-).

Vegem a continuació les característiques generals de la teoria de les supercordes:

->Si fins ara teníem una partícula puntual i calculàvem l'acció on figurava la longitud de la seva línia d'univers, ara, altrament, partirem d'un sistema longitudinal de dimensió 1 (la famosa *corda*) i calcularem l'acció on serà present, com dèiem al començament, l'àrea de la seva *superfície d'univers*. Cada punt de la *superfície* estarà parametritzat amb dos paràmetres i representarem les seves coordenades per  $x^\alpha(\sigma, \tau)$ . El paràmetre  $\sigma$  identificarà cada punt de la corda i  $\tau$  la posició de la seva corba evolutiva.

->Clàssicament el principi d'acció extremal ens donarà les equacions diferencials de la corda lliure.

Les seves solucions, a través de les condicions de contorn adequades als extrems de la corda oberta o al llarg de la corba tancada (*per exemple*, la periodicitat de  $x^\alpha$  en relació al paràmetre  $\sigma$ ), ens permetran trobar les funcions  $x^\alpha(\sigma, \tau)$ . Les solucions representen els moviments *globals* dels diferents punts al llarg de l'espai, superposats a una sèrie d'oscil·lacions corresponents a un conjunt infinit i discret de freqüències. L'àrea de la *superfície d'univers* ha d'ésser invariant per un canvi de paràmetres, la qual cosa implica que *les oscil·lacions, segons les dues direccions de la superfície, no tinguin significat físic*. Així, doncs, tenim una restricció en les direccions on les vibracions són possibles, semblantment al que passa amb les ones electromagnètiques o amb el camp de *Maxwell*.

-> Cada element diferencial de la corda pot ésser identificat amb una massa infinitesimal sotmesa a la força causada per la diferent tensió als seus dos extrems (la tensió en cada punt depèn de la seva velocitat i de la *tensió* interna de la corda en repòs, que figura a l'acció).

La massa total de la corda dependrà de les amplituds de les diferents oscil·lacions que hi són presents i de la pròpia tensió de la corda en repòs.

-> La teoria és formulada en *10 dimensions* (nou d'espacials i una de temporal) i apareixen, doncs, sis coordenades espacials addicionals (sense la supersimetria la teoria contenia inicialment un total de 26 dimensions). *Aquestes dimensions addicionals inicialment actuen en pla d'igualtat amb les altres coordenades i només finalment es compactaran i actuaran des de la seva ocultació sobre el nostre món quadridimensional*.

-> De fet, l'acció té una forma força complexa. *Caldrà trobar-hi encara un principi elemental*, semblant al d'equivalència de la gravitació, per tal d'obtenir una expressió senzilla de l'acció que permeti fer els càlculs i els desenvolupaments teòrics d'una forma simple i rigorosa alhora. En aquest sentit ara se segueix un camí oposat a l'utilitzat per *Einstein*: la teoria de la relativitat general sorgí d'un principi senzill, mentre que amb les supercordes haurem d'esbrinar a partir de les solucions trobades quin pot ser aquest principi general.

Això és extraordinàriament complicat i a hores d'ara no s'ha dut a terme completament. De fet, contínuament apareixen nous aspectes que van canviant el panorama de la teoria. És per aquesta raó que a voltes parlarem *hipotèticament* sobre com voldríem que la teoria esdevingués.

També aquí el paper de les matemàtiques ha canviat en relació al que passa normalment en les formulacions físiques teòriques. En particular, *Einstein* va anar a trobar una teoria matemàtica totalment desenvolupada i, en part, oblidada (el càlcul tensorial) per poder descriure una concepció física posterior del món. Ara les noves concepcions sobre les supercordes han nascut abans que les matemàtiques estiguessin prou desenvolupades i caldrà esperar que la recerca matemàtica estigui prou madura per descriure de manera adient el món físic amb una teoria del segle XXI sorgida per accident el segle XX, com diuen alguns.

->Si reprenem l'estudi clàssic que abans hem encetat, podrem establir el formulisme canònic equivalent i trobar els parèntesis de *Poisson* corresponents a les coordenades i impulsos generalitzats. De fet, a l'acció figuren, a més de les coordenades espaciotemporals, altres coordenades, que més tard ens permetran la introducció de l'espín. La forma de l'acció que incorpora tot l'anterior és molt complicada, com ja hem dit.

->La quantificació de la corda lliure es pot realitzar a través de les solucions clàssiques obtingudes a partir de l'acció i l'espai de *Fock* es construeix semblantment com ho hem anat fent fins ara. A partir de l'estat buit definim els diferents estats tot adjuntant-hi les possibles oscil·lacions que ens *haurien* de donar *al final* del procés l'espectre de partícules amb les seves masses (obtingudes a partir del seu operador trobat per correspondència clàssica). Les masses de les distintes partícules *apareixerien* a partir dels diferents modes d'oscil·lació de la corda i de la seva tensió, que *seria* l'adequada, perquè la gravetat hi fos present quan calgués.

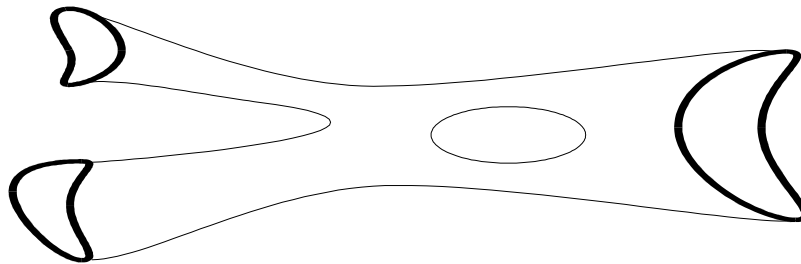
->En la teoria de cordes més senzilla, sense la supersimetria ni les coordenades espinorials (cordes de *Nambu-Goto*), no hi figuren els fermions i tenim un espectre amb taquions, gravitons i bosons vectorials.

En les supercordes els fermions són presents i els taquions desapareixen. Finalment, amb les supercordes *heteròtiques* obte-

nim l'espectre complet de les partícules que figuren al model estàndard. El qualificatiu d'*heteròtica* prové del fet que a la teoria hi ha una síntesi d'una gran munió d'aspectes diferents

->Les configuracions infinites d'una corda defineixen un espai (*l'espai cordístic*) molt més ric que l'espai de  $d$  dimensions sobre el qual la corda es mou. És possible que en el futur sigui aquest espai cordístic el que es prengui com a base dels càlculs i el que permeti finalment definir el nostre propi espai. Seguint l'esperit de *Leibniz*, podria ocórrer que l'espai temps no fos una entitat fonamental, sinó derivada de les *relacions* entre objectes. Mentrestant, però, a la teoria, encara molt insuficient, és la corda la que es mou dins de l'espai de  $d$  dimensions.

-> A la figura següent veiem que a partir de dues cordes que s'uneixen es forma una altra. Aquesta es divideix en dues més, que finalment s'uneixen per formar una darrera corda.



Les interaccions es poden calcular a partir de cordes que s'uneixen o se separen per formar noves cordes. Una interacció s'obtindria a partir d'una acció, que inclouria les àrees de les *superfícies d'univers*, tot realitzant les sumes d'històries representatives. El resultat final ens donaria les diferents probabilitats dels distints processos.

->La idea fonamental de la teoria és *la coherència* que elimini les *divergències i anomalies*. Les anomalies poden aparèixer pels camins de la quantificació i de la compactació (especialment delicat és el manteniment de l'estructura quiral, *ara possible degut al nombre senar de dimensions espacials*, quan realitzem la compactació sense que això no doni lloc a altres anomalies). Tot l'anterior es facilita amb *l'elecció de dimensions addicionals* i *restringeix molt les possibles simetries* que figuren en el desenvolupament teòric (en qualsevol cas, *la supersimetria hi és present*).

Finalment, l'anterior ens du a uns pocs grups possibles de simetria i a les cinc *solucions* de supercordes consistents: les de *tipus I*, *IIA* i *IIB*, l'*heteròtica SO(32)* i l' *heteròtica E8xE8*. Les cordes de *tipus I* són les úniques que admeten cordes obertes. En realitat tenim una única teoria i diferents solucions, perquè treballem amb mètodes pertorbatius aproximats. Si s'arribés a poder fer els càlculs exactes, *potser* la diversitat de solucions desapareixeria. Hi ha, tanmateix, estats amb unes propietats que queden exactament determinades, independentment dels mètodes pertorbatius utilitzats: es tracta dels estats *BPS*, anomenats així en honor als seus tres descobridors, *Bogomol'nyi-Prasad-Sommerfield*.

->Existeixen unes simetries a les supercordes, les *dualitats T* i *S*, que permeten establir equivalències entre les diferents escales de l'espai, les distintes interaccions i les pròpies solucions de la teoria de supercordes. Així, per exemple, una de les solucions formulada a una escala petita o amb interaccions dèbils seria equivalent a una altra que treballés a una escala gran o amb interaccions més fortes. D'aquesta manera els problemes pertorbatius que apareixen en *CDQ* a la zona de baixes energies o, equivalentment, a grans distàncies podrien resoldre's estudiant el problema dual més senzill i qüestions plantejades a petita escala serien equivalents a les que podríem resoldre a més gran escala.

Tot l'anterior va anar suggerint amb el temps que podria haver-hi una altra teoria que inclogués a les cinc de supercordes com a casos particulars. Estem parlant de la *teoria M*.

Actualment la *teoria M de membranes* s'està desenvolupant profundament. En ella el sistema fonamental és la *membrana* que pot tenir diferents dimensions (les *p-branes*, amb  $p \geq 0$ , teoritzades per *Townsend*) i les teories *tipus I*, *tipus IIA*, *tipus IIB*, *heteròtica SO(32)* i *heteròtica E8xE8* en són casos particulars.<sup>9</sup>

Les 0-branes són els components bàsics a partir dels quals es generen tota la resta i matemàticament són molt diferents de les partícules puntuals.

No farem cap altre comentari sobre aquesta teoria, amb la qual hi ha grans esperances d'arribar a bon port, i continuarem veient aspectes molt generals de la teoria de supercordes.

->*Inicialment haurem de realitzar els desenvolupaments teòrics amb l'espai no compactat i amb la coherència ans esmen-*

tada. Finalment, però, haurem de realitzar la compactació de les sis coordenades addicionals. L'espai compactat haurà de tenir unes característiques geomètriques i topològiques precises per tal que, després del trencament de la simetria inicial, es mantingui la coherència i siguin possibles les manifestacions fenomenològiques conegudes del món quadridimensional.

La topologia algebraica, amb l'estudi de les superfícies de Riemann i de conceptes associats com l'homologia, l'homotopia i els números d'Euler, és la branca de les matemàtiques indispensable per al coneixement de l'espai cordístic de configuracions d'una corda i el compactat amb les dimensions addicionals.

->L'espai compactat, tipus Calabi-Yau, s'hauria de manifestar externament dins de l'espai tetradimensional (a la regió de les baixes energies) amb l'aparició de les partícules, les estructures en famílies i les interaccions conegudes i segons la seva topologia podríem tenir universos amb lleis molt diferents. La ruptura de simetria sorgiria, amb l'aparició dels grups  $SU(3)_C$ ,  $SU(2)$  i  $U(1)$ , gràcies a la compactació, sense necessitat de la presència de la munió dels paràmetres arbitraris del mecanisme de Higgs. A partir de l'anterior trobaríem relacions precises entre les masses i les càrregues elèctriques de les diferents partícules conegudes i entre les distintes constants d'acoblament de les interaccions.

L'extraordinària precisió de l'espai compactat quedaria incorporat, a través de les seves propietats geomètriques i topològiques inevitables, a tots els fenòmens tetradimensionals coneguts (amb l'afegit de la supergravetat) a l'escala de baixes energies amb relacions precises i sense l'arbitrarietat en l'assignació dels valors dels paràmetres: el somni d'Einstein de descriure el món geomètricament esdevindria finalment una realitat.

->A la zona de baixes energies apareixen totes les partícules conegudes, el gravitó, els companys supersimètrics, l'axió, el Higgs... Totes les relacions entre els leptons/quarks de  $SU(5)$  i els fermions/bosons de la supersimetria hi són presents.

Amb la solució heteròtica  $E_8 \times E_8$  el trencament de la simetria deguda a la compactació ens du al grup  $E_6 \times E_8$ . La geometria topològica de  $E_6$  queda incorporada a la fenomenologia coneguda, mentre que les partícules associades al grup  $E_8$  romanen desconectades d'ella. La matèria corresponent a aquest grup  $E_8$  podria



correspondre a la matèria fosca que no intervindria en les interaccions convencionals, però influiria en l'evolució de l'univers a través de la seva massa. Ella *donaria* una raó del valor de la constant cosmològica, proper a zero, i evitaria el problema de la curvatura excessiva de l'univers amb la supergravetat.

A molt més altes energies hi hauria noves partícules (amb un espectre sempre creixent) i noves interaccions. *Totes les partícules sorgirien dels diferents modes de vibració de les cordes connectats a la seva tensió.* El valor elevat d'aquesta tensió, *per tal que la gravetat sigui present a la zona d'energies adient,* implica que els intervals de les masses de les partícules des de la zona de les baixes energies siguin molt grans. A partir de *l'energia de Planck  $E_p$ , que figura a l'acció a través de la tensió de la corda en repòs,* les masses de cada conjunt de l'espectre verifiquen la relació  $m^2 = n \cdot E_p^2$ . Per a  $n=0$  tindríem el món conegut amb una massa "negligible" (en realitat el principi d'indeterminació ens donaria una energia residual diferent de zero). Per a  $n=1$  tindríem la generació següent de partícules amb massa igual a  $E_p$ . Per a  $n=2$  obtindríem partícules de masses iguals a  $\sqrt{2} \cdot E_p$ , etc.

->Podria ocórrer que als inicis de l'univers l'espai no estigués compactat i la simetria original romangués intacta. Les altes energies permetrien processos addicionals i l'aparició de partícules de gran massa, que no es poden detectar als laboratoris en les condicions actuals, però *potser sí, més endavant.* Determinades cordes podrien estirar-se i donar lloc a les estructures de les cordes còsmiques que hom teoritza com a llavors en la formació de les galàxies. Més tard, *per raons desconegudes a hores d'ara,* l'espai es compactaria i donaria lloc al nostre món conegut.

->Pel principi d'indeterminació de *Heisenberg* la longitud de les cordes té el límit de la longitud de *Planck*: la singularitat del *Big Bang* desapareixeria, l'univers no seria creat i sortiria d'un estat anterior gràcies a l'energia que les cordes alliberarien.

->La cancel·lació de les divergències és possible, perquè el caràcter no puntual de les partícules fa que durant la interacció es perdi la noció de punt de contacte, origen dels infinits;<sup>20</sup> en efecte: si observem la figura que fa poc hem comentat, on comença una corda i acaba l'altra? Tindríem unes conseqüències semblants amb un espai discret, com ocorre en la teoria de llaços.

->La comprovació de la teoria en els moments actuals s'hauria de limitar a explicar (i, potser, només parcialment) el que ja coneixem, però de forma més unitària (és el que ha passat amb la nova deducció de la fórmula de *Bekenstein-Hawking* sobre el contingut d'informació d'un forat negre). Més enllà, la visualització de les cordes (si és que té sentit endinsar-se en una realitat que podria ser ontològicament prèvia a la realitat espaciotemporal) esdevé impossible en necessitar-se acceleradors de dimensions galàctiques per a cordes amb dimensions de l'ordre de la longitud de *Planck*. Si tinguéssim acceleradors més grans (la qual cosa és teòricament possible) ens trobaríem amb energies de col·lisió més factibles per poder comprovar les diferents previsions teòriques: una d'elles seria la contrastació experimental de l'existència de les partícules de *Kaluza-Klein* amb característiques semblants a les dels fotons, però dotades d'una massa tant més petita com més grans fossin les dimensions de les cordes.

->Tot l'anterior (encara en procés de gestació) sembla que, entre les solucions candidates (cada vegada menys), portarà a una única elecció que permetrà arribar a la solució inevitable final. *Les coses són com són, perquè no poden ser-ho d'una altra manera, si volem que la coherència amb l'absència d'inconsistències i d'anomalies hi sigui present.*

Aquest ideal adopta el terme anglès de "*bootstrap*"... Anàlogament al fet d'enlairar-nos tirant de les nostres sabates cap amunt *sense ajut extern*, la pròpia *coherència interna* i la seva absència de tota contradicció permetria afirmar que el món fos com és. En aquest sentit els problemes que han anat apareixent venen en la nostra ajuda, tot permetent-nos formular teories en què aquells estiguin absents.

Naturalment el perill que tot això comporta està en confondre la coherència interna provisional en definitiva. Això ens abocaria cap al dogmatisme més absolut que podria sorgir de nou. La troballa necessària, que encara no tenim, el substituirà per la "*docta ignorantia*" que, unida a la utopia impossible d'abastar la unitat del *Món*, ens aproparà a ella cada vegada més.

## CAP A LA GRAVITACIÓ QUÀNTICA

En l'exposició de les idees essencials que ens atansen a la unificació de la teoria quàntica i de la relativitat general seguirem d'ara endavant, fonamentalment, el pensament de *Smolin*.

Tres són els camins que semblen conduir-nos-hi:

a) Seguir principalment les petjades de la física quàntica per fer el nostre recorregut (teories de cordes i similars).

b) Iniciar el camí a través de la relativitat general (*teoria no pertorbativa de llaços* o "*loopy*").

c) Començar la nostra exploració per camins totalment nous (*geometria no commutativa, teoria quàntica relacional* o "*topos*" i teoria de "*twistors*").

El primer camí ha estat comentat a bastament. Concentrem-nos, doncs, en els trets essencials dels altres dos.

Una de les dificultats per obtenir una teoria de la gravitació quàntica està en el fet que la física quàntica es formula a partir d'un fons espaciotemporal fixat (és una teoria "background dependent"), mentre que a la relativitat general això no ocorre (tenim una formulació "background independent"): la geometria és dinàmica (*geometrodinàmica*) i l'espai i el temps no són "coses", sinó conceptes creats per ordenar i *relacionar* els fenòmens.

Segons *Smolin* el canvi paradigmàtic newtonià sorgí a partir de la formulació de la pregunta correcta sobre el món: l'important no era la forma de les òrbites planetàries, sinó les lleis de les forces gravitatòries que les originaven.

Semblantment, la teoria dels *llaços* apareix a partir d'aquestes preguntes fonamentals: Com és l'espai i el temps a l'escala de *Planck*? És aquell un escenari previ o bé és una conseqüència de relacions més profundes, com afirmaven *Leibniz*, *Mach*, *Einstein* amb la relativitat general i *Penrose* amb les seves *xarxes d'espín*?

Els apartats següents ens aclariran el significat de la *loopy*.

1-A causa de les similituds d'algunes equacions de la superconductivitat i la *CDQ* i de la quantificació del flux magnètic dins d'un superconductor, *Wilson* adapta la *CDQ* i substitueix l'espai continu per un reticle. A partir de càlculs amb els camps gauge al llarg de camins tancats (*llaços* o *bucles*) es defineixen nous operadors: els *llaços de Wilson*, que hi intervenen decisivament i

permeten una teoria no pertorbativa exempta de divergències. *Polyakov* conclou que aquests nous operadors esdevenen els elements bàsics a partir d'on fonamentar una formulació alternativa de la CDQ, tot ignorant la xarxa que ha permès definir-los.

2- *Barbour* realitza una descripció formal del que ha de ser una geometria *relacional*, de la qual sorgeix com a cas particular la mateixa relativitat general.

3- *Sen* i *Ashtekar* reescriuen la mètrica gravitatòria a partir d'un camp gauge. Això permet una descripció més senzilla de la relativitat general, que no és equivalent quànticament a la antiga, malgrat ser-ho clàssicament, i fa possible la seva quantificació.

4-Finalment, es reformula la gravitació quàntica en la línia de *Wilson* i *Polyakov* amb les aportacions, entre d'altres, de *Gambini*, *Rovelli*, *Crane* i *Smolin*. Es troben les expressions equivalents als *llaços de Wilson*, on figura la mètrica a través de les variables gauge d'*Ashtekar*, així com els altres operadors i els estats propis corresponents.

*Sense un escenari espacial fix* i amb l'absència de dimensions addicionals i de la supersimetria, altrament al que passa amb les supercordes, totes les magnituds estan quantificades, incloses les pròpiament espacials que a través dels seus operadors ens permeten definir els estats geomètrics propis (a grans escales obtenim els estats que recuperen la continuïtat aparent del món clàssic). En definitiva, l'espai-temps clàssic té el mateix estatus que la trajectòria espaciotemporal convencional: ambdós apareixen en el límit de propietats quàntiques.

Els volums i les àrees estan quantificats amb un valor mínim de  $LP^3$  i  $LP^2$ , respectivament, on  $LP=10^{-33}$  cm és la *longitud de Planck*. Aquells estats geomètrics tenen una *representació* a través de *grafos*, equivalents a les *xarxes d'espín de Penrose*: així, un cub d'aresta  $LP$ , de volum  $LP^3$  i limitat per 6 cares de superfície  $LP^2$  estaria representat per un graf amb un nus amb el nombre 1 des d'on sortirien 6 línies, cadascuna amb el nombre 1.

Segons el tipus de grafos, tindrem un espai euclidià o riemannianà. En aquest darrer cas apareixeran la curvatura i els efectes gravitacionals com a conseqüència de l'estructura d'aquells.

La unió tetradimensional dels grafos condueix a l'*evolució* dels estats geomètrics; a la *quantificació del temps* amb un valor

mínim del *temps de Planck* de  $10^{-44}$ s; a l'estructura quàntica *dinàmica* de l'espai (l'*escuma* o "*spacetime foam*" de *Wheeler*); i a l'evolució dinàmica de partícules i camps identificats adequadament als nusos i a les línies dels grafos, respectivament.

La quantificació de l'espai origina en els fotons una dispersió i una velocitat variables amb la seva freqüència. La detecció en diferents temps del conjunt de freqüències dels raigs gamma de curta durada, després d'un *llarg* viatge a través de l'espai, permetria una confirmació experimental de la teoria.

Possiblement, la física quàntica sigui essencialment no relativista en no incloure, en general, determinades simetries. A baixes energies aquestes podrien emergir i la teoria de la relativitat modificada limitaria la constància de la velocitat de la llum als fotons poc energètics corresponents a la longitud d'ona llarga.<sup>31</sup>

Finalment, la teoria de llaços permet trobar alternativament la fórmula de *Bekenstein-Hawking* de l'entropia d'un forat negre, com ocorre amb la teoria de supercordes.

La *geometria no commutativa* de *Connes* parteix d'una base radicalment diferent i intenta trobar uns principis generals aplicables a la realitat que està oculta sota la fenomenologia externa i que l'explica. Per a això es defineix inicialment una àlgebra commutativa especial de funcions que actuen sobre un determinat espai. Els ideals maximals d'aquesta àlgebra contenen les funcions que s'anul·len en un punt determinat. Cada punt, doncs, es pot identificar amb un ideal maximal de l'àlgebra i la geometria definida a través de les coordenades dels punts és totalment equivalent a l'obtinguda a partir de l'àlgebra funcional.

La generalització dels espais obtinguts a través de l'àlgebra anterior és possible, tot admetent *C\*-àlgebres* no commutatives (un cas particular de les àlgebres dels operadors  $T(+,.)$  dels espais de *Banach*-vegeu l'apèndix 2- sobre el cos complex). El que és essencial és que les àlgebres no commutatives no contenen, en general, ideals maximals i, per tant, podem trobar geometries que no permeten definir els punts amb precisió.

La indiscernibilitat dels punts i la no-commutativitat tenen relacions evidents amb la no-localitat, la indistingibilitat de partícules idèntiques i la no-commutativitat del món quàntic. Aquesta geometria no commutativa definiria la realitat més profunda del

món dels fenòmens. En ella desapareixerien l'espai, el temps, la dinàmica convencional i la probabilitat associada a la individualitat, ara inexistent. Malgrat això, podem definir-hi *conceptes més generals* (la dinàmica no estaria condicionada als canvis temporals, per exemple!)<sup>32</sup> que *circumscriu* en un subconjunt commutatiu de l'àlgebra ens restituïrien el món conegut espaciotemporal, dinàmic i probabilístic amb les aproximacions conegudes de la física quàntica i de la relativitat general. En aquest sentit, el nostre univers es fonamentaria en una realitat paradoxalment no local i atemporal o, si ho preferiu, ubiqua i eterna.

Els *nous principis* de la gravitació quàntica podrien partir també de *la unitat de l'univers* amb la incorporació de la teoria matemàtica de la *lògica topològica* no estàndard d'*Isham* ("*topos*") que permetés relacionar (*teoria quàntica relacional*), mitjançant la informació, la descripció diversa i *compatible* d'un únic univers a través de les visions limitades pels horitzons corresponents dels diferents observadors que formarien part del mateix univers. Com afirmava *Berkeley*, "ser seria ser percebut". Només un déu podria tenir una descripció *total* de l'univers... i, tanmateix, l'anterior seria compatible amb una visió *realista* del món independent de les nostres representacions sobre ell.

És conegut el fet que molts càlculs dins del camp dels nombres reals apareixen de forma més natural i senzilla si es realitzen en el camp complex. Amb aquesta constatació, *Penrose* estudia els fenòmens físics dins d'una varietat complexa que fonamenta la nostra varietat espaciotemporal quadridimensional no local: es tracta de l'espai de *twistors* (espinors identificats amb els punts de l'esmentada varietat complexa).

És possible que calgui anar a una síntesi més enllà de tots els camps de recerca, tot imaginant nous principis. Potser la nostra física no sigui més que una aproximació "provinciana" de la realitat. Noves teories podrien incorporar en la seva formulació la longitud i el temps de *Planck*: simetries, amb els principis de conservació corresponents, i constants universals serien violades i novament recuperades quan aquells dos valors tendissin a zero.

Les noves teories permetrien, per altra banda, concebre nous experiments, un cop superades les dificultats tecnològiques per realitzar-los, que ens ajudessin a avançar en la línia correcta.