

Tema 3: Capitalització i actualització simple.

3.1. Introducció.

Una **operació financera** és la que té com a objectiu immediat el substituir un o més capitals per un altre capital disponible en un determinat període de temps.

Els elements més importants utilitzats en una operació financera són:

- 1) Origen de l'operació: Moment en que comença a posar-se en marxa tot el mecanisme de l'operació.
- 2) Final de l'operació: Moment en el que l'operació deixa de ser activa.
- 3) Durada de l'operació: Període de temps comprés entre l'origen i el final de l'operació.
- 4) Preu de l'operació: Interessos que hem d'abonar o carregar a l'operació.
- 5) Capital: Actiu que dona raó de ser a l'operació.

Hi ha bàsicament dos tipus d'operacions financeres, l'**operació financera de capitalització** i l'**operació financera d'actualització o descompte**. En tots dos casos es dona una doble classificació: simple i composta. En la **capitalització simple** els interessos no varien d'un període a un altre, i per tant, no s'agreguen al capital per tal de produir nous interessos, mentre que en la **capitalització composta**, els interessos s'agreguen al capital i generen nous interessos.

Cal deixar molt clar que entenem per interessos, el lloguer que hem de pagar o cobrar per un capital prestat.

3.2. Elements i fórmules fonamentals de la capitalització simple.

Aquests elements són:

C = capital inicial de l'operació.

M = muntant o capital final.

I = interessos generats en l'operació.

i = taxa d'interès unitària (en tant per u).

t = durada de l'operació.

La fórmula que relaciona el muntant, el capital inicial i els interessos és: **$M = C + I$**

L'interès està en proporció directa amb el capital inicial, la taxa d'interès unitari i el temps, i ve donada per:

$$I = C \cdot i \cdot t$$

on **i** i **t** estan expressats amb la mateixa unitat de temps.

Combinant les dues fórmules anteriors, obtenim: **$M = C \cdot (1 + i \cdot t)$**

Activitat 3.1.

- a) Calculeu els interessos simples de 2565 € al 6% de taxa d'interès simple anual durant 3 anys.
- b) Quant temps trigarà un capital en duplicar-se col·locat al 8% d'interès simple anual?
- c) Com a muntant d'un capital inicial al 5,5% d'interès simple anual ens retornen 125009,67 €. Quin és el capital inicial d'aquesta operació?

3.3. Taxes equivalents d'interès simple.

Diem que dues taxes d'interès simple són equivalents si a l'aplicar-les a un mateix capital, durant un mateixa període de temps, obtenim els mateixos interessos.

A interès simple, les taxes d'interès equivalents són proporcionals, així doncs si i i i_k són equivalents, tenim que: $i_k = \frac{i}{k}$.

Exemples:

1. La taxa d'interès unitari trimestral equivalent al 7% d'interès simple anual és:
 $i_4 = \frac{0,07}{4} = 0,0175$ trimestral (és a dir, l'1,75 % trimestral).
2. La taxa d'interès unitari anual d'interès simple equivalent a l'1,05% mensual és:
 $i = 12 \cdot 0,0105 = 0,126$ anual (és a dir, el 12,6 % anual).

Activitat 3.2.

- a) Determineu la taxa d'interès simple bimensual equivalent al 5,5 % anual.
- b) Determineu la taxa d'interès simple anual equivalent al 1,05 % trimestral.
- c) Determineu la taxa d'interès simple quadrimestral equivalent al 1,001 % mensual.

Activitat 3.3.

- a) Quin és el muntant d'un capital de 12000 € amb una taxa d'interès simple trimestral del 3,05 % durant 5 anys?
- b) Calculeu els interessos d'un capital de 1200 € col·locat al 8% d'interès simple anual durant 3 mesos.

Els dos apartats de l'activitat anterior es poden resoldre aplicant directament les fórmules:

$$I = \frac{C \cdot i \cdot t}{k} \quad \text{i} \quad M = \frac{C \cdot (k + i \cdot t)}{k}$$

on k és un submúltiple de la unitat de temps emprada en t .

Activitat 3.4.

- a) Quin és el muntant d'1500 € al 7,8 % d'interès simple anual en 5 mesos?
- b) Calculeu els interessos de 2350 € al 6,5 % d'interès simple anual en 2 trimestres.

Si es treballa en dies cal tenir present que a efectes financer parlem de l'any comercial i de l'any civil. L'any comercial té 360 dies, mentre que el civil té 365 dies. Els interessos corresponents s'obtenen amb les f

$$I_{co} = \frac{C \cdot i \cdot t}{360} \quad \text{i} \quad I_{ci} = \frac{C \cdot i \cdot t}{365}$$

i que la relació entre ambdós interessos és:

$$I_{co} = \frac{73}{72} \cdot I_{ci}$$

Activitat 3.5.

Considereu un capital de 3225,35 € a un 5,5 % d'interès simple anual en 35 dies.
Calculeu:

- a) Els interessos comercials,
- b) Els interessos civils, i
- c) Comproveu que és dóna la relació: $I_{co} = \frac{73}{72} \cdot I_{ci}$.

3.4. El descompte simple.

L'**actualització** o **descompte** és una operació financera que té com a objectiu substituir un capital per un altre amb un venciment anterior al prefixat inicialment.

En el cas de l'**actualització simple**, el descompte s'obté a través d'un règim de capitalització simple. Ara bé, es dóna dos tipus de modalitat, una de molt pràctica que es dóna en l'activitat comercial, l'anomenat **descompte comercial**, i una segona modalitat més teòrica, que es coneix com a **descompte racional o matemàtic**.

Els elements que intervenen en les dues modalitats de descompte són:

C = valor nominal o import del deute que ha de pagar el deutor.

V = valor efectiu o import que rep el creditor.

D = descompte o import que es dedueix del valor nominal.

i = taxa unitària d'interès simple.

t = temps que separa el valor efectiu del valor nominal (temps anticipat al venciment del deute).

La fórmula general del descompte és:

$$D = C - V$$

i és vàlida per al dos tipus de descompte.

3.4.1. El descompte comercial.

El descompte comercial es calcula sobre el valor nominal i ve donat per la fórmula:

$$D_c = C \cdot i \cdot t$$

Tenint en compte que $V = C - D = C - C \cdot i \cdot t = C \cdot (1 - i \cdot t)$, és a dir:

$$V = C \cdot (1 - i \cdot t)$$

I quan el temps ve donat en fraccions d'any, aquestes fórmules es transformen en:

$$D_c = \frac{C \cdot i \cdot t}{k} \quad \text{i} \quad V = \frac{C \cdot (k - i \cdot t)}{k}$$

Activitat 3.6.

- a) Determineu el valor efectiu d'un deute de valor nominal 6000 € al 7% d'interès simple anual si ens anticipem en el pagament 1 any.
- b) Calculeu el descompte comercial d'un deute de valor nominal 1355 € al 6,5 % d'interès simple anual a l'anticipar-nos 50 dies al venciment. Considereu l'any comercial.
- c) Quin és el tant d'interès simple aplicat a una operació d'actualització si el crèdit té un valor nominal de 1500 € i el valor efectiu és de 1439,56 € en 80 dies? Considereu l'any comercial.

3.4.2. El descompte racional o matemàtic.

El descompte matemàtic es calcula sobre el valor efectiu i ve donat per la fórmula:

$$D_r = V \cdot i \cdot t$$

Si tenim en compte que $D = C - V$, tenim que: $D_r = V \cdot i \cdot t = C - V$, d'on:
 $C = V + V \cdot i \cdot t = V \cdot (1 + i \cdot t)$. És a dir:

$$V = \frac{C}{1 + i \cdot t}$$

Si el temps està referit a fraccions d'any, les formules anteriors queden en la forma:

$$D_r = \frac{V \cdot i \cdot t}{k} \quad \text{i} \quad V = \frac{C \cdot k}{k + i \cdot t}$$

Activitat 3.7.

- a) Calculeu el descompte racional de 1000 € al 6 % d'interès simple anual en 2 mesos.
- b) Un crèdit de 2570 € amb venciment als 16 mesos té un descompte racional o matemàtic de 245,37 €. A quina taxa d'interès simple anual es va descomptar?

3.5. Algunes consideracions sobre l'equivalència financera simple.

Podem definir l'**equivalència financera** com la igualtat de valor de dos o més crèdits al considerar-los actualitzats a un mateix venciment.

Analitzarem algunes situacions d'equivalència financera:

3.5.1. Venciment comú de varis crèdits.

Anomenem **venciment comú** de varis pagaments al venciment d'un únic pagament que ha de substituir els altres pagaments amb venciments diferents, sota la condició d'equivalència financera.

Sigui C_1 , C_2 i C_3 tres crèdits amb venciments respectius t_1 , t_2 i t_3 , C l'únic pagament que els ha de reemplaçar i t el seu venciment, tenim: $C \cdot (1 - i \cdot t) = C_1 \cdot (1 - i \cdot t_1) + C_2 \cdot (1 - i \cdot t_2) + C_3 \cdot (1 - i \cdot t_3)$ i d'aquí que $C - C \cdot i \cdot t = (C_1 + C_2 + C_3) - i \cdot (C_1 \cdot t_1 + C_2 \cdot t_2 + C_3 \cdot t_3)$, i aïllant t , tenim:

$$t = \frac{C - (C_1 + C_2 + C_3) + i \cdot (C_1 \cdot t_1 + C_2 \cdot t_2 + C_3 \cdot t_3)}{C \cdot i}$$

Activitat 3.8.

Quin és el venciment comú d'un únic pagament de 5400 € que ha de substituir tres deutes de valor nominal $C_1 = 900$ € amb venciment $t_1 = 30$ dies, $C_2 = 1800$ € amb venciment $t_2 = 45$ dies i $C_3 = 2700$ € amb venciment $t_3 = 60$ dies? La Taxa d'interès simple és del 8% anual.

Activitat 3.9.

Calculeu la quantia del pagament que hem de lliurar als 60 dies per tal de liquidar dos crèdits de 1000 € i 3000 € amb venciments respectius de 40 dies i 65 dies, treballant al 6% d'interès simple anual.

3.5.2. Venciment mig.

És un cas particular de venciment comú on el pagament únic coincideix amb la suma de tots crèdits que s'han de liquidar.

$$t = \frac{C_1 \cdot t_1 + C_2 \cdot t_2 + C_3 \cdot t_3}{C}$$

Activitat 3.10.

Volem substituir tres crèdits de valors nominals 120 €, 180 € i 240 €, amb venciments respectius 30 dies, 55 dies i 80 dies, per un únic pagament que sigui la suma dels nominals anterior. Quin és el venciment d'aquest pagament?

3.5.3. Descomposició d'un crèdit en dos pagaments.

La descomposició d'un crèdit en dos pagaments tal que la suma sigui el total del crèdit inicial és un cas invers del venciment mig.

Sigui C l'import del crèdit amb venciment t i C_1 i C_2 els dos pagaments amb venciments t_1 i t_2 respectivament. Per determinar el valor nominal de C_1 i C_2 , tindrem en compte les fórmules:

$$C_1 = \frac{C \cdot (t_2 - t)}{t_2 - t_1} \quad \text{i} \quad C_2 = C - C_1$$

Activitat 3.11.

Un crèdit de valor nominal 7200 € amb venciment en 60 dies es vol liquidar en dos pagaments realitzats en 45 i 90 dies respectivament. Quina és la quantia a pagar en cadascun dels dos pagaments?

3.5.4. Lliuraments a compte.

En els lliurament a compte d'un crèdit, el deutor pot retardar el restant del crèdit fins que la quantia retardada en els dies de retard compensi els interessos de la quantia lliurada a compte en els dies avançats.

Per determinar el temps de retard fem servir la fórmula:

$$t_r = \frac{C_1 \cdot t_a}{C - C_1}$$

on t_r és el temps de retard i t_a el temps anticipat, i C_1 el lliurament a compte del crèdit.

Activitat 3.12.

S'ha lliurat 3600 € a compte d'un deute de 5000€ que s'han de pagar en 90 dies. Si aquest lliurament el fem 15 dies abans del venciment, quan s'ha d'efectuar l'altre pagament?

Exercicis:

1. Quin capital és necessari col·locar al 6,5 % d'interès simple per tenir una renda anual de 360 €?
2. Quin tant d'interès simple es va aplicar a un capital de 2052 € si en el termini d'un any el muntant va ser de 2277,72 €?
3. Calculeu la durada d'un préstec de 2160 € si al 12 % d'interès simple anual s'ha convertit en 2678,4 €.
4. Calculeu els interessos comercials de 2508 € al 7 % d'interès simple anual en 39 dies.
5. Quantes setmanes va durar un préstec de 390 € si es va pagar 4,73 € d'interessos calculats al 9% d'interès simple anual? Recordeu que un any té 52 setmanes.
6. La diferencia entre els interessos comercials i civil és de 0,76 €. Quins són els interessos simples comercials?
7. Quants mesos trigarà un capital en quadruplicar-se al 10 % d'interès simple anual?
8. En quant temps els interessos d'un capital, al 7,5% d'interès simple anual, és igual a la meitat del capital?
9. El valor efectiu d'un crèdit descomptat comercialment al 8,5% d'interès simple en un any ha estat de 1098 €. Quin era el seu import? A quant puja el descompte?
10. Calcular el valor nominal d'un crèdit que descomptat comercial al 6,5 % d'interès simple en 3 mesos va obtenir una reducció de 38,14 €.. Quin seria aquest valor nominal si el descompte hagués estat racional?
11. Un crèdit al ser descomptat comercialment dos mesos abans del seu venciment al 9% d'interès simple anual es va reduir a 1650 €. Quin era el seu valor nominal.
12. Tres crèdits es volen liquidar amb un únic pagament de 4950 €. Sabent que un d'ells de 1560 € té el venciment de 90 dies, un altre de 2340 € té el venciment a 120 dies, i el tercer de 960 € té el venciment a 180 dies, calcular la data de venciment de l'únic pagament al 8% d'interès simple anual.
13. Calculeu el venciment mig de tres crèdits de valor nominal 900 € amb venciment als 4 mesos, 1200 € amb venciment als 5 mesos i 1800 € amb venciment als 6 mesos.
14. Per cancel·lar un deute de 4000 € amb venciment als 60 dies es va fer un pagament als 30 dies i un altre als 80 dies. Quina quantitat es va pagar en cada moment?
15. A compte d'un crèdit de 12000 € a pagar a 60 dies es van lliurar 7200 € a 40 dies del seu venciment. Quan haurem de lliurar la quantitat restant?