Exercici 1:

a) $\int \frac{\ln^3 x}{x}.dx \quad = \frac{\ln^4 x}{4} + C$

b) $\int \frac{5x}{\sqrt{4-x^2}}.dx = -\frac{5}{2}\cdot\int -2x\cdot(4-x^2)^{-1/2}dx = -\frac{5}{2}\cdot\frac{(4-x^2)^{1/2}}{1/2} + C = -5\cdot\sqrt{4-x^2} + C$

c) Com $t = \sin^2 x$, $dt = 2\cdot\sin x\cdot\cos x\, dx = \sin(2x)\, dx$ i d'aquí que:

$\int e^{\sin^2 x}\cdot\sin(2x).dx = \int e^t dt = e^{\sin^2 x} + C$

d) Per integració per parts, tenim: $f(x) = \ln x$, $f'(x) = 1/x$
$g'(x) = x^2$, $g(x) = x^3/3$, i d'aquí:

$\int x^2\cdot\ln x.dx = \frac{x^3}{3}\cdot\ln x - \int\frac{1}{x}\cdot\frac{x^3}{3}dx = \frac{x^3}{3}\cdot\ln x - \frac{1}{3}\cdot\int x^2 dx = \frac{x^3}{3}\cdot\ln x - \frac{x^3}{9} + C$

e) $\int \frac{e^x}{\cos^2(e^x+1)}.dx = \text{tag}(e^x + 1) + C$

f) Resolent l'equació $x^2 - 5x + 6 = 0$ obtenim les solucions $x = 2$ i $x = 3$, per tant:

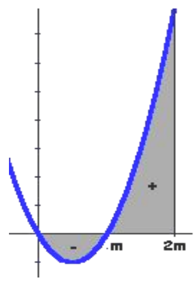
$\frac{x+5}{x^2-5x+6} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-3} = \frac{A\cdot(x-3)+B\cdot(x-2)}{(x-2)\cdot(x-3)}$, d'on $x + 5 = A(x - 3) + B(x-2)$.

Fent $x = 2$, tenim $A = -7$. I fent $x = 3$, tenim $B = 8$. D'aquí que:

$\int \frac{x+5}{x^2-5x+6}.dx = \int\frac{-7}{x-2}dx + \int\frac{8}{x-3}dx = -7\cdot\ln|x-2| + 8\cdot\ln|x-3| + C$

Exercici 2:

Resolent l'equació $x^2 - mx = 0$, obtenim les solucions $x = 0$ i $x = m$. Com ens demanen l'àrea compresa pel gràfic de la funció, l'eix d'abscisses i la vertical $x = 2m$, el nostre recinte per a $m > 0$ és:



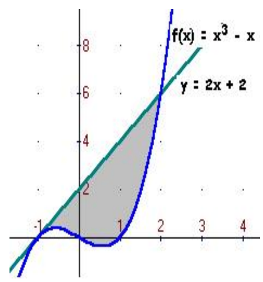
$$A = -\int_0^m (x^2 - mx)dx + \int_m^{2m}(x^2 - mx)dx = -\left[\frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2}\right]_0^m + \left[\frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2}\right]_m^{2m} =$$

$$= -\left[\left(\frac{m^3}{3} - \frac{m^3}{2}\right) - 0\right] + \left[\left(\frac{8m^3}{3} - 2m^3\right) - \left(\frac{m^3}{3} - \frac{m^3}{2}\right)\right] = m^3 = 8, \text{ d'on } m = 2.$$

Exercici 3:

La recta tangent al gràfic d'aquesta funció en el punt d'abscissa $x = -1$ és: $y - 0 = 2\cdot(x + 1)$, és a dir $y = 2x + 2$, ja que $f(-1) = 0$ i $f'(-1) = 2$.

Per trobar els límits d'integració cal resoldre l'equació $x^3 - x = 2x + 2$. Aquesta equació té com a solucions $x = 2$ i $x = -1$, per tant, l'àrea que busquem és:



$$A = \int_{-1}^{2}\left((2x+2) - (x^3 - x)\right)dx = \int_{-1}^{2}(-x^3 + 3x + 2)dx = \left[-\frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + 2x\right]_{-1}^{2} =$$

$$= (-4 + 6 + 4) - \left(-\frac{1}{4} + \frac{3}{2} - 2\right) = \frac{27}{4}\ u^2$$

Exercici 4:

$$V = \pi\cdot\int_1^5(\sqrt{x-1})^2dx = \pi\cdot\int_1^5(x-1)dx = \pi\cdot\left[\frac{x^2}{2} - x\right]_1^5 = \pi\cdot\left[\left(\frac{25}{2} - 5\right) - \left(\frac{1}{2} - 1\right)\right] = 8\pi\ u^3$$