

SOLUCIÓ DE L'EXÀMEN PARCIAL D'APLICACIONS DE LA INTEGRAL

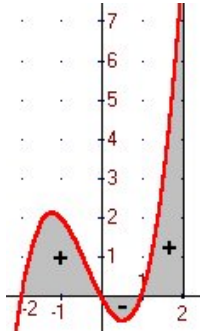
Exercici 1:

$F(x) = \int (2x+1) \cdot e^{x^2+x} dx = e^{x^2+x} + C$. Com passa pel punt (0,2), tenim: $F(0) = e^0 + C = 2$,

d'on $C = 1$. La funció primitiva és $F(x) = e^{x^2+x} + 1$.

Exercici 2:

Resolent l'equació $x^3 + x^2 - 2x = 0$, obtenim que les solucions són $x_0 = 0$, $x_1 = 1$ i $x_2 = -2$. El gràfic del recinte és:
i l'àrea és:

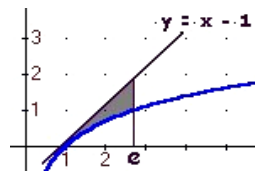


$$\begin{aligned} & \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx - \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx + \int_1^2 (x^3 + x^2 - 2x) dx = \\ & = \left[\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right]_{-2}^0 - \left[\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right]_0^1 + \left[\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right]_1^2 = \\ & = \left[0 - \left(4 - \frac{8}{3} - 4 \right) \right] - \left[\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - 1 \right) - 0 \right] + \left[\left(4 + \frac{8}{3} - 4 \right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - 1 \right) \right] = \frac{37}{6} u^2 \end{aligned}$$

Exercici 3:

a) $f'(x) = \frac{1}{x}$, d'on $f'(1) = 1$, i com $f(1) = \ln 1 = 0$, tenim que l'equació de la recta tangent és $y = x - 1$.

b) El gràfic del recinte és:



i l'àrea és:

$$\begin{aligned} A &= \int_1^e ((x-1) - \ln x) dx = \left[\frac{x^2}{2} - x \right]_1^e - \int_1^e \ln x dx = \left(\frac{e^2}{2} - e \right) - [x \cdot \ln x - x]_1^e = \\ &= \left(\frac{e^2}{2} - e \right) - [(e \cdot \ln e - e) - (1 \cdot \ln 1 - 1)] = \frac{e^2}{2} - e - \frac{1}{2} u^2, \end{aligned}$$

ja que $\int \ln x dx = x \cdot \ln x - x + C$, resolent-la pel mètode d'integració per parts.

Exercici 4:

$$\begin{aligned} V &= \pi \cdot \int_0^2 (x^2 - x)^2 dx = \pi \cdot \int_0^2 (x^4 - 2x^3 + x^2) dx = \pi \cdot \left[\frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{2} + \frac{x^3}{3} \right]_0^2 = \\ &= \pi \cdot \left[\left(\frac{32}{5} - 8 + \frac{8}{3} \right) - 0 \right] = \frac{16}{15} \pi u^3 \end{aligned}$$