

DEPARTAMENT DE MATEMÀTIQUES IES L'ALZINA

Examen de Matemàtiques de 3r d'ESO: Prova extraordinària.

RESOLUCIÓ:

Exercici 1

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{3} \right) = \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \left(\frac{9}{15} - \frac{10}{15} \right) = \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{15} \right) = \frac{2}{3} - \frac{1}{60} = \frac{40}{60} - \frac{1}{60} = \frac{39}{60}.$

- b) Multiplicant la primera equació per 3 i la segona per 2, tenim el següent sistema equivalent:

$$\begin{cases} 9x + 6y = 12 \\ 4x - 6y = 14 \end{cases}$$

Al sumar, obtenim: $13x = 26$, d'on $x = 2$. I substituïnt en una de les dues equacions, tenim que $y = -1$. La solució és $(2, -1)$.

Exercici 2

- a) Multiplicant tota l'equació per 6, tenim: $x - 2 - 2(x + 1) = 6x + 3$, d'on $7x = -7$, i d'aquí que $x = -1$.
- b) $3x^2 - 4x - 8 = 2x^2 - 3$, d'on $x^2 - 4x - 5 = 0$. Com $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2}$, tenim que les solucions són $x = 5$ i $x = -1$.

Exercici 3

- a) L'expressió d'una funció afí és $f(x) = mx + n$. Sabem que el gràfic d'aquesta funció passa pels punts $(1, -1)$ i $(2, 1)$, d'aquí que $f(1) = m + n = -1$ i $f(2) = 2m + n = 1$. Resolent el sistema d'equacions obtingut, tenim: $m = 2$ i $n = -3$, i l'expressió és: $f(x) = 2x - 3$.
- b) Les coordenades del vèrtex de la funció quadràtica $f(x) = x^2 - x - 2$ són $\left(\frac{1}{2}, -\frac{9}{4}\right)$, ja que $x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2}$ i $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{9}{4}$.

Les coordenades dels punts de tall als eixos de coordenades són $(0, -2)$, $(2, 0)$ i $(-1, 0)$, ja que:

Eix OY: $f(0) = -2$, d'aquí que el punt de tall a l'eix d'ordenades sigui $(0, -2)$.

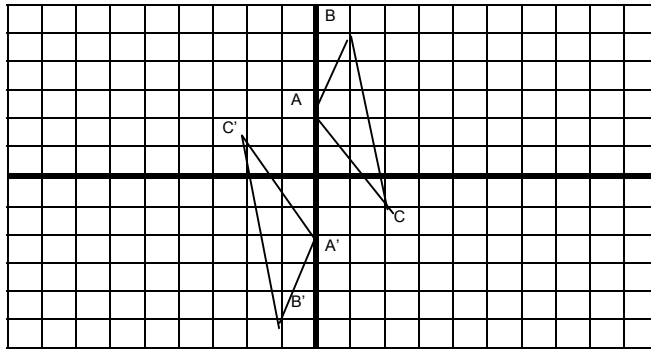
Eix OX: $f(x) = 0$, d'on $x^2 - x - 2 = 0$, equació de 2n grau que té com a solucions 2 i -1, d'aquí que el punts de tall a l'eix d'abscisses siguin $(2, 0)$ i $(-1, 0)$.

Exercici 4

- a) Si l'edat de la mare és x , l'edat de la filla és $60 - x$. Sabem que $x > 3 \cdot (60 - x)$, d'on $4x > 180$, i d'aquí que $x > 45$. La mare té més de 45 anys.
- b) Si indiquem per x la longitud del catet petit, tenim que la longitud del catet gran és $x + 1$ i la longitud de la hipotenusa és $x + 2$. Aplicant el Teorema de Pitàgores, tenim: $(x + 2)^2 = (x + 1)^2 + x^2$, i d'aquí que $x^2 - 2x - 3 = 0$. Equació que té com a solucions $x = 3$ i $x = -1$, però en el context del problema la solució negativa no té sentit, per tant, el catet petit amida 3 cm, el catet gran 4 cm i la hipotenusa 5 cm.

Exercici 5

- a) Les coordenades d'A', B' i C' són: A'(0,-2), B'(-1,-5) i C'(-2,1).

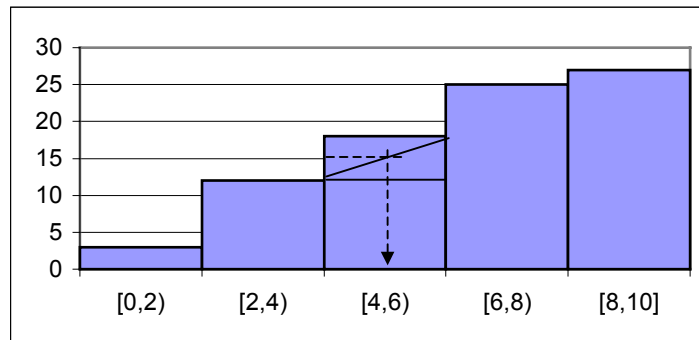


- b) $A = 2A_B + 4A_L = 2 \cdot 7^2 + 4 \cdot 7 \cdot 10 = 98 + 280 = 378 \text{ cm}^2$.
 $V = A_B \cdot h = 7^2 \cdot 10 = 490 \text{ cm}^3$.

Exercici 6

- a)

Intervals	x_i	n_i	N_i	p_i	$x_i \cdot n_i$
[0,2)	1	3	3	11,1	3
[2,4)	3	9	12	33,4	27
[4,6)	5	6	18	22,2	30
[6,8)	7	7	25	25,9	49
[8,10]	9	2	27	7,4	18
N =		27		1	127



- b) La mitjana aritmètica és: $\bar{x} = \frac{127}{27} = 4,70$.

Utilitzant el Teorema de Tales, tenim $\frac{x}{2} = \frac{5}{8}$, i d'aquí $x = \frac{10}{8} = 1,25$. La mediana serà, doncs, $Me = 4 + 1,25 = 5,25$.
 El mode es troba dins l'interval [2,4).

Exercici 7

$$VR_{6,3} = 6^3 = 216.$$

$$P(\text{suma } 4) = \frac{3}{216} = 0,0139.$$