

DEPARTAMENT DE MATEMÀTIQUES
IES L'ALZINA

EXAMEN GLOBAL D'ALGEBRA I GEOMETRIA

Nom i cognoms: _____ Curs: _____

QÜESTIONS: (5 punts)

Q1. Diem que una matriu A quadrada és *idempotent* si es verifica: $A \cdot A = A$. Determineu el valor d' a per tal que la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ sigui *idempotent*.

[1 punt]

Q2. a) Per què el sistema $\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ -x + 2y + z = 0 \end{cases}$ és compatible indeterminat?
b) Doneu les solucions i interpreteu-les geomètricament.

[1 punt]

Q3. Donats el punt $P(2,-1,3)$, la recta $r \equiv \frac{x}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$ i el pla $\pi \equiv 3x + 2y - z + 1 = 0$, determineu l'equació de la recta que passa per P , és perpendicular a la recta r i paral·lela al pla π .

[1 punt]

Q4. Considereu els punts $P(1,-1,2)$, $Q(0,1,3)$, $R(-1,2,1)$ i $S(2,0,0)$. Podem assegurar que aquests punts són coplanaris? En cas afirmatiu doneu l'equació del pla que els conté, i en cas negatiu, determineu el volum del tetraedre que determinen.

[1 punt]

Q5. Determineu les coordenades del punt simètric de $P(1,2,3)$ respecte del pla $x + z = 0$.

[1 punt]

PROBLEMES: (5 punts)

P1. Donat el sistema d'equacions:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ mx - 2y - z = -2 \\ 5x - 3y + (1-m)z = -1 \end{cases}$$

a) Discutiu-lo pels diferents valors de m .
b) Doneu dues interpretacions geomètriques diferents per a cada valor de m .

[3 punts]

P2. Quina és la mínima distància entre les rectes $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{-1}$ i $r' \equiv \begin{cases} x - z = 1 \\ x + y = -1 \end{cases}$?

[2 punts]