ALGORITMO ITERATIVO PARA EL NUMERO PI

El metodo es circunscribir un poligono en una circunferencia y calcular el perimetro de dicho poligono.El perimetro de un poligono que tenga infinitos lados es igual a la longitud de la circunferencia, por lo tanto calculando la longitud de la circunferencia se calcula pi.

La formula es el siguiente algoritmo iterativo.

$$A(n + 1) = \frac{A(n) * B(n)}{A(n) + B(n)}$$

$$B(n + 1) = RAIZ\left(\frac{A(n) - B(n)}{2 * A(n)}\right)$$

los valores iniciales son $A(0) = 1$ y $B(0) = RAIZ(1/2)$

El valor 1 de $A(0)$ es igual a la tangente(pi/4)

El valor RAIZ(1/2) de $B(0)$ es igual al valor del seno(pi/4)

se toma como valores iniciales de partida una circunferencia que tiene como radio el valor 1. por lo tanto si calculamos el valor de la longitud de la semicircunferencia ese valor sera igual a PI

el limite($2^{(n+2)} * A(n)$) n------>infinito es igual a PI

DEMOSTRACION

---

si consideramos $B(n)$ igual al seno(pi/n)

y $B(n + 1)$ igual al seno(pi/(2*n))

la demostracion que relaciona $B(n)$ con $B(n + 1)$ es la siguiente

$$B(n + 1) = \mathrm{RAIZ}\left(\frac{A(n) - B(n)}{2 * A(n)}\right)$$

el numerador de la fraccion que esta dentro de la raiz

$$A(n) - B(n)$$

es igual a

$$\frac{\mathrm{seno}(\ pi/n\ )}{\mathrm{coseno}(\ pi/n\ )} - \frac{\mathrm{seno}(\ pi/n\ )}{1}$$

que es igual a

$$\frac{\mathrm{seno}(\ pi/n\ ) - \mathrm{seno}(\ pi/n\ ) * \mathrm{coseno}(\ pi/n\ )}{\mathrm{coseno}(\ pi/n\ )}$$

que es igual a

$$\frac{\mathrm{seno}(\ pi/n\ ) * (\ 1 - \mathrm{coseno}(\ pi/n\ )\ )}{\mathrm{coseno}(\ pi/n\ )}$$

el denominador de la fraccion que esta dentro de la raiz

$$2 * A(n)$$

es igual a

$$\frac{2 * \mathrm{seno}(\ pi/n\ )}{\mathrm{coseno}(\ pi/n\ )}$$

por lo tanto la fraccion entera sera igual a

$$\frac{\dfrac{\mathrm{seno}(\ \mathrm{pi}/n\ ) * (\ 1 - \mathrm{coseno}(\ \mathrm{pi}/n\ )\ )}{\mathrm{coseno}(\ \mathrm{pi}/n\ )}}{\dfrac{2 * \mathrm{seno}(\ \mathrm{pi}/n\ )}{\mathrm{coseno}(\ \mathrm{pi}/n\ )}}$$

que es igual a

$$\frac{1 - \mathrm{coseno}(\ \mathrm{pi}/n\ )}{2}$$

por lo tanto la raiz sera igual a

$$\mathrm{RAIZ}\left(\frac{1 - \mathrm{coseno}(\ \mathrm{pi}/n\ )}{2}\right) = \mathrm{seno}(\ \mathrm{pi}/(2*n)\ )$$

por lo tanto

$B(n) = \mathrm{seno}(\ \mathrm{pi}/n\ )$

y $B(n + 1) = \mathrm{seno}(\ \mathrm{pi}/(2*n)\ )$

por lo tanto el calculo de B(n) es igual a calcular el seno de un triangulo que tiene el numero de grados la mitad que la iteracion anterior.

si consideramos A(n) igual a la tangente(pi/n)

y A(n + 1) igual a la tangente(pi/(2*n))

la demostracion que relaciona A(n) con A(n + 1) es la siguiente

$$A(n + 1) = \frac{A(n) * B(n)}{A(n) + B(n)}$$

el numerador

$$A(n) * B(n)$$

$$\frac{\text{seno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )} * \frac{\text{seno}(\ pi/n\ )}{1}$$

que es igual a

$$\frac{\text{seno}(\ pi/n\ )\text{^}2}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}$$

el denominador

$$A(n) + B(n)$$

es igual a

$$\frac{\text{seno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )} + \frac{\text{seno}(\ pi/n\ )}{1}$$

que es igual a

$$\frac{\text{seno}(\ pi/n\ ) + \text{seno}(\ pi/n\ ) * \text{coseno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}$$

que es igual a

$$\frac{\text{seno}(pi/n) * (1 + \text{coseno}(pi/n))}{\text{coseno}(pi/n)}$$

por lo tanto la fraccion entera sera igual a

$$\frac{\dfrac{\text{seno}(pi/n)^2}{\text{coseno}(pi/n)}}{\dfrac{\text{seno}(pi/n) * (1 + \text{coseno}(pi/n))}{\text{coseno}(pi/n)}}$$

que es igual a

$$\frac{\text{seno}(pi/n)}{1 + \text{coseno}(pi/n)}$$

el numerador

$$\text{seno}(pi/n)$$

es igual a

$$2 * \text{seno}(pi/(2*n)) * \text{coseno}(pi/(2*n))$$

el denominador

$$1 + \text{coseno}(pi/n)$$

es igual a

$$2 * \text{coseno}(pi/(2*n)) * \text{coseno}(pi/(2*n))$$

por lo tanto la fraccion sera igual a

$$\frac{2 * \operatorname{seno}(pi/(2*n)) * \operatorname{coseno}(pi/(2*n))}{2 * \operatorname{coseno}(pi/(2*n)) * \operatorname{coseno}(pi/(2*n))}$$

que es igual a

$$\frac{\operatorname{seno}(pi/(2*n))}{\operatorname{coseno}(pi/(2*n))} = \operatorname{tangente}(pi/(2*n))$$

En consecuencia

$$A(n) = \operatorname{tangente}(pi/n)$$

y $A(n + 1) = \operatorname{tangente}(pi/(2*n))$

por lo tanto cada iteracion $A(n)$ calcula la tangente de un triangulo tiene el numero de grados la mitad que la iteracion anterior.

si tomamos $A(n)$ que es igual a la tangente de un triangulo, y lo multiplicamos por el numero de veces que aparece en un poligono de 2^p lados, es igual a la longitud del perimetro del poligono de 2^p lados

por lo tanto

el limite($2^{(n+2)} * A(n)$) n------>infinito es igual a PI

para cualquier consulta contactar con
oteropera@hotmail.com