

EXÀMEN GLOBAL D'ANÀLISI

QÜESTIONS: (5 punts)

Q1. Considereu la funció $f(x) = \begin{cases} e^{kx} & \text{si } x \leq 0 \\ 2x+1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$ on k és un nombre real.

- a) Comproveu que $f(x)$ és continua en $x = 0$ per a qualsevol valor de k .
- b) Quin valor pren k per tal que $f(x)$ sigui derivable en $x = 0$?

[1 punt]

Q2. Calculeu les coordenades del punt o punts del gràfic de la funció $f(x) = \frac{x}{3x+4}$ en què la recta tangent és paral·lela a la recta $y = x - 1$.

[1 punt]

Q3. Calculeu la funció primitiva de $f(x) = x \cdot \sqrt{x^2 - 1}$ que s'anul·la en el punt d'abscissa $x = 2$.

[1 punt]

Q4. Calculeu el valor de m que fa que l'àrea compresa entre la recta d'equació $y = mx$ i la paràbola $y = mx^2$ sigui de $3 u^2$.

[1 punt]

Q5. Calculeu el valor de la següent integral definida: $\int_0^{\pi} \frac{3 \cdot \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$

[1 punt]

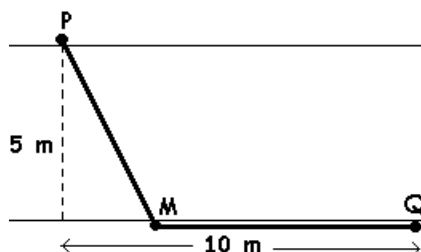
PROBLEMES: (5 punts)

P1. Donada la funció $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{2x^2 + 1}$, es demana:

- a) Els punts de tall als eixos de coordenades i les asímptotes.
- b) Els intervals de creixement i de decreixement i les coordenades dels extrems relatius de la funció.
- c) A partir de les dades obtingudes, dibuixeu un esbós del gràfic d'aquesta funció.

[3 punts]

P2. La unitat tècnica d'un municipi vol unir un punt P situat en un costat d'un carrer de 5 m d'ample amb un punt Q situat a l'altre costat, a 10 m més avall, amb dos tubs rectes soterrats per fer passar el clavegueram del veïnat, un de P a M i l'altre de M a Q , segons esquema adjunt.



Si sabem que el cost de la instal·lació del tub PM és de 16 € el metre i el tub MQ és de 8 € el metre, quin punt M haurem d'escollir per tal que la connexió dels tubs de P a Q sigui la més econòmica possible?

[2 punts]