

DEPARTAMENT DE MATEMÀTIQUES
IES L'ALZINA

EXAMEN GLOBAL D'ANÀLISI

Nom i cognoms: _____ Curs: _____

QÜESTIONS: (5 punts)

Q1. Determineu a i b per tal que el gràfic de la funció $f(x) = 2x^2 + ax + b$ passi pel punt (1,-2) i tingui un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x_0 = 2$.

[1 punt]

Q2. Sabem que la recta tangent en un punt del gràfic de la corba $f(x) = x \cdot \ln x$ forma un angle de 45° amb el semieix positiu OX. Determineu les coordenades d'aquest punt i l'equació de la recta tangent.

[1 punt]

Q3. Calculeu el valor de la següent integral definida: $\int_0^2 (3x - 2) \cdot e^x dx$.

[1 punt]

Q4. Trobeu la funció primitiva de $f(x) = \frac{2x}{x+3}$ que s'anul·la quan $x = -2$.

[1 punt]

Q5. Calculeu el valor del paràmetre m ($m > 0$) per tal que l'àrea del recinte del pla limitat per la corba $y = x^3$ i la recta $y = mx$ sigui 8.

[1 punt]

PROBLEMES: (5 punts)

P1. Donada la funció $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{e^x}$, es demana:

- Trobeu els punts de tall del gràfic de la funció als eixos de coordenades i les asímptotes d'aquesta funció.
- Determineu els intervals de creixement i de decreixement, així com els extrems relatius, sempre que en tingui.
- Fent ús de les dades anteriors, dibuixeu un esquema senzill del seu gràfic.

[3 punts]

P2. Es vol construir un dipòsit cilíndric obert de 50 m^3 de capacitat. Com que després hem de pintar la part exterior, desitgem que la suma de l'àrea lateral i de l'àrea de la base sigui mínima. Calculeu les dimensions (l'altura i la base) que ha de tenir aquest dipòsit.

Recordeu: $V_{\text{cilindre}} = \pi \cdot r^2 \cdot h$ i $A_{\text{total}} = \pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h$

[2 punts]