

EXÀMEN D'ÀLGEBRA LINEAL

Exercici 1:

Calculeu l'expressió de la matriu $(A + B^{-1}) \cdot A^{-1}$, essent $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

[2 punts]

Exercici 2:

Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, trobeu la llei de recurrència que permet calcular A^n i demostreu-la després per inducció.

[2 punts]

Exercici 3:

a) Calculeu el valor del següent determinant:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & x & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & x & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & x & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & x \end{vmatrix}$$

b) Sense calcular el determinant de la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix}$, com podem saber

que dona 0? Quin és el rang d'A? Justifiquen-vos.

[2 punts]

Exercici 4:

Discutiu el sistema següent i resoleu-lo, sempre que sigui compatible:

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - 3y + z = 8 \\ -x + 2y - z = -5 \\ x + 5y + 3z = 0 \end{cases}$$

[2 punts]

Exercici 5:

Donat el sistema d'equacions: $\begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 2x + y + mz = 2 \\ mx - y + 2z = 3 \end{cases}$, determineu el valor de m per tal que sigui

compatible determinat i, en aquest cas, resoleu-lo.

[2 punts]