

DEPARTAMENT DE MATEMÀTIQUES
IES L'ALZINA

EXAMEN D'ÀLGEBRA LINEAL

Nom i cognoms: _____ Curs: _____

1. Determineu les matrius X i Y que verifiquen el sistema matricial següent:

$$\begin{cases} A \cdot X - 2 \cdot Y = I_{2 \times 2} \\ X + Y = B \end{cases},$$

on $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ i $I_{2 \times 2}$ la matriu identitat d'ordre 2×2 .

[2 punts]

2. Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, trobeu la llei de recurrència que permet calcular A^n i demostreu-la per inducció.

[2 punts]

3. a) Sense desenvolupar el determinant, podem assegurar que el seu valor és un número divisible per 3? Justifiqueu la vostra resposta.

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 5 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 2 \\ 6 & 0 & 3 & -3 \end{vmatrix}$$

- b) Quins valors ha de prendre m per tal que el rang de la matriu M sigui 2?

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & m \\ 0 & 1 & 2 \\ m & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

[2 punts]

4. a) Podem assegurar que el següent sistema és compatible indeterminat? Justifiqueu-vos.

$$\begin{cases} 3x + 5y - z = 1 \\ x + 2y + 3z = 5 \end{cases}$$

- b) Afegiu al sistema anterior una nova equació que el faci compatible determinat i doneu la seva solució.

[2 punts]

5. Discutiu el següent sistema pels diferents valors del paràmetre m .

$$\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + my + z = m \\ x + y + mz = m^2 \end{cases}$$

[2 punts]