===

ALGORITMO ITERATIVO PARA EL NUMERO PI

===

El metodo es circunscribir un poligono en una circunferencia y calcular el perimetro de dicho poligono.El perimetro de un poligono que tenga infinitos lados es igual a la longitud de la circunferencia, por lo tanto calculando la longitud de la circunferencia se calcula pi.

La formula es el siguiente algoritmo iterativo.

$$A(n+1) = \frac{A(n) * (B(n) + 1)}{2}$$

$$B(n+1) = RAIZ\left(\frac{2 * B(n)}{B(n) + 1} \right)$$

los valores iniciales son A(0) = 1/4 y B(0) = RAIZ(2)

El valor 1/4 de A(0) es igual a $\dfrac{1}{4 * \text{tangente}(pi/4)}$

El valor RAIZ(2) de B(0) es igual a $\dfrac{1}{\text{coseno}(pi/4)}$

se toma como valores iniciales de partida una circunferencia que tiene como radio el valor 1. por lo tanto si calculamos el valor de la longitud de la semicircunferencia ese valor sera igual a PI el limite $\left(\dfrac{1}{A(n)} \right)$ n------>infinito es igual a PI

DEMOSTRACION

---

si consideramos B(n) igual a $\dfrac{1}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}$

y B(n + 1) igual a $\dfrac{1}{\text{coseno}(\ pi(2*n)\ )}$

la demostracion que relaciona B(n) con B(n + 1) es la siguiente

$$B(n + 1) = \text{RAIZ}\left(\frac{2 * B(n)}{B(n) + 1} \right)$$

el denominador de la fraccion que esta dentro de la raiz

$$B(n) + 1$$

es igual a

$$1 + \frac{1}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}$$

que es igual a

$$\frac{1 + \text{coseno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}$$

el numerador 2 * B(n) es igual a

$$\frac{2}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}$$

la fraccion entera sera igual a

$$\frac{\dfrac{2}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}}{\dfrac{1 + \text{coseno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}}$$

que es igual a

$$\frac{2}{1 + \text{coseno}(\ pi/n\ )}$$

el denominador de la fraccion

1 + coseno(pi/n)

que es igual a

2 * coseno(pi/(2*n)) * coseno(pi/(2*n))

$$\frac{2}{2 * \text{coseno}(pi/(2*n)) * \text{coseno}(pi/(2*n))}$$

que es igual a

$$\frac{1}{\text{coseno}(pi/(2*n)) * \text{coseno}(pi/(2*n))}$$

por lo tanto la raiz sera igual a

$$\text{RAIZ} \left(\frac{1}{\text{coseno}(pi/(2*n)) * \text{coseno}(pi/(2*n))}\right)$$

que es igual a

$$\frac{1}{\text{coseno}(pi/(2*n))}$$

por lo tanto

$$B(n) = \frac{1}{\text{coseno}(pi/n)}$$

y

$$B(n + 1) = \frac{1}{\text{coseno}(pi/(2*n)}$$

por lo tanto cada iteracion B(n) calcula el inverso del coseno de un triangulo que tiene el numero de grados la mitad que la iteracion anterior.

si consideramos A(n) igual a $\dfrac{1}{2^q * \text{tangente}(\ pi/n\ )}$

y A(n + 1) igual a $\dfrac{1}{2^{(q+1)} * \text{tangente}(\ pi(2*n)\ )}$

la demostracion que relaciona A(n) con A(n + 1) es la siguiente

$$A(n + 1) = \frac{A(n) * (\ B(n) + 1\ )}{2}$$

B(n) + 1 ya hemos visto anteriormente su valor

$$\frac{1 + \text{coseno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}$$

por lo tanto A(n) * (B(n) + 1) es igual a

$$\frac{\text{coseno}(\ pi/n\ )}{2^q * \text{seno}(\ pi/n\ )} * \frac{1 + \text{coseno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}$$

que es igual a

$$\frac{1 + \text{coseno}(\ pi/n\ )}{2^q * \text{seno}(\ pi/n\ )}$$

el numerador

$$1 + \text{coseno}(\ pi/n\ )$$

es igual a

2 * coseno(pi/(2*n)) * coseno(pi/(2*n))

el denominador

2^q * seno(pi/n)

es igual a

2^q * 2 * seno(pi/(2*n)) * coseno(pi/(2*n))

la fraccion sera por lo tanto igual a

```
      2 * coseno( pi/(2*n) ) * coseno( pi/(2*n)
   ------------------------------------------------------
     2^q * 2 * seno( pi/(2*n) ) * coseno( pi/(2*n) )
```

que es igual a

```
      coseno( pi/(2*n)
   ----------------------------------
     2^q * seno( pi/(2*n) )
```

y si esta fraccion la dividimos por 2

```
              coseno( pi/(2*n)
         -----------------------------------
              2^q * seno( pi/(2*n) )
 ----------------------------------------------------
                          2
```

se obtiene

```
         coseno( pi/(2*n)
   --------------------------------------
     2^(q+1) * seno( pi/(2*n) )
```

por lo tanto

$$A(n) = \frac{1}{2^q * \text{tangente}(pi/n)}$$

y

$$A(n + 1) = \frac{1}{2^{(q+1)} * \text{tangente}(pi/(2*n))}$$

por lo tanto cada iteracion A(n) calcula el inverso de la longitud del perimetro de un poligono circunscrito, que tiene el numero de lados el doble que la iteracion anterior.

y en consecuencia

el limite($\frac{1}{A(n)}$) n------>infinito es igual a PI

para cualquier consulta contactar con

oteropera@hotmail.com