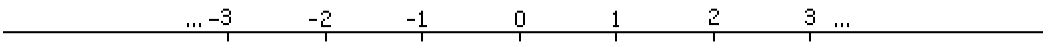
ELS NOMBRES REALS.

1. Els nombres reals.

Designem per N el conjunt dels nombres naturals, és a dir, N = {1, 2, 3, 4, 5,...} i per Z el conjunt dels nombres enters, és a dir, Z = {....,-3,-2,-1, 0, 1, 2, 3,...}. Entre aquests dos conjunts existeix la relació: $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z}$.

Al representar gràficament els nombres enters sobre una recta cal fixar un origen 0 i una unitat arbitrària. Movent aquesta unitat cap a la dreta de 0 tenim els nombres enters positius o nombres naturals, i si la movem cap a l'esquerra de 0, tenim els enters negatius.



Els nombres racionals surten com a ampliació dels enters, ja que certes equacions com a $3x = 2$ no tenien solució entera. Així doncs, s'introdueixen les fraccions a/b, on $b \neq 0$ i $a, b \in Z$ amb la condició que a/b, 2a/2b, 3a/3b, ... siguin la mateixa fracció. Aquestes fraccions reben el nom de **fraccions equivalents**. A partir d'ara, com a representació de totes elles agafarem la fracció més simplificada possible, l'anomenada **fracció irreductible**, és a dir, aquella en la que **a** i **b** no tenen divisors en comú.

Exemples:

1) *Les fraccions 4/3, 8/6, 28/21, ..., -12/-9,... són fraccions equivalents. La fracció irreductible és 4/3.*
2) *Una fracció equivalent a 5/2 amb denominador 14 és 35/14.*
3) *Dos fraccions a/b i c/d són equivalents si $a\cdot d = b\cdot c$. Són equivalents 7/3 i 56/24?. La resposta és afirmativa, ja que $7\cdot 24 = 3\cdot 56$.*

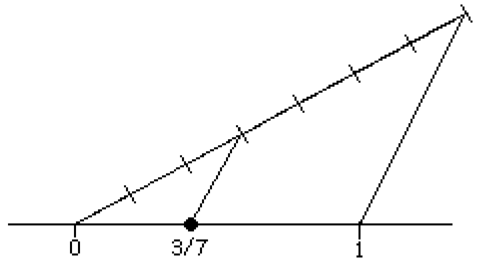
Indicarem per Q el conjunt de nombres racionals. Cal tenir en compte que un nombre racional és el conjunt de totes les fraccions equivalents a una fracció irreductible. Es pot comprovar que $\mathbf{Z} \subset \mathbf{Q}$, ja que tot nombre enter **a** el podem escriure com a fracció irreductible: **a/1**.

A l'hora de representar un nombre racional a/b sobre una recta cal tenir en compte:

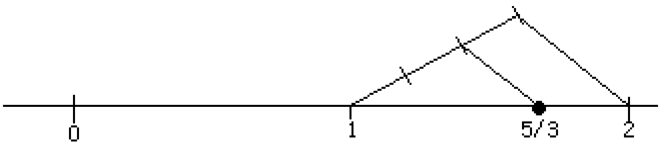
a) Si $a < b$, aleshores $0 < a/b < 1$.
b) Si $a > b$, aleshores $c < a/b < c+1$, on c és el quocient de dividir a per b.

Exemples:

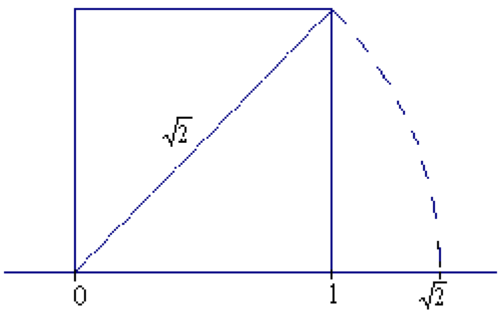
4) *Anem a representar 3/7. Com 0 < 3/7 < 1, tenim:*



5) *Anem a representar 5/3. Com el quocient de dividir 5 per 3 és 1, podem escriure 5/3 = 1 + 2/3. En aquest cas tenim:*



Podem observar que tot nombre racional es pot representar mitjançant un punt sobre la recta, però cal preguntar-se si tot punt de la recta representa un nombre racional?. La resposta és negativa, només cal construir sobre la recta un quadrat de costat 1. La diagonal és $\sqrt{2}$ i la seva representació gràfica dins la recta és:



Anem a comprovar que $\sqrt{2}$ no és un nombre racional.
Suposem que $\sqrt{2}$ = a/b, on a/b és una fracció irreductible. Si elevem al quadrat, tenim: $2 = a^2/b^2$ i d'aquí que $a^2 = 2b^2$ (1), és a dir, a^2 és un nombre parell i en conseqüència a també ho és. Podem escriure: a = 2k. Si substituïm en l'expressió (1), tenim: $a^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2b^2$, d'aquí que $2k^2 = b^2$, és a dir, b^2 és un nombre parell i en conseqüència b també ho és. Aquest resultat ens porta a una contradicció motivada al suposar que $\sqrt{2}$ és racional, és a dir, una fracció irreductible. D'aquí que $\sqrt{2}$ no sigui un nombre racional.

Acabem de veure com en la recta encara es poden representar altres nombres que no són nombres racionals.

L'**expressió decimal d'una fracció** a/b s'obté de dividir a per b. Pot passar que acabem amb un residu igual a 0, en tal cas diem que el nombre decimal és exacte o finit, o bé que mai s'arribi a un residu igual a 0, en tal cas diem que el nombre decimal és infinit periòdic. Aquests a la vegada poden ser periòdics purs i periòdics mixtos.

Exemples:
6) *L'expressió decimal de 23/4 és 5,75. Aquest nombre decimal és* ***exacte o finit****.*
7) *L'expressió decimal de 5/3 és 1,6666666... Aquest nombre decimal és* ***periòdic pur****.*
8) *L'expressió decimal de 7/12 és 0,583333... Aquest nombre decimal és* ***periòdic mixt****.*

La fracció irreductible associada a un nombre decimal exacte o periòdic rep el nom de **fracció generatriu**.

Exemples:
9) *La fracció generatriu de 3,15 és:* $x = 3{,}15 \rightarrow 100x = 315 \rightarrow x = 315/100 = \mathbf{63/20}$.
10) *La fracció generatriu de 5,3333... és:* $x = 5{,}3333... \rightarrow 10x = 53{,}3333...$ *Si restem les igualtats anteriors, tenim:* $9x = 48 \rightarrow x = \mathbf{48/9}$.
11) *La fracció generatriu de 2,56666... és:* $x = 2{,}56666... \rightarrow 10x = 25{,}6666... \rightarrow 100x = 256{,}6666...$ *Si restem les dues últimes igualtats, tenim:* $90x = 231 \rightarrow x = \mathbf{231/90}$.

Els nombres decimals no periòdics reben el nom de **nombres irracionals**. El conjunt dels nombres irracionals ho indiquem per I.

Exemple:
12) *Dos bons exemples els tenim en* $\sqrt{2}$ *i el nombre* π*. Amb l'ajuda de la calculadora podràs comprovar que les seves expressions decimals són nombres decimals no periòdics.*

Acabem de veure que els nombres decimals poden ser nombres racionals i nombres irracionals. Tots els nombres decimals formen el conjunt dels nombres reals i que indiquem per R.

Observa com la relació que es dóna entre tots els conjunts de nombres que hem vist fins ara es verifica la relació: $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$ **i** $\mathbf{R} = \mathbf{Q} \cup \mathbf{I}$.

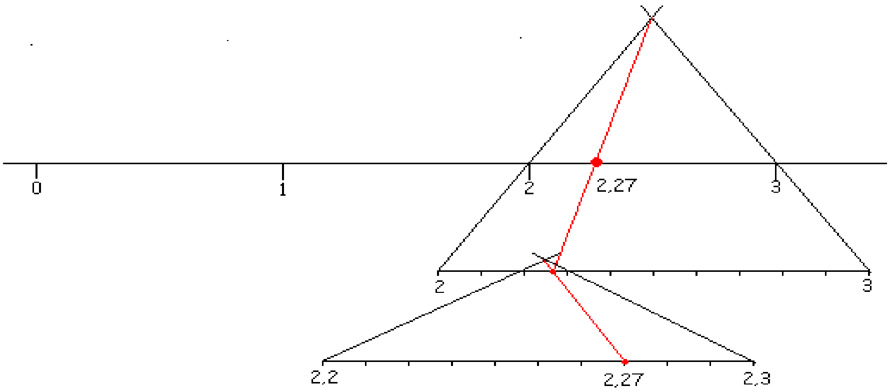
La classificació del nombres reals seria:

- Nombres reals
  - Nombres racionals
    - Nombres enters
      - Nombres naturals
      - El 0
      - Nombres enters negatius
    - Nombres decimals finits
    - Nombres decimals infinits periodics
      - Nombres decimals periodics purs
      - Nombres decimals periodics mixtos
  - Nombres irracionals: Nombres decimals infinits no periodics

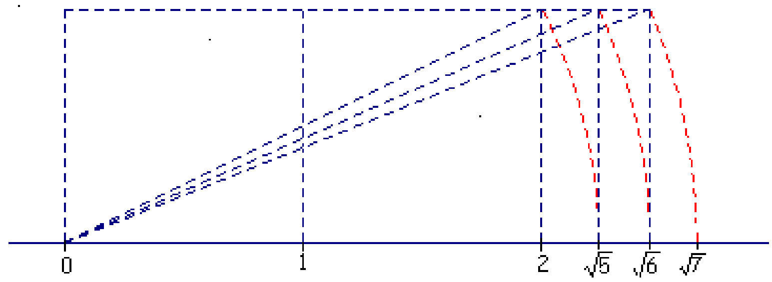
Ja hem vist com es representaven els nombres racionals, ara veurem com es representen alguns nombres reals, com 2,27 i $\sqrt{7}$.

Exemples:

13) Anem a representar el nombre 2,27.



14) Anem a representar √7



2. Intervals de la recta real.

Si a i b són dos nombres reals, tal que a < b, anomenem:

Interval obert d'extrems a i b al conjunt: $(a,b) = \{x \in R \ / \ a < x < b\}$.

Interval tancat d'extrems a i b al conjunt: $[a,b] = \{x \in R \ / \ a \le x \le b\}$.

Intervals semioberts d'extrems a i b als conjunts:

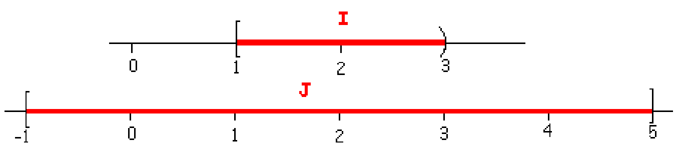
$[a,b) = \{x \in R \ / \ a \le x < b\}$ (per la dreta) i $(a,b] = \{x \in R \ / \ a < x \le b\}$ (per l'esquerra)

En la recta real aquests intervals venen representats per segments.

Anomenem **amplitud d'un interval** al valor b – a.

Exemple:

15) Els intervals I = [1,3) i J = [-1,5] són intervals d'amplitud 2 i 6 respectivament. Les seves representacions gràfiques són:



Les semirectes estan representades per intervals del tipus:

$(-\infty, b] = \{x \in R \ / \ x \le b\}$; $(-\infty, b) = \{x \in R \ / \ x < b\}$; $[a, +\infty) = \{x \in R \ / \ a \le x\}$; $(a, +\infty) = \{x \in R \ / \ a < x\}$, tots ells coneguts com a **intervals infinits**.

La recta real també la podem representar en forma d'interval infinit: $R = (-\infty, +\infty)$.

3. Valor absolut d'un nombre real.

Sigui x un nombre real, definim el valor absolut de x com:

$$|x| = \begin{cases} -x & \text{si} \quad x < 0 \\ x & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$$

Es fàcil comprovar que $|x| < r$ equival a escriure $-r < x < r$, i per tant, $x \in (-r,r)$. De forma anàloga tenim que $|x| \leq r$ equival a escriure $-r \leq x \leq r$, i per tant, $x \in [-r,r]$.

Exemples:
16) $|-3| = 3$ *i* $|+2| = 2$.
17) $|x| \leq 2$ *és equivalent a escriure* $-2 \leq x \leq 2$ *i també a escriure que* $x \in [-2,2]$.

4. Notació científica.

Tots els nombres positius es poden escriure en notació científica, és a dir, com a producte d'un nombre més gran o igual a 1 i més petit que 10 i una potència de base 10 i exponent enter.

Exemple:
18) $5920300000 = 5{,}9203 \cdot 10^{9}$ *i* $0{,}000000003 = 3 \cdot 10^{-9}$.

5. Aproximacions i errors.

Es evident que no podem escriure totes les xifres de la majoria dels nombres decimals i és per això que treballem amb aproximacions. Les aproximacions es fan per excés o per defecte, així per exemple una aproximació de 10/7 = 1,42857142... seria: 1,428 per defecte i 1,429 per excés.

Quan arrodonim un nombre decimal pretenem aconseguir la millor aproximació amb un nombre determinat de xifres decimals. L'arrodoniment depèn de la xifra situada a la dreta de l'última xifra no suprimida. Així doncs:

1) Si és 0, 1, 2, 3 o bé 4, prenem l'aproximació per defecte, i
2) Si és 5, 6, 7, 8, o bé 9, prenem l'aproximació per excés.

Exemple:
19) *Per al nombre decimal 3,1415798... la millor aproximació amb quatre xifres decimals és 3,1416, mentre que per a 0,2739413.... és 0,2739.*

Si x és el valor exacte d'un nombre real i x_0 és una aproximació de x, definim **error absolut** com el valor: $e_a = |x - x_0|$.

L'**error relatiu** és el quocient entre l'error absolut i el valor exacte del nombre real x en valor absolut, és a dir:

$$e_r = \frac{e_a}{|x|}$$

6. Potències i radicals.

Potències:

Sigui a un nombre real diferent de 0 i n un nombre natural, definim **potència de base a i exponent n** com el producte de n factors iguals a la base a, és a dir:

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots^{n)} \ldots \cdot a$$

Propietats:

1) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$.
2) $a^0 = 1$ i $a^1 = a$.
3) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$.
4) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$.
5) $(a/b)^n = a^n/b^n$.
6) $a^n/a^m = a^{n-m}$, essent $n \geq m$.
   Aquesta propietat també és vàlida si $n < m$, on l'exponent serà negatiu, i en tal cas es verifica que $a^{-k} = 1/a^k$.

Radicals:

Sigui a un nombre real i n un nombre natural, definim **arrel enesima d'a** i ho indicarem per $\sqrt[n]{a}$, a un nombre real x tal que elevat a n ens dóna el nombre a, és a dir:

$$\sqrt[n]{a} = x \iff x^n = a,$$

on $\sqrt[n]{a}$ s'anomena també **radical**, **n** és l'**índex** d'aquest radical i **a** és el **radicant**.

Propietats:

1) $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$.
2) $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$.

Càlcul amb radicals:

1) Simplificació. Per simplificar radicals cal tenir present les següents propietats:
   (i) $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}}$.
   (ii) $\sqrt[n]{a^m} = a^q \cdot \sqrt[n]{a^r}$, on $m \geq n$ i $m = n \cdot q + r$.
2) Suma i resta de radicals. Per sumar o restar radicals cal que, un cop simplificats, aquests siguin iguals, en cas contrari no té sentit sumar ni restar aquests radicals.
3) Producte i divisió de radicals. Per multiplicar o dividir radicals cal que tinguin el mateix índex i tenir present les següents propietats:
   (i) $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$. (ii) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$.
4) Producte d'un radical per un nombre real. Cal tenir present la següent propietat:
   $b \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b^n \cdot a}$
5) Potència d'un radical. Cal tenir present la següent propietat:
   $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$.
6) Radical d'un radical. Cal tenir present la següent propietat:
   $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$.

Exemples:

20) Simplificar: $\sqrt[5]{64x^7} = \sqrt[5]{2^6x^7} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 2 \cdot x^5 \cdot x^2} = 2x \cdot \sqrt[5]{2x^2}$.

21) Calcular: $3\cdot\sqrt{2} + 5\cdot\sqrt{18} + 7\cdot\sqrt{50} = 3\cdot\sqrt{2} + 5\cdot\sqrt{2\cdot 3^2} + 7\cdot\sqrt{2\cdot 5^2} = 3\cdot\sqrt{2} + 15\cdot\sqrt{2} + 35\cdot\sqrt{2} = 53\sqrt{2}$.

22) Calcular: $\dfrac{\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{3}} = \dfrac{\sqrt[6]{2^3}\cdot\sqrt[6]{5^2}}{\sqrt[6]{3^2}} = \dfrac{\sqrt[6]{2^3\cdot 5^2}}{\sqrt[6]{3^2}} = \sqrt[6]{\dfrac{200}{9}}$.

23) Calcular: $5\cdot\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{5^3\cdot 2} = \sqrt[3]{250}$.

24) Calcular i simplificar: $(\sqrt[5]{4})^3 = \sqrt[5]{4^3} = \sqrt[5]{2^6} = 2\cdot\sqrt[5]{2}$.

25) Calcular: $\sqrt{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[6]{5}$.

Racionalització:

El procés que condueix a una fracció amb radicals en el denominador a una altra fracció equivalent, però sense radicals en el denominador, rep el nom de **racionalització**.

Exemples:

26) Racionalitzar:. $\dfrac{3}{2\cdot\sqrt[5]{3}} = \dfrac{3\cdot\sqrt[5]{3^4}}{2\cdot\sqrt[5]{3}\cdot\sqrt[5]{3^4}} = \dfrac{3\cdot\sqrt[5]{3^4}}{2\cdot\sqrt[5]{3^5}} = \dfrac{3\cdot\sqrt[5]{81}}{2\cdot 3} = \dfrac{\sqrt[5]{81}}{2}$.

27) Racionalitzar:. $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})\cdot(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$.

7. Successions de nombres reals.

Una successió és una seqüència de nombres reals, on cada un d'aquests nombres reben el nom de terme. Si indiquem per $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$ la successió, a_1 és el primer terme, a_2 el segon terme, ...

El terme a_n rep el nom de terme general de la successió. El terme general d'una successió és una fórmula que depèn de n i ens permet reproduir tots els termes de la successió només donant-li a n valors naturals.

Exemples:

28) La seqüència 2, 4, 6, 8, ..., 2n, ... és una successió de nombres reals de terme general $a_n = 2n$.

29) Si el terme general d'una successió és $a_n = 3n-2$*, els termes de la successió són:*
$a_1 = 3\cdot 1-2 = 1$, $a_2 = 3\cdot 2-2 = 4$, $a_3 = 3\cdot 3-2 = 7$, $a_4 = 3\cdot 4-2 = 10$, ...

Les successions que verifiquen que cada terme s'obté de l'anterior sumant-li una constant reben el nom de **progressions aritmètiques**.

El terme general d'una progressió aritmètica és $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$, on d és la constant.

En les progressions aritmètiques, la fórmula $S_n = \frac{(a_1 + a_n)\cdot n}{2}$ ens suma els n primers termes de la progressió.

> ***Exemple:***
> *30) La successió 1, 3, 5, 7, 9, ... és una progressió aritmètica de terme general $a_n = 1+(n-1)\cdot 2 =$ $= 2n - 1$. Si volem sumar els 10 primers termes d'aquesta progressió, tenim:*
> $S_{10} = \frac{(1+19)\cdot 10}{2} = 100$, *ja que $a_{10} = 2\cdot 10-1 = 19$.*

Les successions que verifiquen que cada terme s'obté de l'anterior multiplicant-li una constant reben el nom de **progressions geomètriques**.

El terme general d'una progressió geomètrica és $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$, on r és la constant.

En les progressions geomètriques, la fórmula $S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r-1}$ ens suma els n primers termes de la progressió.

En circumstàncies molt especials, $|r| < 1$, podem sumar els infinits termes d'una progressió geomètrica mitjançant la fórmula: $S_\infty = \frac{a_1}{1-r}$.

> ***Exemples:***
> *31) La successió 1, 2, 4, 8, 16, ... és una progressió geomètrica de terme general*
> $a_n = 1\cdot 2^{n-1} = 2^{n-1}$.
> *La suma dels 10 primers termes és:* $S_{10} = \frac{512\cdot 2 - 1}{2-1} = 1023$, *ja que $a_{10} = 2^9 = 512$.*
> *32) La successió 8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$,... és una progressió geomètrica de terme general $a_n = 8\cdot(1/2)^{n-1} =$ $= 2^{4-n}$. Com $r = \frac{1}{2}$, podem sumar els infinits termes:* $S_\infty = \frac{8}{1-1/2} = 16$.

8. Successions convergents. El nombre e.

Diem que una successió té límit L quan a partir d'un terme, tots els altres termes s'apropen a L tant com vulguem. Això ho escriurem així: $\lim a_n = L$.

Una successió que té límit finit es diu que és una **successió convergent**, mentre que si el límit és infinit, es diu que és una **successió divergent**. Hi ha successions que no tenen límit, en tal cas diem que és una **successió oscil·lant**.

> ***Exemples:***
> *33) La successió 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, ..., 1/n ... és una successió que s'apropa tant com vulguem a 0, per tant 0 és el límit d'aquesta successió. La successió és convergent.*
> *34) La successió 1, 4, 9, 16, 25, ..., n2, ... és divergent ja que quan n és molt gran els termes són encara més grans, és a dir, augmenten i tendeixen a anar cap a l'infinit.*
> *35) La successió 1, -1, 2, -2, 3, -3, ... és oscil·lant.*

Una successió convergent força important és la que té com a terme general an = $(1+\frac{1}{n})^n$.

Anem a observar el seu comportament:

$a_1 = (1+\frac{1}{1})^1 = 2$, $a_2 = (1+\frac{1}{2})^2 = 2{,}25$, $a_3 = (1+\frac{1}{3})^3 = 2{,}37037037...$,

$a_4 = (1+\frac{1}{4})^4 = 2{,}44140625$, $a_5 = (1+\frac{1}{5})^5 = 2{,}48832...$

i alguns termes més avançats:

$a_{10} = 2{,}59374246...$

$a_{100} = 2{,}704813829...$

$a_{1000000} = 2{,}718280469...$

Això ens porta a la conclusió de que la successió és convergent i el seu límit és 2,71828182845.... Aquest límit és conegut com a **nombre e** i és un nombre irracional.

EXERCICIS DE REFORÇ

1. Quins dels següents nombres són irracionals?

$$1/8,\ \sqrt{21},\ \sqrt[3]{8},\ 0{,}10100100010000...,\ \frac{1+\sqrt{5}}{2}\ \text{ i } \pi.$$

2. Doneu una aproximació per defecte i per excés de $\sqrt{11}$ amb quatre xifres decimals. Quin és l'error relatiu que estem cometen si agafem com un bon valor aproximat l'aproximació per defecte? I si agafem l'aproximació per excés?.

3. Representeu sobre una mateixa recta els nombres 3/7, -11/5, $\sqrt{8}$ i 3,41.

4. a) Ordeneu de més petit a més gran: -0,87; -0,878787...; -0,8777777... i -0,807.
b) Doneu tres nombres decimals compresos entre 3,1415 i 3,1416.

5. a) Representeu en forma d'interval: "Tots els nombres reals entre 5 i 9, el 5 inclòs i el 9 no".
b) Quins nombres reals pertanyen a $[0,5] \cup (-1,3)$?. I a $[2,7] \cap (5,9]$?.

6. Determinar el valor de les operacions següents i doneu la seva expressió en notació científica.
a) $(2{,}3\cdot10^{-8}) : (3{,}5\cdot10^{-2})$. b) $(6{,}45\cdot10^{6}) \cdot (8{,}4523\cdot10^{-3})$.

7. Trobeu la longitud de la hipotenusa d'un triangle rectangle de catets 2 i 7 cm i doneu una bona aproximació amb dos xifres decimals.

8. Calculeu i expresseu en forma de potència:
a) $\dfrac{2^5\cdot2^{1/3}\cdot\sqrt{8}}{2^3\cdot(\sqrt{2})^5}$ b) $\dfrac{8\cdot2^{1/5}\cdot\sqrt{2}}{2^3\cdot(\sqrt{8})^3}$

9. Treieu fora tots els factors que puguis:
a) $\sqrt{800}$ b) $\sqrt[3]{64\cdot a^9}$
c) $\sqrt[3]{880\cdot a^{14}}$ d) $\sqrt{121\cdot a^6\cdot b^5\cdot c^3}$

10. Efectueu les següents operacions:

a) $5\cdot\sqrt{27}+12\cdot\sqrt{48}+3\cdot\sqrt{12}$

b) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}$

c) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[5]{2}\cdot\sqrt[3]{5}$

d) $\dfrac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{8}}$

e) $\dfrac{\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[5]{2}}{\sqrt[15]{5}}$

f) $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[5]{2}}}$

11. Racionalitzeu:

a) $\dfrac{5}{\sqrt[3]{2}}$

b) $\dfrac{a^3}{\sqrt[5]{a^4}}$

c) $\dfrac{2}{3+\sqrt{3}}$

d) $\dfrac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

12. Trobeu els termes generals de les successions:

a) 1, 7, 13, 19, ...

b) –1, 4, -7, 10, ...

c) 2, 6, 18, 54, ...

d) 4, 9, 16, 25, ...

e) 1, $2\cdot\sqrt{2}$, $3\cdot\sqrt{3}$, 8, $5\cdot\sqrt{5}$, ...

Indiqueu quina de les successions anteriors és una progressió aritmètica o geomètrica.

13. Trobeu el terme general i la suma dels 10 primers termes en les progressions...

a) 3, 6, 9, 12, ...

b) 1/4, 1/2, 1, 2, ...

14. Podem sumar els infinits termes de la successió 9, 6, 4, 8/3, 16/9, ...?. Per què?. En cas afirmatiu, calculeu aquesta suma.

15. Comproveu que la successió $a_n = \dfrac{2n}{2n+1}$ és convergent. Quin és el seu límit?.

16. Una puça es troba a un metre d'una paret a la qual vol arribar. Comença a saltar, però ho fa de tal forma que la longitud de cada salt és la meitat de la distància que li queda per arribar a la paret.

a) A quina distància es troba de la paret al primer salt?. I al segon?.

b) Continueu fent càlculs i esbrineu la distància que el separa al fer el seu desè salt?.

c) Quin és el terme general d'aquesta successió?. És convergent?.