

EXÀMEN DE CÀLCUL DIFERENCIAL

1a PART: (10 punts)

Exercici 1:

- Calculeu la derivada de la funció $f(x) = \ln(x - e^{\cos x})$.
- Determineu el valor del paràmetre m per tal que s'anul·li la segona derivada de $f(x) = (mx+1) \cdot e^x$ en el punt d'abscissa $x = 2$?

[2,5 punts]

Exercici 2:

Considereu la funció $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$.

- Demostreu que aquesta funció és sempre creixent en tot el seu domini.
- Determineu l'equació de la recta tangent al gràfic de la funció en el punt d'abscissa $x = -1$.

[2,5 punts]

Exercici 3:

Considereu la funció $f(x) = \frac{x^2}{\ln x}$, es demana:

- Les asímptotes.
- Comproveu que aquesta funció té un únic extrem relatiu i indiqueu si és un màxim o un mínim.

[3 punts]

Exercici 4:

Determineu els valors d' a i b per tal que la funció $f(x) = \begin{cases} x^2 + bx + 3 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^2 + ax + b}{x + 1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$ sigui

continua i derivable en $x = 0$.

[2 punts]

2a PART: (10 punts)

Exercici 1:

Representeu la funció $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 1}$, tenint en compte el domini, els intervals de creixement i de decreixement, els extrems relatius, les asímptotes i els punts de tall del gràfic amb els eixos de coordenades.

[7 punts]

Exercici 2:

Considereu tots els triangles isòsceles de base variable i de costats laterals iguals a 1 cm. Es demana:

- Quina és l'expressió que dona l'àrea d'aquests triangles en funció de la base?
- Quin valor pren la base per tal que l'àrea sigui màxima? En aquest cas, determineu-la.

[3 punts]