

## RESOLUCIÓ DE L'EXÀMENS DE NOMBRES COMBINATORIS

---

### Exercici 1

- a)  $P_6 = 6! = 720$  paraules.  
b) Si han de començar i acabar en vocal, la paraula prendrà alguna de les formes següents:

E \_ \_ \_ A    E \_ \_ \_ I    A \_ \_ \_ E    A \_ \_ \_ I    I \_ \_ \_ A    I \_ \_ \_ E

d'aquí que el nombre de paraules que comencen i acaben en vocal és  $6 \cdot P_4$ , és a dir,  $6 \cdot 4! = 6 \cdot 24 = 144$ .

### Exercici 2

$$C_{5,3} = \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10 \text{ mescles.}$$

### Exercici 3

$$V_{25,3} = 25 \cdot 24 \cdot 23 = 13800 \text{ comissions.}$$

### Exercici 4

- a) Si han de ser parells, acaben en 0, 2, 4, 6, o bé, 8.  
Com els números que comencen per 0 no els podem considerar, tenim:  
 $5 \cdot 9 \cdot VR_{10,2} = 5 \cdot 9 \cdot 10^2 = 4500$  números de quatre xifres parells  
b) més grans que 5612 però més petits que 6000 en tenim 193 i els més grans o iguals a 6000 són  $4 \cdot 5 \cdot VR_{10,2} = 20 \cdot 10^2 = 2000$ . D'aquí que els nombres parells més grans que 5612 sigui 2193.

### Exercici 5

- a) Si tenim en compte el triangle de Pascal, la fila **1    6    15    20    15    6    1** ens dona els coeficients del desenvolupament de  $(x^2 - \frac{1}{x})^6$ .

Així doncs, tenim:

$$\begin{aligned} (x^2 - \frac{1}{x})^6 &= 1 \cdot (x^2)^6 - 6 \cdot (x^2)^5 \cdot (\frac{1}{x})^1 + 15 \cdot (x^2)^4 \cdot (\frac{1}{x})^2 - 20 \cdot (x^2)^3 \cdot (\frac{1}{x})^3 + 15 \cdot (x^2)^2 \cdot (\frac{1}{x})^4 - \\ &\quad - 6 \cdot (x^2)^1 \cdot (\frac{1}{x})^5 + 1 \cdot (\frac{1}{x})^6 = x^{12} - 6x^9 + 15x^6 - 20x^3 + 15 - \frac{6}{x^3} + \frac{1}{x^6} \end{aligned}$$

- b)  $\frac{x!}{4! \cdot (x-4)!} = \frac{5 \cdot x!}{4 \cdot 5! \cdot (x-5)!} \Rightarrow \frac{1}{(x-4)!} = \frac{1}{4 \cdot (x-5)!}$ , d'aquí:  $4 = x - 4$ , d'on  $x = 8$ .