

Exercici 1

a) Els vectors $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{DC}$ són equipolents, és a dir, tenen les mateixes components. Així doncs, com $\overrightarrow{AB} = (-1, 3)$ i $\overrightarrow{DC} = (3-x, 1-y)$, tenim que: $\begin{cases} 3-x = -1 \\ 1-y = 3 \end{cases}$, sistema que té com a solució $x = 4$ i $y = -2$. Les coordenades del vèrtex D són $D(4, -2)$.

b) Com $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, llavors $(x-1, y+1) = \frac{1}{3} \cdot (-1, 3)$, d'on $\begin{cases} x-1 = -\frac{1}{3} \\ y+1 = 1 \end{cases}$, sistema que té com a solució $x = \frac{2}{3}$ i $y = 0$. Les coordenades del punt M són $M(\frac{2}{3}, 0)$.

N és el punt mig del segment MB, d'aquí que $N(\frac{\frac{2}{3}+0}{2}, \frac{0+2}{2}) = (\frac{1}{3}, 1)$.

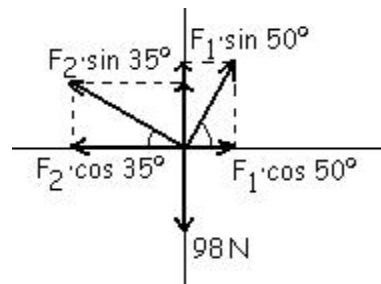
Exercici 2

Del dibuix adjunt es dedueix que:

$F_1 \cdot \cos 50^\circ = F_2 \cdot \cos 35^\circ$,
d'on $0,643 \cdot F_1 = 0,819 \cdot F_2$, és a dir, $F_1 = 1,274 \cdot F_2$ (1)

$98 = F_1 \cdot \sin 50^\circ + F_2 \cdot \sin 35^\circ$,
d'on $98 = 0,766 \cdot F_1 + 0,574 \cdot F_2$ (2)

Substituint (1) en (2), tenim:
 $98 = 0,976 \cdot F_2 + 0,574 \cdot F_2 = 1,55 \cdot F_2$, i d'aquí que:
 $F_2 = 63,2 \text{ N}$ i $F_1 = 1,274 \cdot 63,2 = 80,5 \text{ N}$.



Exercici 3

a) El punt de tall de les rectes r i r' és la solució del sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2y - 7 = 0 \\ x - 4y + 7 = 0 \end{cases}$$

Si multipliquem la primera equació per 2 i sumem, tenim que $7x = 7$, d'on $x = 1$. Substituint aquest valor en qualsevol de les dues equacions, tenim que $1 - 4y + 7 = 0$, d'on $y = 2$. El punt de tall és: $Q(1, 2)$.

Per determinar l'equació continua de la recta, necessitem el vector $\overrightarrow{PQ} = (-1, 7)$ i un dels dos punts. Agafarem el punt $P(2, -5)$.

L'equació continua és: $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+5}{7}$.

b) La recta paral·lela a r que passa per P , pertany a la família de rectes del tipus:

$$3x + 2y + C = 0$$

Com ha de passar pel punt P , tenim: $3 \cdot 2 + 2 \cdot (-5) + C = 0$, d'on $C = 4$, i la recta és:

$$3x + 2y + 4 = 0.$$

La recta perpendicular a r que passa per P , pertany a la família de rectes del tipus:

$$2x - 3y + C = 0$$

Com ha de passar pel punt P , tenim: $2 \cdot 2 - 3 \cdot (-5) + C = 0$, d'on $C = -19$, i la recta és:

$$2x - 3y - 19 = 0.$$

Exercici 4:

- a) Hem de buscar la recta perpendicular a r que passa pel punt P . Aquesta pertany a la família de rectes del tipus: $x - y + C = 0$. Com passa per P , tenim: $1 - 2 + C = 0$, d'on $C = 1$. L'equació és: $x - y + 1 = 0$.

La projecció ortogonal de P sobre la recta r és el punt de tall d'aquestes dues rectes. Així doncs, tenim que és la solució del sistema:

$$\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

Sumant ambdues equacions, tenim que $2x = 0$, d'on $x = 0$. Substituint en qualsevol de les dues equacions, obtenim que $y = 1$, per tant, el punt projecció ortogonal és $P_r(0,1)$.

- b) Si P' és el punt simètric de P , llavors P_r és el punt mig del segment PP' , així doncs, tenim:

$P_r(0,1) = \left(\frac{x+1}{2}, \frac{y+2}{2}\right)$, d'on $\frac{x+1}{2} = 0$, i d'aquí que $x = -1$, i $\frac{y+2}{2} = 1$, d'on $y = 0$. D'aquí que el punt simètric sigui $P'(-1,0)$.

Exercici 5

- b) $\overrightarrow{AB} = (-3,2)$, $\overrightarrow{AC} = (1,-2)$ i $\overrightarrow{BC} = (4,-4)$.

$$d(A,B) = \sqrt{(-3)^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

$$d(A,C) = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$$

$$d(B,C) = \sqrt{4^2 + (-4)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$\text{Perímetre} = \sqrt{13} + \sqrt{5} + 4\sqrt{2} \approx 11,5 \text{ u.}$$

$$\text{La recta AB és: } \frac{x-2}{-3} = \frac{y-3}{2}, \text{ d'on } 2x + 3y - 13 = 0.$$

$$\text{L'altura és } h = d(C, r_{AB}) = \frac{|2 \cdot 3 + 3 \cdot 1 - 13|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{4}{\sqrt{13}} \text{ i la base és } d(A,B) = \sqrt{13}$$

$$\text{Àrea} = \frac{\sqrt{13} \cdot \frac{4}{\sqrt{13}}}{2} = 2 \text{ u}^2.$$

- c) $\cos \alpha = \frac{-3-4}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{5}} = -0,868$, d'on $\alpha = 150,2^\circ$.

