

EXÀMEN GLOBAL D'ÀLGEBRA I GEOMETRIA

QÜESTIONS: (5 punts)

Q1. Considereu la matriu $A = \begin{pmatrix} -a & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix}$, determineu el valor d'a per tal que A sigui la matriu inversa d'ella mateixa.

[1 punt]

Q2. Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, determineu la matriu X tal que $A \cdot X = 3 \cdot B - 2 \cdot I$, essent I la matriu identitat d'ordre 3×3 .

[1 punt]

Q3. Utilitzeu el Teorema de Rouché-Frobénius per tal de comprovar que el següent sistema és compatible indeterminat.

$$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ x + z = 1 \\ 3x + y + z = 5 \end{cases}$$

Podem trobar una solució d'aquest sistema tal que la suma de les tres components sigui 0? Justifiqueu-vos.

[1 punt]

Q4. Determineu l'equació de la recta que passa pel punt $P(3,2,1)$, és paral·lel al pla d'equació $2x + y - 3z + 5 = 0$ i és perpendicular a la recta $\frac{x-2}{5} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-1}$

[1 punt]

Q5. Quina és l'equació del pla que conté a la recta $r \equiv \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ x - 4y - 5z = 6 \end{cases}$ i és perpendicular al pla $\pi \equiv 3x - y + 4z + 3 = 0$?

[1 punt]

PROBLEMES: (5 punts)

P1. a) Discutiu, pels diferents valors del paràmetre m, el sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ mx - 2y - z = -2 \\ 5x - 3y + (1-m)z = 1-m \end{cases}$$

b) Doneu dues Interpretacions geomètriques diferents per a les respostes a l'apartat anterior i dibuixeu-les.

[3 punts]

P2. Donades les rectes...

$$r \equiv (x,y,z) = (-2,-1,0) + k \cdot (2,1,3) \quad i \quad r' \equiv \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{5},$$

- a) Quin és l'angle determinat per aquestes rectes?
b) Quina és la distància mínima entre ambdues rectes?

[2 punts]