

Unitat 3: La probabilitat

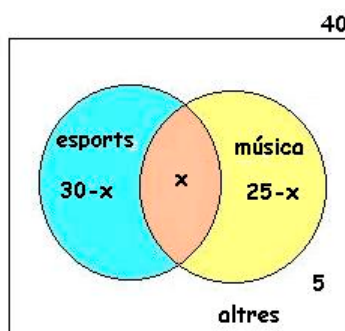
3.1. Continguts.

3.1.1. Estratègies per a comptar.

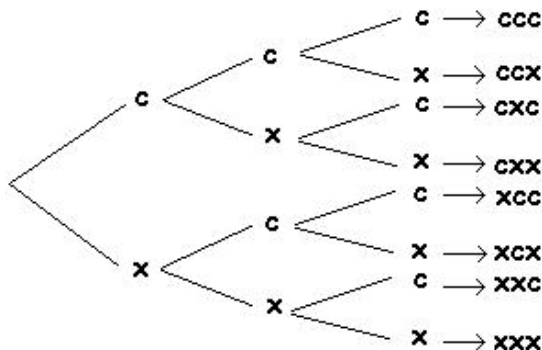
Els problemes de comptar poden resoldre's amb facilitat utilitzant esquemes, taules, diagrames d'arbre o models matemàtics propis. Veurem algunes d'aquestes tècniques a través d'exemples.

Exemples 1-2-3-4:

- 1) El pati de butaques d'un cinema té 50 files i 25 butaques per fila. Quina és la capacitat del cinema?
Aquest cas és molt senzill, ja que només cal multiplicar el nombre de files pel nombre de butaques per fila. Així tenim: $50 \cdot 25 = 1250$ butaques
- 2) Realitzem una enquesta a un grup de 40 alumnes de 4t d'ESO sobre les seves preferències de lleure. Hem observat que 30 s'interessen per l'esport, 25 per la música i 5 per altres activitats.
 - a) Quants alumnes estan interessats en l'esport i la música?
 - b) Quants només per la música?
 En aquest cas un esquema ens pot ajudar. Observeu:



- a) Com en el grup tenim 5 alumnes que estan interessats per altres activitats que no siguin ni l'esport ni la música, tenim doncs: $35 = (30-x) + x + (25-x) = 55-x$, d'on $x = 20$ alumnes.
- b) Mirant el dibuix, podem observar que el nombre d'alumnes que només estan interessats per la música és: $25 - 20 = 5$.
- 3) Volem saber quants resultats diferents podem obtenir si tirem 3 cops una moneda. La construcció d'un diagrama d'arbre facilita el recompte. Observeu:



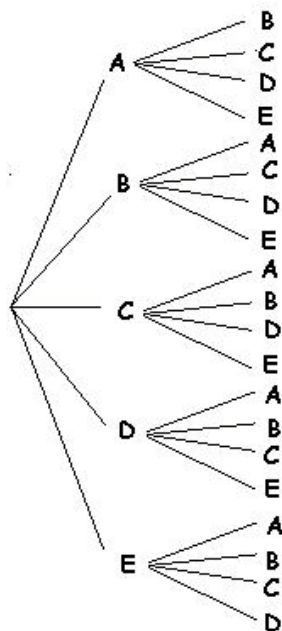
El total de resultats és 8.

- 4) Cinc equips de futbol sala juguen un campionat a doble volta. Si indiquem per A, B, C, D i E els diferents equips d'aquesta competició, quants partits es jugaran?

Una manera de resoldre el problema podria ser la de construir una taula de doble entrada i comptar totes les situacions que es donen. D'aquesta manera podem respondre que 20 serà el nombre total de partits jugats.

	A	B	C	D	E
A	-	AB	AC	AD	AE
B	BA	-	BC	BD	BE
C	CA	CB	-	CD	CE
D	DA	DB	DC	-	DE
E	EA	EB	EC	ED	-

Una altra manera de fer-ho és utilitzant un diagrama d'arbre. Així doncs, tenim:



Fins aquí hem vist alguns problemes de comptar utilitzant únicament tècniques gràfiques. Com veurem tot seguit, és possible resoldre el problema de comptar sense fer ús de gràfics, només utilitzant fórmules.

	Definició	Fórmula
Variacions ordinàries	Anomenem variacions de m elements agafats de n en n a les diferents ordenacions de n elements que es poden formar sense repetir-los, de manera que dues ordenacions qualsevol tingui algun element diferent o bé els mateixos però en ordre diferent.	$V_{m,n} = m \cdot (m-1) \cdot \dots \cdot (m-n+1)$
Variacions amb repetició	Les variacions amb repetició són variacions on els elements poden estar repetits.	$VR_{m,n} = m^n$
Permutacions	Anomenem permutacions de n elements a les diferents ordenacions que podem formar agafant –los tots a l’hora sense repetició. És un cas particular de variació ordinària amb $m = n$	$P_n = n!$
Combinacions	Anomenem combinacions de m elements agafats de n en n a les diferents ordenacions de n elements que es poden formar sense repetir-los, de manera que dues ordenacions qualsevol tingui algun element diferent.	$C_{m,n} = \frac{m!}{n! \cdot (m-n)!}$

Exemples 5-6-7-8:

- 5) Quants nombres de tres xifres diferents podem formar amb els dígit 1, 2, 3, 4 i 5? I si es poden repetir els dígit?

En el primer cas $V_{5,3} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$, mentre que en el segon cas $VR_{5,3} = 5^3 = 125$.

- 6) De quantes maneres possibles podem posar tres llibres diferents en un prestatge?

$P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$, és a dir, de 6 maneres diferents.

- 7) Quantes paraules diferents podem escriure amb el mot PATI? Quantes acaben en A?

$P_4 = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ paraules.

D'aquestes paraules, aAcaben en A: $P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

- 8) Quantes opcions té la Marta si ha d'escollir tres crèdits variables de 4t d'ESO entre 8 opcions?

$$C_{8,4} = \frac{8!}{4! \cdot 4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4!} = 70 \text{ opcions.}$$

3.1.2. Fenòmens aleatoris.

Quan volem treure bola d'una bossa que conté boles blanques i negres, no permet preveure de manera exacta si la bola serà blanca o negra. En aquest cas diem què intervé l'atzar.

Quan posem sucre en un got d'aigua i remenem amb la cullera, podem preveure que el sucre es desfarà.

Com podem veure es donen situacions on l'experiència és totalment imprevisible i d'altres que són previsibles.

Una **experiència aleatòria** es aquella en la que no podem preveure el resultat abans que tingui lloc.

Exemple 9-10:

- 9) L'experiència de tirar un dau i observar la puntuació que sortirà en la cara superior és una experiència aleatòria.
10) L'experiència de fer reaccionar hidrogen i oxigen és previsible ja que obtindrem aigua. Així doncs estem davant una experiència no aleatòria.

El conjunt de resultats d'una experiència aleatòria rep el nom d'**espai mostral** (Ω) i cada un dels resultats d'aquesta experiència rep el nom d'**esdeveniment elemental**.

Un **esdeveniment** o **succés** és qualsevol subconjunt de l'espai mostral.

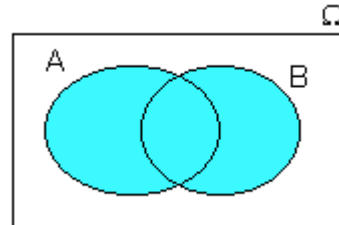
Exemple 11-12:

- 11) L'espai mostral de l'experiència tirar un dau i observar les puntuacions que apareixen a la cara superior és: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
"Treure una puntuació parell" és l'esdeveniment $\{2, 4, 6\}$.
"Treure el 6" és l'esdeveniment elemental $\{6\}$.
12) L'espai mostral de l'experiència tirar dues monedes i observar si surt cara o creu és:
 $\Omega = \{(c,c), (c,x), (x,c), (x,x)\}$.
"Treure una cara" és l'esdeveniment $\{(c,x), (x,c)\}$.
"Treure al menys una creu" és l'esdeveniment $\{(c,x), (x,c), (x,x)\}$.
"Treure dos cares" és l'esdeveniment elemental $\{(c,c)\}$.

Operacions amb esdeveniments:

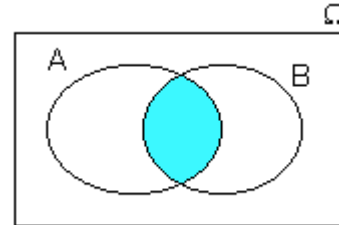
- 1) **Unió de dos esdeveniments:** Si A i B són dos esdeveniments, definim la unió d'A i B com l'esdeveniment:

$$A \cup B = \{x \in \Omega / x \in A \text{ o bé } x \in B\}$$



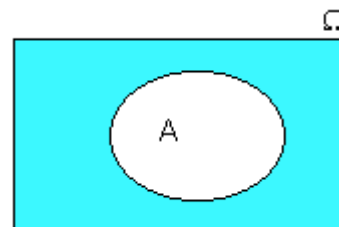
- 2) **Intersecció de dos esdeveniments:** Si A i B són dos esdeveniments, definim la intersecció d'A i B com l'esdeveniment:

$$A \cap B = \{x \in \Omega / x \in A \text{ i } x \in B\}$$



- 3) **Complementari d'un esdeveniment:** Si A és un esdeveniment, definim el complementari d'A com l'esdeveniment:

$$\overline{A} = \{x \in \Omega / x \notin A\}$$



Exemple 13:

L'espai mostral de l'experiència tirar primer un dau i després una moneda és:

$$\Omega = \{(1,c), (2,c), (3,c), (4,c), (5,c), (6,c), (1,x), (2,x), (3,x), (4,x), (5,x), (6,x)\}$$

Considerem els esdeveniments: A: "Treure una puntuació parell al dau i cara" i B: "Treure un 6 en el dau". D'aquí que:

$$A = \{(2,c), (4,c), (6,c)\} \quad \text{i} \quad B = \{(6,c), (6,x)\}$$

- L'esdeveniment unió d'A i B és:

$$A \cup B = \{(2,c), (4,c), (6,c), (6,x)\}$$

- L'esdeveniment intersecció d'A i B és:

$$A \cap B = \{(6,c)\}$$

- L'esdeveniment complementari d'A és:

$$\overline{A} = \{(1,c), (3,c), (5,c), (1,x), (2,x), (3,x), (4,x), (5,x), (6,x)\}$$

Existixen dos esdeveniments amb nom propi:

- L'**esdeveniment impossible**, que denotem per ϕ , i
- L'**esdeveniment segur**, que denotem per Ω .

3.1.3. Concepte de probabilitat. Fórmula de Laplace.

Quan diem *demà és probable que plougui* no dona cap mesura relativa a aquest fenomen. En canvi si diem *la probabilitat que un jugador de basquet encistelli en un llançament lliure és del 35 %*, estem mesurant la possibilitat que aquest jugador faci un punt.

Anomenem **probabilitat** d'un esdeveniment el nombre que mesura el grau el grau d'incertesa que aquest esdeveniment es produeixi.

Si tots els resultats o esdeveniments elementals tenen la mateixa possibilitat d'esdevenir, diem que aquests resultats són **equiprobables**, és a dir, tenen la mateixa probabilitat.

L'any 1812, Laplace (matemàtic, físic i astrònom francès) va publicar el primer tractat sobre probabilitat. Segons Laplace, **la probabilitat d'un esdeveniment ve donada per la raó entre els casos favorables a l'esdeveniment i els casos possibles**, és a dir,

Si $A = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_k\}$ és un esdeveniment d'una experiència aleatòria d'espai mostral $\Omega = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ on $k \leq n$, aleshores la probabilitat d'A, i que indiquem per $P(A)$, és:

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

És obvi que: $0 \leq P(A) \leq 1$, però hi ha altres propietats de la probabilitat que cal tenir en compte.

Propietats de la probabilitat:

- 1) $P(\emptyset) = 0$ i $P(\Omega) = 1$.
- 2) $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.
- 3) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, si $A \cap B = \emptyset$.
- 4) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, si $A \cap B \neq \emptyset$.

Exemples 14-15-16-17:

14) Un joc de cartes espanyoles té quatre pals: ors, bastons, copes i espases. Cada pal té 12 cartes numerades de l'1 al 12. A la carta amb un 1 se l'anomena AS, i a les cartes 10, 11 i 12 se les anomena SOTA, CAVALL i REI i són les úniques que presenten figures humanes. Es demana les probabilitats dels següents esdeveniments:

- a) treure un 7.
- b) treure una figura.
- c) treure un AS o bé un REI.
- d) treure un or o bé una figura.

a) En el joc de cartes tenim 4 d'elles amb un 7, d'aquí que la seva probabilitat sigui:

$$p = \frac{4}{48} = \frac{1}{12}$$

b) En el joc de cartes tenim 12 d'elles són figures, d'aquí que la seva probabilitat sigui:

$$p = \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$$

c) En el joc de cartes tenim 4 asos i 4 reis, i entre aquests esdeveniments no hi ha cap element en comú, d'aquí que la seva probabilitat sigui:

$$p = \frac{4}{48} + \frac{4}{48} = \frac{8}{48} = \frac{1}{6}$$

- d) En el joc de cartes tenim 12 ors i 12 figures, i entre aquests esdeveniments tenim les tres figures d'or, d'aquí que la seva probabilitat sigui:

$$p = \frac{12}{48} + \frac{12}{48} - \frac{3}{48} = \frac{21}{48} = \frac{7}{16}$$

- 15) Al tirar dos daus podem obtenir 36 resultats diferents. (1,1), (1,2), (1,3)... (6,5) i (6,6). Quina és la probabilitat que la suma de punts sigui 7.

Els resultats que sumats donen 7 són: (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2) i (6,1), d'aquí que la probabilitat sigui:

$$p = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

- 16) En una capsa tenim 10 boles numerades de l'1 al 10. Les boles 1, 2, 3 i 4 són blanques i les boles 5, 6, 7, 8, 9 i 10 són negres. Les probabilitats de treure...

- bola blanca.
- bola blanca o una puntuació parell.
- bola negra o una puntuació múltiple de 3.
- bola amb una puntuació més petita que 9.

- a) Tenim 4 boles blanques, d'aquí que la probabilitat sigui:

$$p = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

- b) Tenim 4 boles blanques i 5 boles amb una puntuació parell, de les quals 2 són blanques. D'aquí que la probabilitat sigui:

$$p = \frac{4}{10} + \frac{5}{10} - \frac{2}{10} = \frac{7}{10}$$

- c) Tenim 6 boles negres i 2 boles amb una puntuació múltiple de 3, de les quals 1 és negra. D'aquí que la probabilitat sigui:

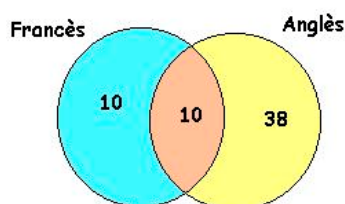
$$p = \frac{6}{10} + \frac{2}{10} - \frac{1}{10} = \frac{7}{10}$$

- d) Tenim 8 boles amb una puntuació més petita que 9. D'aquí que la probabilitat sigui:

$$p = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

- 17) En una petita escola d'idiomes hi ha 20 alumnes que estudien francès, 48 que estudien anglès i 10 que estudien les dues llengües. Quants alumnes hi ha a l'escola? Si triem un alumne a l'atzar, quina probabilitat hi ha que estudiï només anglès? Quina és la probabilitat que estudiï tots dos idiomes?

Observeu el gràfic adjunt:



El nombre d'alumnes d'aquesta escola és: $10 + 10 + 38 = 58$ alumnes

La probabilitat que un alumne escollit a l'atzar estudiï només anglès és:

$$p = \frac{38}{58} = \frac{19}{29}$$

La probabilitat que un alumne escollit a l'atzar estudiï tots dos idiomes és:

$$p = \frac{10}{58} = \frac{5}{29}$$

3.1.4. Probabilitat composta.

L'experiència que hem vist en l'exemple 6 quan tiravem dos daus es pot considerar la repetició de l'experiència "tirar un dau" dues vegades. Igualment tindríem si tiréssim 3 monedes. En aquest cas seria la repetició de l'experiència "tirar una moneda" tres vegades.

Observeu que passa quan volem determinar la probabilitat d'un esdeveniment d'una experiència repetida:

Exemples 18/19:

18) La probabilitat d'obtenir la parella (3,4) en l'experiència tirar dos daus és $p = \frac{1}{36}$, mentre que si considerem l'experiència repetida dues vegades seria $p = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$. Així doncs, la probabilitat s'obté com a producte de la probabilitat de treure un 3 en la primera experiència i un 4 en la segona.

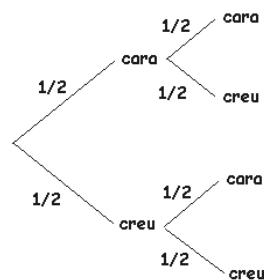
19) La probabilitat de treure (c,c,x) al tirar tres monedes seria $p = \frac{1}{8}$, ja que és un resultat d'un total dels 8 resultats (c,c,c), (c,c,x), (c,x,c), (x,c,c), (c,x,x), (x,c,x), (x,x,c) i (x,x,x), mentre que si considerem l'experiència repetida tres vegades seria $p = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

A la probabilitat associada a un esdeveniment elemental de les experiències repetides se l'anomena **probabilitat composta** i el seu càlcul està íntimament relacionat als diagrames d'arbre.

Exemples 20/21:

20) Al tirar dos monedes, quina és la probabilitat d'obtenir una cara i una creu?

El diagrama d'arbre per aquest cas és:

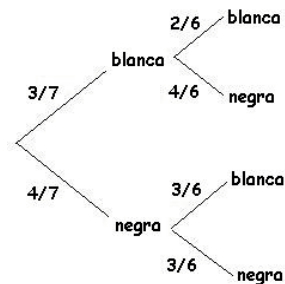


Hi ha dos camins d'aquest arbre que ens dona una cara i una creu. El primer consisteix en treure primer cara i després creu, amb probabilitat $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$, i el segon, en treure primer creu i després cara, amb probabilitat $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$. La probabilitat de l'esdeveniment treure una cara i una creu és la suma de les dues probabilitats compostes, és a dir, $p = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

21) En una bossa tenim 3 boles blanques i 4 negres. L'experiència consisteix en treure una bola i sense tornar-la a la bossa, treure una altra. Volem calcular la probabilitat que:

- a) Les dues boles siguin del mateix color.
- b) Les dues boles siguin de diferent color.
- c) Al menys una bola sigui negra.

En aquest cas és important tenir en compte que la segona extracció està **condicionada** pel color de la bola extreta en primer terme. Així doncs, si la primera bola extreta és blanca, en la segona extracció hi haurà en la bossa una bola menys i aquesta serà blanca. Si tenim clar aquesta idea, el diagrama d'arbre serà:



- a) Perquè les dues boles siguin del mateix color cal que les dues siguin blanques o les dues siguin negres. Mirant el diagrama d'arbre, tenim:

$$p = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} + \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{6}{42} + \frac{12}{42} = \frac{18}{42} = \frac{3}{7}$$

- b) Perquè les dues boles siguin de diferent color cal que la primera sigui blanca i la segona sigui negra, o bé, la primera sigui negra i la segona blanca. Mirant el diagrama d'arbre, tenim:

$$p = \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} + \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{12}{42} + \frac{12}{42} = \frac{24}{42} = \frac{4}{7}$$

- c) Perquè al menys una bola sigui negra, cal tenir en compte les tres situacions diferents, o bé, tenir en compte que aquest esdeveniment és el contrari de que no surti cap negra, així doncs, aquesta probabilitat es pot calcular de dues maneres diferents:

$$p = \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} + \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} + \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{12}{42} + \frac{12}{42} + \frac{12}{42} = \frac{36}{42} = \frac{6}{7}, \text{ o bé,}$$

$$p = 1 - \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{42}{42} - \frac{6}{42} = \frac{36}{42} = \frac{6}{7}$$

3.2. Activitats d'aprenentatge.

Activitat 1:

Es tiren primer un dau i després una moneda.

- a) Escriu el conjunt de resultats possibles que es poden obtenir.
- b) Quina és la probabilitat d'obtenir un 2?
- c) Quina és la probabilitat d'obtenir una puntuació parell al dau i cara a la moneda?

Activitat 2:

Si tirem un dau,

- a) Quina és la probabilitat que surti un nombre més gran que 3?
- b) I la probabilitat que no surti el 6?

Activitat 3:

Dos dies per setmana menges pasta com a primer plat. Quina és la probabilitat que avui hi hagi macarrons?

Activitat 4:

En una pregunta hi ha 4 respostes i només una d'elles és correcta. No coneixeu la resposta i contesteu a l'atzar. Quina és la probabilitat que l'encerteu?

Activitat 5:

- a) Feu el diagrama d'arbre de l'experiència tirar tres monedes i observar si surt cara o creu. Al final de cada branca escriu els possibles resultats que has obtingut en cada cas i la probabilitat que correspon a cada un.
- b) Quina és la probabilitat que surti només una cara?
- c) Quina és la probabilitat que surti al menys una cara?

Activitat 6:

En una bossa tenim 4 boles blanques i 5 negres.

- a) En traiem una bola. Quina és la probabilitat que sigui negra?
- b) En traiem dues boles sense reposició. Quina és la probabilitat que la primera sigui blanca i la segona negra?

Activitat 7:

En una classe hi ha 14 alumnes que juguen a futbol i 16 que juguen a bàsquet. Sabem que 5 d'ells juguen a futbol i a bàsquet.

- a) Quants alumnes hi ha en aquesta classe?
- b) Quina és la probabilitat d'elegir un alumne a l'atzar que només jugui a futbol?

Activitat 8:

Es tira un dau tres vegades. Calculeu la probabilitat que:

- a) surti el 6 dues vegades.
- b) Surti al menys un 6.

Activitat 9:

Es tira una moneda tres vegades. Calculeu la probabilitat que:

- a) en el tercer llançament surti cara.
- b) S'obtingui exactament tres cares.

Activitat 10:

D'un joc de cartes espanyoles, se'n treu una carta. Calculeu la probabilitat que:

- a) sigui de bastons.
- b) Sigui l'as d'ors.
- c) No sigui un as.
- d) Sigui de bastons o figura.

3.3. Activitats d'aprenentatge amb suport informàtic.

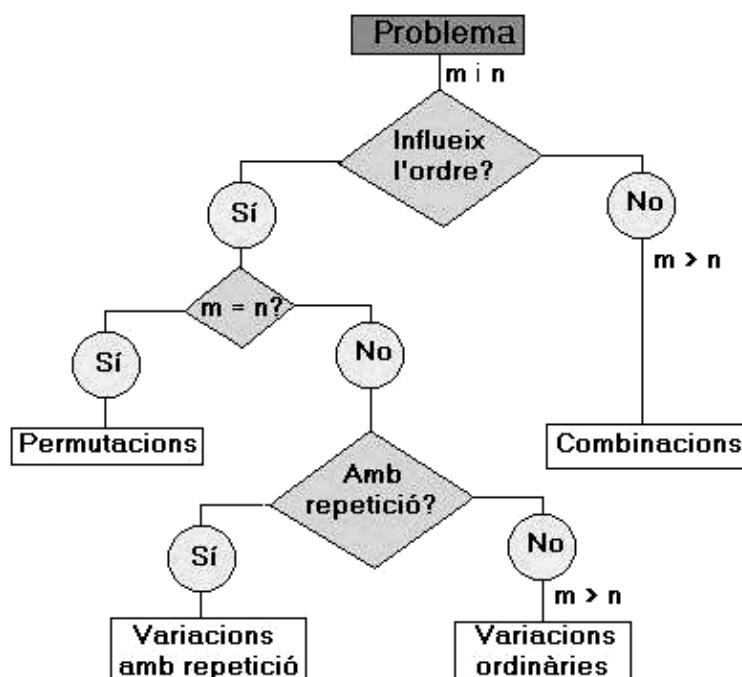
Activitat 1: COMBINATORIA_1.XLS

Obriu el fitxer **COMBINATORIA.XLS** que trobareu al vostre disquet. Aquest fitxer conté un únic full amb tot el necessari per tal de poder portar a terme l'activitat. En aquest full hi trobareu:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Escriu l'enunciat de l'activitat										
2											
3											
4											
5											
6		m =									
7		n =									
8		Influeix l'ordre?		<i>Poseu SI o No segons convingui</i>							
9		En cas afirmatiu, amb repetició?		<i>Poseu SI o NO sempre que no sorti cap missatge en la fila 10</i>							
10											
11		Resposta:									
12											

En l'espai que correspon a l'enunciat, heu d'escriure: *Disposem de set pots de pintura de colors diferents: vermell, groc, blau, verd, taronja, marró i blanc, quantes colors diferents podrem formar si barregem els colors de tres d'aquests pots?*

Per analitzar la situació del problema, observa com el full de càlcul et fa unes preguntes que estan relacionades amb el següent algoritme:



Responen les preguntes correctament i el full de càlcul us informarà si la situació plantejada és resolt utilitzant variacions ordinàries, variacions amb repetició, permutacions o combinacions, i tot seguit us donarà el resultat.

La resposta correcta és 35. Si no heu obtingut aquest resultat, reviseu les respostes que heu donat a cada pregunta tenint en compte l'algoritme anterior.

Deseu l'activitat amb el nom **COMBINATORIA_1.XLS**.

Activitat 2: COMBINATORIA_2.XLS

Obriu novament el fitxer **COMBINATORIA.XLS** que trobareu al vostre disquet i repetiu l'activitat anterior amb l'enunciat següent: *Quants nombres de tres xifres diferents podem escriure amb els cinc dígitos senars, és a dir, amb l'1, 3, 5, 7 i 9?*

Recordeu que l'algoritme de l'activitat anterior us pot ajudar a respondre correctament les preguntes que es plantegen en el full de càlcul.

La resposta correcta és 60.

Deseu l'activitat amb el nom **COMBINATORIA_2.XLS**.

Activitat 3: COMBINATORIA_3.XLS

Obriu novament el fitxer **COMBINATORIA.XLS** que trobareu al vostre disquet i repetiu l'activitat anterior amb l'enunciat següent: *De quantes maneres podeu col·locar set llibres diferents sobre una prestatgeria de la vostra habitació?*

Recordeu que l'algoritme de l'activitat anterior us pot ajudar a respondre correctament les preguntes que es plantegen en el full de càlcul.

La resposta correcta és 5040.

Deseu l'activitat amb el nom **COMBINATORIA_3.XLS**.

Activitat 4: COMBINATORIA_4.XLS

Obriu novament el fitxer **COMBINATORIA.XLS** que trobareu al vostre disquet i repetiu l'activitat anterior amb l'enunciat següent: *De quantes maneres podem col·locar dos anells diferents en els cinc dits d'una mà?*

La resposta correcta és 25.

Deseu l'activitat amb el nom **COMBINATORIA_4.XLS**.

Activitat 5: ENDEVINA.XLS

En aquesta activitat utilitzarem una experiència amb l'EXCEL associada a l'atzar. Farem que l'ordinador es pensi un nombre entre l'1 i el 100, i farem provatures per tal d'endevinar-lo. Obriu un fitxer anomenat **ENDEVINA.XLS**.

Aquest fitxer té un únic full, on trobareu tot el que necessitem per fer l'activitat. Inicialment us sortirà:

	A	B	C	D	E	F
1	Vull que l'ordinador pensi un nombre de l'1 al 100					
2						
3	Valor que proposo:					
4						
5	Nombre d'intents:	0				
6						
7						
8						
9						

Cada vegada que proposeu un número el full t'informarà del nombre de vegades que ho has fet. Un cop endevinat, cal posar el comptador a 0. Això ho aconseguim quan poseu un 0 en la cel·la blanca.

Ara proveu d'endevinar el nombre que ha pensat l'ordinador i veureu que no és fàcil, però, amb una mica de paciència i de sentit comú, en pocs intents, podeu endevinar-lo.

Tot seguit responeu les següents qüestions:

- Quina és la probabilitat d'endevinar el nombre pensat per l'ordinador en el primer intent?
- Quina és la probabilitat d'endevinar el nombre pensat per l'ordinador en el segon intent si disposem de tota la informació que hem obtingut després del primer intent?
- Quina és la probabilitat d'endevinar el nombre pensat per l'ordinador en el tercer intent si disposem de tota la informació que hem obtingut després del primer i del segon intent?

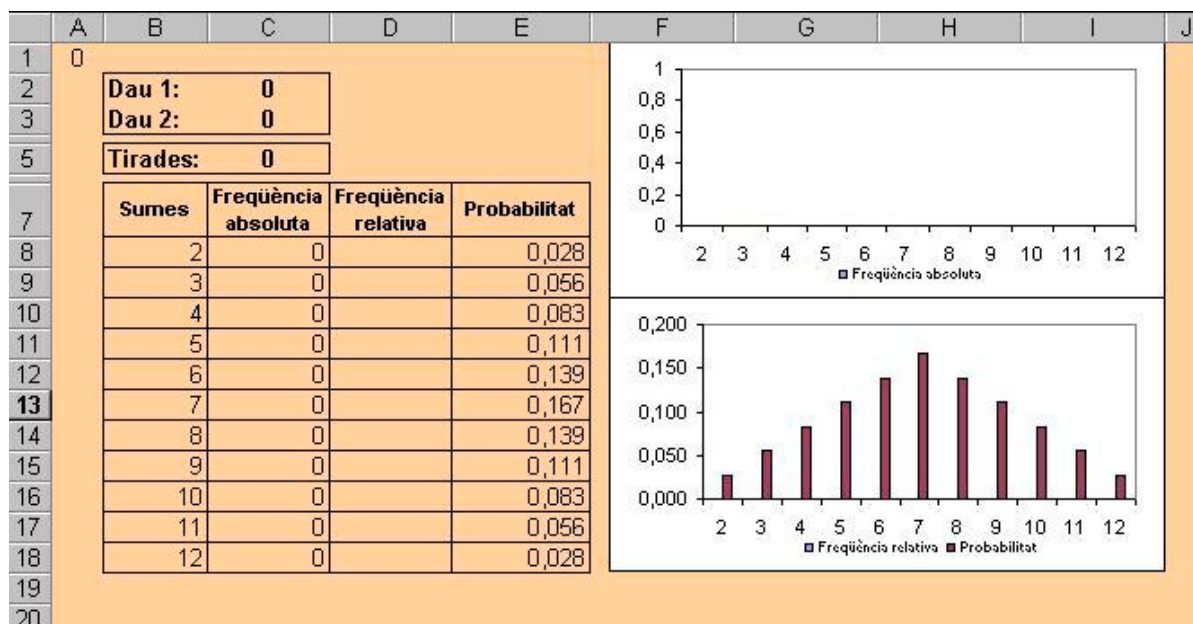
Escriviu les vostres respostes en les cel·les A12, A13 i A14.

Deseu el llibre. Recordeu que s'anomena **ENDEVINA.XLS**.

Activitat 6: SIMULACIO.XLS

L'objectiu d'aquesta activitat és simular el llançament de dos daus i analitzar els resultats. Un gràfic recollirà les freqüències relatives i les representarà conjuntament amb la previsió teòrica de l'experiència: la probabilitat. Es tracta de comprovar que la freqüència relativa s'apropa a la probabilitat quan el nombre de tirades dels dos daus és molt gran.

Heu d'obrir el fitxer **SIMULACIO.XLS** que trobareu en el vostre disquet de treball. Us sortirà una presentació com aquesta:



Observeu com en la primera columna de la taula apareix la suma de les puntuacions obtingudes al tirar dos daus, aquestes puntuacions van de 2 a 12. Per què? La segona i la tercera columna recull la seva freqüència absoluta i la relativa. En un principi, totes dues es troben a 0, ja que encara no hem fet cap tirada. La quarta, correspon a les probabilitats. Aquestes no variaran perquè no depèn de l'experiment ja que es tracta d'una proporció teòrica.

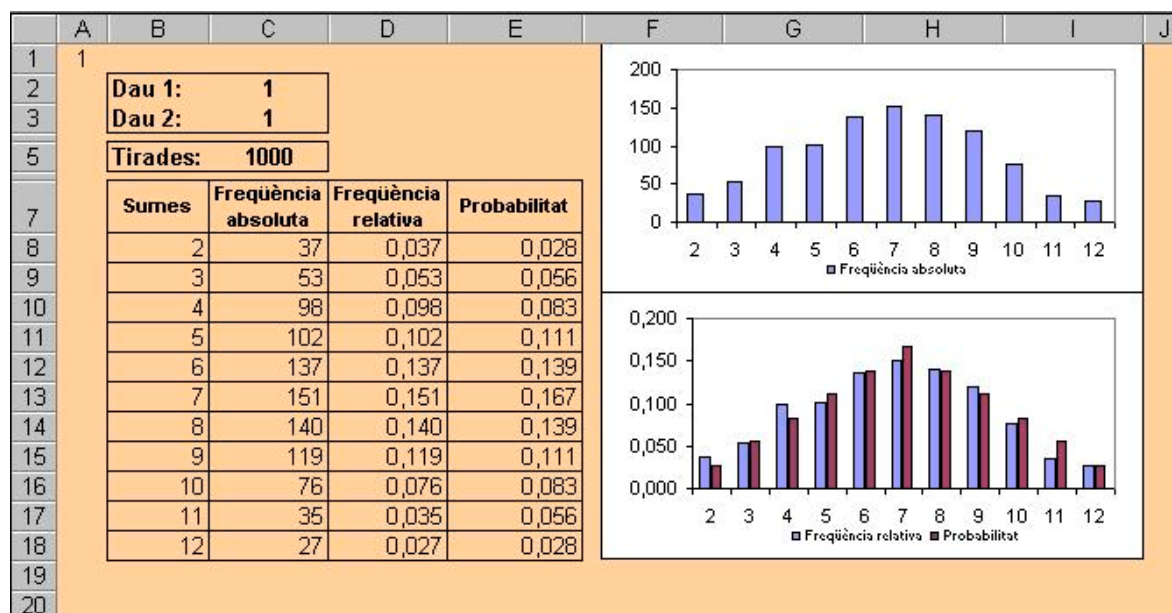
Comproveu que les probabilitats que observeu en la pantalla són les correctes. Per ajudar-vos en els vostres càlculs, veieu com s'ha trobat el valor de la probabilitat per tal que la suma de punts sigui 5:

Els resultats de l'experiència aleatòria "Tirar dos daus i observar les seves puntuacions" que sumen 5 són: (1,4), (2,3), (3,2) i (4,1). Això ens diu que tenim 4 casos favorables de 36 casos possibles, d'aquí que la probabilitat sigui:

$$P(\text{suma } 5) = \frac{4}{36} = 0,111.$$

El primer gràfic inicialment està en blanc. A mesura que augmenti el nombre de tirades, s'aniran representant les freqüències absolutes, mentre que en el segon gràfic, inicialment es troba representada la probabilitat, que serà inalterable en tot el procés. En aquest gràfic podrem comparar la freqüència relativa i la probabilitat.

És molt important, que en un principi, el nombre que apareix en la cel·la A1 sigui un 0. El procés comença quan canviem el 0 per un 1. Per simular les tirades cal prémer la tecla F9. Cada vegada que prenem F9 simulem una nova tirada. Observeu com canvia la pantalla després de 1000 tirades.



Premeu F9 repetidament i observeu els resultats. Es modifiquen les freqüències absolutes i relatives, i els gràfics corresponents.

Si voleu tornar a començar, recordeu que heu de canviar l'1 de la cel·la A1 per un 0.

Feu un petit comentari de la vostra observació.

Deseu el llibre. Recordeu que té el nom **SIMULACIO.XLS**.

Activitat 7: MONEDA.XLS

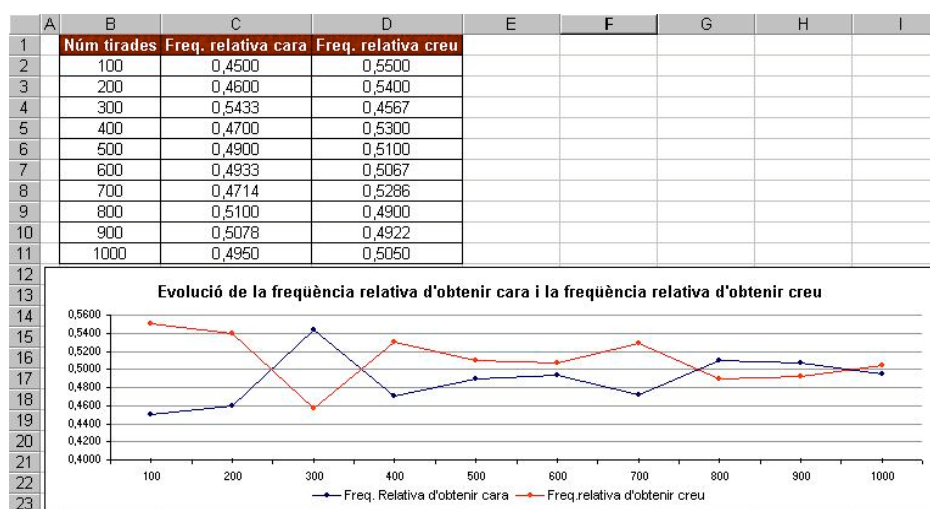
Anem a construir un full que reculli els resultats obtinguts al tirar una moneda un nombre determinat de vegades. Començarem tirant la moneda 100 vegades, després 200, 300, 400, i així successivament fins arribar a les 1000 vegades. La idea és comprovar que la freqüència relativa a mesura que augmenta el nombre de tirades, s'apropa molt a la probabilitat.

Obriu un nou llibre de l'EXCEL que anomenareu **MONEDA.XLS**. Aquest nou llibre ha de tenir 11 fulls i en cada full hem de fer una simulació diferent. Inseriu els 11 fulls i canvieu el seu nom posant-li a cada full el número de tirades de la moneda, per exemple, el primer full s'ha d'anomenar *100*, el segon *200*... L'últim el reservem per recollir tota la informació per analitzar-la de manera gràfica. Aquest full l'anomenareu *Resum*.

- 1) En la cel·la A1 del primer full, el que heu anomenat 100, poseu el rètol *Simulació*, en la cel·la C1 poseu el rètol *Valors*, en la D1, *Probabilitat* i en la E1, *Freqüència relativa*.
- 2) En el rang C2:C3 poseu els valors 0 (treure cara) i 1 (treure creu), en el rang D2:D3 el valor teòric de la probabilitat que es dona per treure cara i per treure creu, que en el cas d'una moneda perfecta és 1/2. Recordeu que per editar una fórmula hem d'escriure =1/2.
- 3) Aneu a **Eines/Anàlisi de dades/Generar números aleatoris** i ompliu les finestres en blanc posant 1 a *Número de variables*, 100 a *Quantitat de números aleatoris*, Discreta a *Distribució* i a *Rang d'entrada* poseu \$C\$2:\$D\$3. Com a *Rang de sortida* poseu \$A\$2. **Accepteu** i automàticament teniu la simulació de les 100 tirades d'una moneda.
- 4) Per construir la columna de la freqüència relativa, situeu-vos a la cel·la E2 i editeu la fórmula =CONTAR.SI(\$A\$2:\$A\$101;C2)/100 i copieu-la a la cel·la E3.

Repetiu tot aquest procés en els altres 9 fulls. Només heu d'anar substituint, 100 per 200, en el segon full, per 300 en el tercer full, i així successivament. Heu de tenir molt en compte el rang que ha d'aparèixer en cada full. En el segon full serà \$A\$2:\$A\$201, en el tercer, \$A\$2:\$A\$301...

En el full Resum construirem una taula reculli el nombre de tirades i les freqüències relatives de treure cara i de treure creu. A partir d'aquesta taula, fareu el diagrama de línies que ens permeti observar l'evolució de les dues freqüències. Al final us ha de quedar una cosa semblant a:



Feu un petit comentari del que heu observat en les files que us queden per sota del gràfic.

Deseu el fitxer. Recordeu que l'heu anomenat **MONEDA.XLS**.

3.4. Activitats d'avaluació.

Activitat 1:

- a) Quantes paraules de 6 lletres es poden escriure amb les lletres de la paraula GIRONA, encara que no tinguin sentit?
- b) Quants equips de bàsquet poden fer-se amb els 20 alumnes d'una classe?
- c) Disposem de 5 pots de pintura de colors diferents. Quantes mescles de dos colors diferents podrem formar?

Activitat 2:

- a) Escriu els resultats de l'experiència aleatòria tirar tres cops una moneda i observar si surt cara o creu.
- b) Quina és la probabilitat de treure una cara?
- c) Quina és la probabilitat de treure al menys una cara?

Activitat 3:

Al treure una carta d'un joc de cartes espanyoles, quina és la probabilitat que...

- a) surti un rei?
- b) No surti figura?
- c) surti un or, o bé, un as?

Activitat 4:

Tirem dos daus diferents, quina és la probabilitat que...

- a) surti en el primer dau un 5 i en el segon una puntuació parell?
- b) surtin les dues puntuacions iguals?
- c) La suma de punts sigui 9?

Activitat 5:

En un taller fabriquen camises fent ús de dues màquines A i B. Avui la màquina A n'ha fabricat 200 i la B 300. De cada 100 camises fabricades, la màquina A produeix 2 amb algun defecte i la B només 1.

Si agafem tota la producció i d'ella escollim una camisa a l'atzar, quina és la probabilitat que surti defectuosa?

Ajudeu-vos amb un diagrama d'arbre.

Activitat 6: COMBINATORIA.XLS

Utilitzeu el fitxer COMBINATORIA.XLS que trobareu en el vostre disquet per comprovar els resultats de cadascun dels apartats de l'activitat 1.

Activitat 7: DAU.XLS

Anem a crear la simulació de tirar un dau i observar que la freqüència relativa de treure un 6 a mesura que augmentem el nombre de tirades s'apropa a la probabilitat teòrica d'aquest fet. Procedirem de forma semblant a la darrera activitat d'aprenentatge amb suport informàtic. Allí varem observar com la freqüència relativa de treure cara o de treure creu s'apropava a la probabilitat teòrica.

Hem d'obrir un nou fitxer que anomenarem **DAU.XLS**. Aquest fitxer ha de contenir 11 fulls que anomenarem 100, 200, 300, 400.... i així fins arribar a 1000. El darrer full, el full 11, l'anomenarem *Resum*.

- A la cel·la C1 poseu el rètol *Valors* i rang C2:C7 poseu els valors 1, 2, 3, 4, 5, 6 (resultats que es poden observar quan tirem un dau).
- A la cel·la D1 poseu el rètol *Probabilitat* i al rang D2:D7 poseu les probabilitats corresponents. Com que suposem que el dau és perfecte, en totes les cel·les ha apareix 0,166667, és a dir, la probabilitat que surti cadascun dels valors possibles del dau ($=1/6$). Doneu format a aquest rang per tal que apareguin 6 xifres decimals.
- Poseu en la cel·la A1 el rètol *Simulació*. Obriu **Eines/Anàlisi de dades/ Generar nombres aleatoris** i ompliu les finestres en blanc posant 1 a *Número de variables*, 100 a *Quantitat de números aleatoris*, Discreta a *Distribució* i a *Rang d'entrada* poseu \$C\$2:\$D\$7. Com a *Rang de sortida* poseu \$A\$2. **Accepteu** i automàticament teniu la simulació de les 100 tirades d'un dau.
- Per construir la columna de la freqüència relativa, poseu en E1 el rètol *Freq. relativa* i situeu-vos tot seguit a la cel·la E2, on editareu la fórmula:

$$=CONTAR.SI(\$A\$2:\$A\$101;C2)/100$$
 i a continuació copieu-la al rang de cel·les E3:E7.

Repetiu tot aquest procés en els altres 9 fulls. Només heu d'anar substituint, 100 per 200, en el segon full, per 300 en el tercer full, i així successivament. Heu de tenir molt en compte el rang que ha d'aparèixer en cada full. En el segon full serà \$A\$2:\$A\$201, en el tercer, \$A\$2:\$A\$301...

En el full *Resum* construirem una taula recullí el nombre de tirades i la freqüència relativa de treure un 6. A partir d'aquesta taula fareu el diagrama de línies que ens permeti observar l'evolució de les dues freqüències.

Feu un petit comentari del que observeu en les files que us queden per sota del gràfic.

Deseu el fitxer. Recordeu que l'heu anomenat **DAU.XLS**.