

DEPARTAMENT DE MATEMÀTIQUES
IES L'ALZINA

EXAMEN DE DERIVADES I APLICACIONS DE LES DERIVADES

Nom i cognoms: _____ Curs: _____

1a Part: (10 punts)

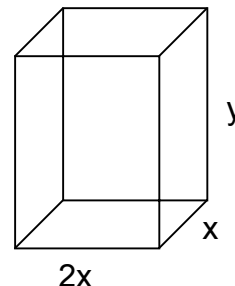
1. a) Calculeu la derivada de la funció $f(x) = [\ln(\sqrt{2+x} + x^2)]^5$ quan $x = -1$.
b) Doneu l'equació de la recta tangent al gràfic de la funció $f(x) = x - \frac{1}{x^2}$ en l'únic punt de tall que té aquesta funció amb l'eix d'abscisses.
[2,5 punts]
2. Donada la funció $f(x) = \frac{mx+1}{x^2}$, es demana:
a) El valor de m per tal que la funció tingui un extrem relatiu per a $x = -1$.
b) Podem aplicar el Teorema de Bolzano en l'interval $[-1,1]$ quan $m = 2$? Justifiqueu la vostra resposta.
[2,5 punts]
3. a) Podem assegurar que tota funció continua és derivable? Justifiqueu-vos.
b) Demostreu que l'equació $x^3 + x + 1 = 0$ té una única solució real. Doneu-la amb una aproximació inferior a la centèsima.
[2,5 punts]
4. Donada la funció $f(x) = (1 + x^2) \cdot e^x$, es demana:
a) Demostreu que la funció és sempre creixent.
b) En quins punts aquesta funció presenta un punt d'inflexió?
[2,5 punts]

2a Part: (10 punts)

1. Representeu la funció $f(x) = \frac{(x-1)^3}{x^2 - x - 6}$ tenint en compte: el domini, els intervals de creixement i decreixement, els extrems relatius, les asímptotes i els punts de tall del gràfic de la funció amb els eixos de coordenades.
[7 punts]

2. Considereu un prisma de base rectangular, amb dos dels costats d'aquest rectangle de longitud doble que els altres dos, tal com s'indica a la figura adjunta. Trobeu les dimensions que ha de tenir aquest prisma per tal que la seva àrea total és de 12 m^2 i el seu volum màxim.

Recordeu que: $A_{\text{total}} = 2 \cdot A_{\text{base}} + A_{\text{lateral}}$ i $V = A_{\text{base}} \cdot \text{altura}$



[3 punts]