

DEPARTAMENT DE MATEMÀTIQUES
 EXAMEN DEL CV-3r d'ESO: EQUACIONS I PROBLEMES.
 Tema 2: Equacions i problemes de 2n grau.

SOLUCIÓ:

1. a) $5 \cdot (x^2 - 1) - 2 \cdot (3x + 4) = 1 + 3 \cdot (x^2 - 2)$

$$5x^2 - 5 - 6x - 8 = 1 + 3x^2 - 6$$

$$2x^2 - 6x - 8 = 0, \text{ i simplificant per 2, tenim: } x^2 - 3x - 4 = 0.$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2}, \text{ i les solucions són } x = 4 \text{ i } x = -1.$$

b) $(3x^2 - 2x) \cdot (2x - 7) = 0$

$$3x^2 - 2x = 0, \text{ i d'aquí } x \cdot (3x - 2) = 0, \text{ d'on } x = 0 \text{ o bé } x = \frac{2}{3}$$

o bé

$$2x - 7 = 0, \text{ d'on } x = \frac{7}{2}$$

c) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

$$x^2 = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2}, \text{ d'aquí que } x^2 = 4 \text{ i } x^2 = 1. \text{ Les solucions són: } x = \pm 2 \text{ i } x = \pm 1.$$

d) $\sqrt{3x^2 + 1} - x = 1 + x$

Aïllant l'arrel quadrada, tenim: $\sqrt{3x^2 + 1} = 1 + 2x$, i elevant al quadrat els dos membres de la igualtat, tenim: $3x^2 + 1 = (1 + 2x)^2$, és a dir, $x^2 + 4x = 0$, equació que té com a solucions $x = 0$ i $x = -4$. Ara bé, només és bona la primera solució, és a dir, $x = 0$, ja que per a $x = -4$, tenim: $\sqrt{3 \cdot (-4)^2 + 1} + 4 \neq 1 - 4$.

2. Els dos nombres naturals imparells i consecutius són $2x - 1$ i $2x + 1$. Com el producte ha de donar 575, tenim: $(2x - 1) \cdot (2x + 1) = 575$, d'on $4x^2 - 1 = 575$, i d'aquí $x^2 = 144$. Com els nombres imparells són naturals, la solució haurà de ser positiva, d'aquí que $x = 12$. Els nombres naturals imparells i consecutius són: 23 i 25.

3. Com la superfície de finca rectangular és 1200 m^2 , tenim que si x és una de les dimensions, l'altra serà $\frac{1200}{x}$, d'aquí que aplicant el Teorema de Pitàgores, tenim:

$$50^2 = x^2 + \left(\frac{1200}{x}\right)^2, \text{ d'on } x^2 + \frac{1440000}{x^2} = 2500, \text{ i d'aquí:}$$

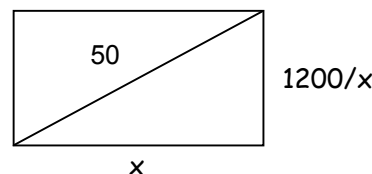
$$x^4 - 2500x^2 + 1440000 = 0.$$

$$x^2 = \frac{2500 \pm \sqrt{6250000 - 5760000}}{2} = \frac{2500 \pm 700}{2},$$

d'on $x^2 = 1600$ i $x^2 = 900$. Com el que busquem són dimensions d'una finca, les solucions han de ser positives, d'aquí que $x = 40$ i $x = 30$.

Si $x = 40$, aleshores $\frac{1200}{x} = 30$, mentre que si $x = 30$, aleshores $\frac{1200}{x} = 40$.

D'aquí que les dimensions de la finca rectangular siguin: 30 m d'ample i 40 m de llarg.



4. L'equació $x^2 + mx + 4 = 0$ tindrà una única solució si $m^2 - 16 = 0$, d'aquí que $m = \pm 4$.