DEPARTAMENT DE MATEMÀTIQUES

EXAMEN DE MATEMÀTIQUES 1

Temes 1-2-3

RESOLUCIÓ:

Primera part:

1. a) $A = 1 - \pi\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1-\frac{\pi}{4} = \frac{4-\pi}{4}$ cm^2.

   b) $0{,}00027743 = 2{,}7743 \cdot 10^{-4}$ Kg.

   $e_a = \left|0{,}00027743 - 0{,}00028\right| = 0{,}00000257$

   $e_r = \frac{0{,}00000257}{0{,}00027743} = 0{,}009263598 \rightarrow 0{,}9263598\ \% \approx 0{,}93\ \%$

2. a) Reduïnt al mínim comú denominador, tenim: $\frac{4\cdot(x+2)}{12} - \frac{3\cdot(x-1)}{12} > \frac{12}{12} + \frac{2x}{12}$, d'on $4x + 8 - 3x + 3 > 12 + 2x$, i d'aquí que $4x - 3x - 2x > 12 - 3 - 8$, i per tant, $-x > 1$, d'on $x < -1$.

   Solució: $x \in (-\infty, -1)$.

   b) $\frac{2-\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} = \frac{(2-\sqrt{2})\cdot(3-\sqrt{2})}{(3+\sqrt{2})\cdot(3-\sqrt{2})} = \frac{8-5\sqrt{2}}{9-(\sqrt{2})^2} = \frac{8-5\sqrt{2}}{7}$

3. a) $V_{5,3} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$.

   D'aquests, són múltiples de 5 tots aquells que acaben en 5, per tant, tenim:

   $V_{4,2} = 4 \cdot 3 = 12$.

   b) PALANGANA

   $PR_9^{1,4,1,2,1} = \frac{9!}{1!\cdot4!\cdot1!\cdot2!\cdot1!} = \frac{9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5}{2} = 7560$.

   Per tal que les quatre vocals estiguin juntes, cal que:

   $6 \cdot PR_5^{1,1,2,1} = \frac{5!}{1!\cdot1!\cdot2!\cdot1!} = \frac{5\cdot4\cdot3}{1} = 60$.

3. a) Fent ús d'una propietat $\binom{m}{n} + \binom{m}{n+1} = \binom{m+1}{x+1}$ dels nombres combinatoris, tenim que: $x - 2 = 8$, d'on $x = 10$.

   b) El terme cinqué del desenvolupament de $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^7$ és $\binom{7}{4}\cdot\left(x^2\right)^4\cdot\left(-\frac{2}{x}\right)^3 =$

   $= 35\cdot x^8\cdot\left(-\frac{8}{x^3}\right) = -280\cdot x^5$.

<u>Segona part</u>:

5. a) $3a\cdot 2b\sqrt[3]{a^2b} + 5b\cdot a\sqrt[3]{a^2b} - 2ab\cdot 3\sqrt[3]{a^2b} = 5ab\cdot\sqrt[3]{a^2b}$

b) $\dfrac{2^5\cdot 2^{\frac{1}{5}}}{2^{-3}\cdot(2^{\frac{3}{2}})^3} = \dfrac{2^{\frac{26}{5}}}{2^{-3}\cdot 2^{\frac{9}{2}}} = \dfrac{2^{\frac{26}{5}}}{2^{\frac{3}{2}}} = 2^{\frac{37}{10}}$.

6. Com sin 38º = 0,616, tenim que cos 38º = $\sqrt{1-0{,}616^2} \approx 0{,}788$.

tag 38º = $\dfrac{0{,}616}{0{,}788}$ = 0,782

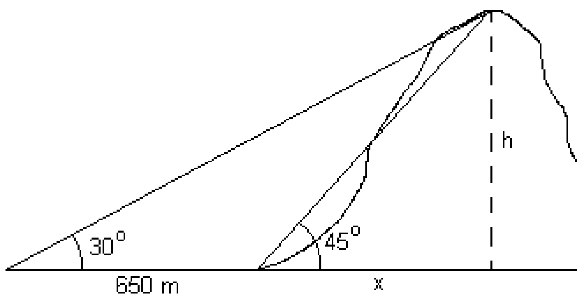
Com cos 55º = 0,574. tenim que sin 55º = $\sqrt{1-0{,}574^2} \approx 0{,}819$.

a) sin 93º = sin (38º+55º) = sin 38º·cos55º + cos 38º·sin 55º =
= 0,616 · 0,574 + 0,788 · 0,819 = 0,999
cos 17º = cos (55º-38º) = cos 55º·cos 38º + sin 55º·sin 38º =
= 0,574 · 0,788 + 0,819 · 0,616 = 0,957
sin 110º= sin (2·55º) = 2·sin 55º·cos 55º = 2 · 0,819 · 0,574 = 0,940
sin 19º = sin $\left(\dfrac{38^\circ}{2}\right) = \sqrt{\dfrac{1-\cos 38^\circ}{2}} = \sqrt{\dfrac{1-0{,}788}{2}}$ = 0,326

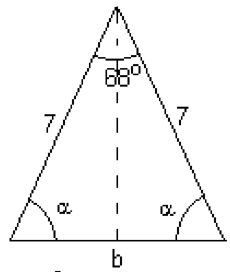
b) sin 52º = sin (90º-38º) = cos 38º = 0,788
cos 142º= cos (180º-38º) = -cos 38º = -0,788
tag 76º = tag (2·38º) = $\dfrac{2\cdot \mathrm{tag}38^\circ}{1-\mathrm{tag}^2 38^\circ} = \dfrac{2\cdot 0{,}782}{1-0{,}782^2}$ = 4,026

7. a) tag 45º = $\dfrac{h}{x}$ = 1, d'on h = x.

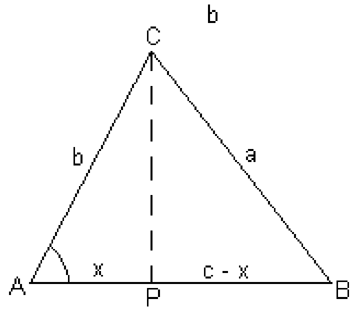
tag 30º = $\dfrac{h}{x+650} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, d'on 3h =
= $\sqrt{3}$ ·(x + 650), i d'aquí
3h - $\sqrt{3}$ ·h = 650$\sqrt{3}$, és a dir,
h = $\dfrac{650\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$ = 887,92 m



b) $b^2 = 7^2 + 7^2 - 2\cdot 7\cdot 7\cdot\cos 68^\circ = 98 - 98\cdot 0{,}375 = 61{,}25$,
d'on b = $\sqrt{61{,}25}$ = 7,83 cm. Com 68º + 2α = 180º, tenim que α = 56º.
Per tant, l'àrea és:
A = $\dfrac{7{,}83\cdot 7\cdot\sin 56^\circ}{2}$ =22,72 cm^2



8. a) Aplicant el Teorema de Pitàgores en els triangles BPC i APC,
tenim: $a^2 = h^2 + (c - x)^2$ i $b^2 = h^2 + x^2$, d'on
$a^2 - (c - x)^2 = b^2 + x^2$,
i d'aquí que: $a^2 = b^2 + c^2 - 2cx$,
però cos A = $\dfrac{x}{b}$, d'on x = b·cos A. I substituïnt en l'expressió anterior, tenim: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cdot\cos A$.



b) cos 3α = cos (α +2α) = cos α·cos (2α) - sin α·sin (2α) =
= cos α·(cos²α - sin²α) - sin α·(2sin α·cos α) =
= cos³α - 3sin²α·cos α = cos³α - 3·(1 - cos²α)·cos α =
= 4cos³α - 3cos α