

RESOLUCIÓ DE L'EXÀMENS DE POLINOMIS

Exercici 1

a) $3 \cdot p(x) - [q(x)]^2 = 3x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 3 - (x^4 + 6x^3 + 17x^2 + 24x + 16) =$
 $= 2x^4 - 12x^3 - 8x^2 - 24x - 19.$

b)
$$\begin{array}{r|l} x^4 - 2x^3 + 3x^2 & -1 \mid x^2 + 3x + 4 \\ -x^4 - 3x^3 - 4x^2 & \hline -5x^3 - x^2 & -1 \\ 5x^3 + 15x^2 + 20x & \hline 14x^2 + 20x - 1 & \\ -14x^2 - 42x - 56 & \hline -22x - 57 & \text{residu} \end{array}$$

 $x^2 - 5x + 14$ quocient

Exercici 2

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & m & -5 & 1 \\ 2 & & 2 & 4+2m & -2+4m \\ \hline & 1 & 2+m & -1+2m & -1+4m = -3 \end{array} \rightarrow 4m = -2, \text{ i d'aquí } m = -\frac{1}{2}.$$

Si la divisió és exacta, cal que $-1 + 4m = 0$, d'on $m = \frac{1}{4}$.

Exercici 3

a)
$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -5 & -7 & 5 & 6 \\ 1 & & 1 & -4 & -11 & -6 \\ \hline & 1 & -4 & -11 & -6 & 0 \\ -1 & & -1 & 5 & 6 & \\ \hline & 1 & -5 & -6 & 0 & \end{array}$$
 i de $x^2 - 5x - 6 = 0$, tenim les solucions són $x=6$ i $x=-1$.

D'aquí que les arrels del polinomi siguin: 1, -1 i 6, essent -1 una arrel doble.

b) La descomposició factorial del polinomi és: $p(x) = (x - 1) \cdot (x + 1)^2 \cdot (x - 6)$.

Exercici 4

a)
$$\frac{2x^3 + 3x^2 - 8x - 12}{4x^3 - 9x} = \frac{\cancel{2} \cdot (x-2) \cdot (x+2) \cdot \cancel{(x+\frac{3}{2})}}{x \cdot \cancel{(2x+3)} \cdot (2x-3)} = \frac{(x-2) \cdot (x+2)}{x \cdot (2x+3)} = \frac{x^2 - 4}{2x^2 + 6}, \text{ ja que:}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 2 & 3 & -8 & -12 \\ 2 & & 4 & 14 & 12 \\ \hline & 2 & 7 & 6 & 0 \end{array}$$

RESOLUCIÓ DE L'EXÀMENS DE POLINOMIS

i de l'equació $2x^2 + 7x + 6 = 0$, tenim que $x = -2$ i $x = -\frac{3}{2}$

$$\text{b) } 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{x+1}{x}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{x}{x+1}} = 1 + \frac{1}{\frac{2x+1}{x+1}} = 1 + \frac{x+1}{2x+1} = \frac{3x+2}{2x+1}$$

Exercici 5

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{1}{x+2} - \frac{2}{x-2} + \frac{x}{x^2-4} &= \frac{x-2}{(x+2) \cdot (x-2)} - \frac{2 \cdot (x+2)}{(x+2) \cdot (x-2)} + \frac{x}{(x+2) \cdot (x-2)} = \frac{-6}{x^2-4} \\ \text{b) } \frac{2x-1}{x^2-9} \cdot \frac{2x^2+5x-3}{x^2-3x} &= \frac{(2x-1) \cdot (x^2-3x)}{(x^2-9) \cdot (2x^2+5x-3)} = \frac{(2x-1) \cdot (x-3) \cdot x}{(x+3) \cdot (x-3) \cdot (2x-1) \cdot (x+3)} = \\ &= \frac{x}{(x+3)^2} = \frac{x}{x^2+6x+9} \end{aligned}$$