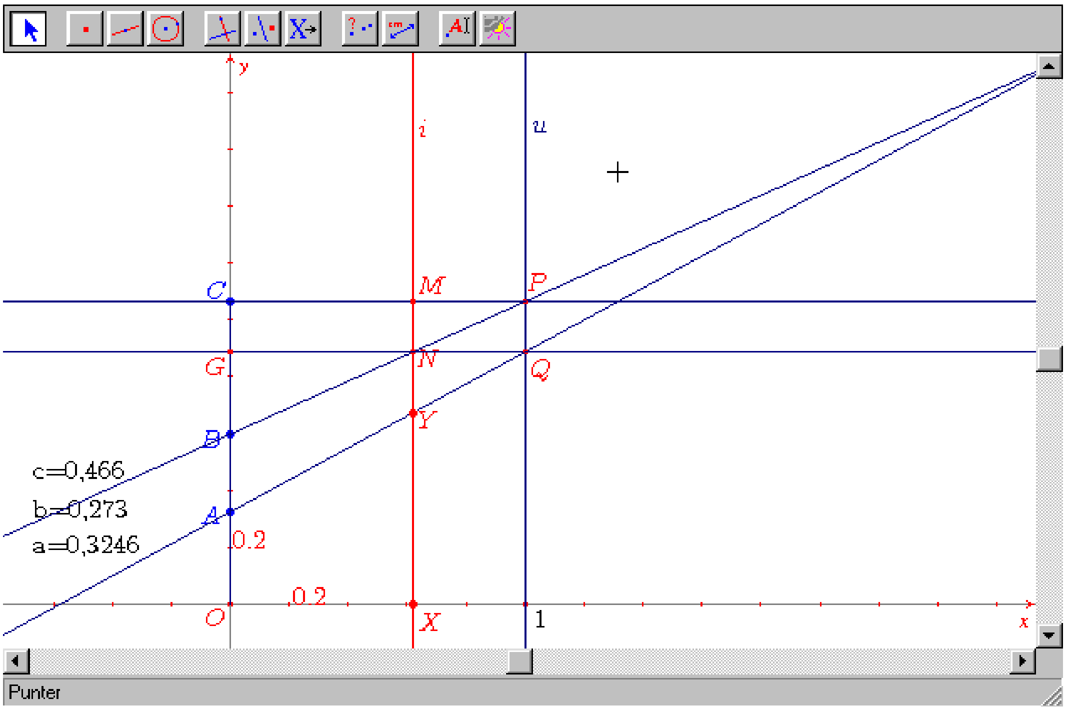
El constructor universal d'equacions.

Procediment



- Fes aparèixer els eixos de coordenades. Etiqueta l'origen amb [*O*].
- Dibuixa el punt (1,0) i etiqueta'l amb [1]
- Tira una perpendicular a l'eix X pel punt 1 i etiqueta-la amb [*u*]. Per evitar una figura massa atapeïda, separa ara les unitats de l'origen, de manera que la distància entre *O* i 1 ocupi mitja pantalla, més o menys.
- Posa un punt a l'eix X, entre, *O* i 1, i etiqueta'l com [*X*]. Tira la perpendicular a l'eix X que passa per *X* i etiqueta-la com a [*i*].
- Posa tres punts a l'eix Y i etiquetal's [*A*], [*B*] i [*C*]. Fes que se'n vegin les coordenades
- Calcula les distàncies $a = OA$, $b = AB$ i $c = BC$. Fes que apareixin amb l'aspecte "a = 0.25", "b = 0.18", "c = 0.25" a la pantalla. Comprova que, quan canvies les posicions dels punts *A*, *B* i *C*, els valors de *a*, *b* i *c* també canvien.
- Pel punt *C* tira una recta paral·lela a l'eix X. Aquesta recta talla la recta *u* en un punt que etiquetaràs com a [*P*], i a la recta *i* en un punt *M*.
- Ara tira la recta que passa per *B* i *P*. Aquesta recta talla la recta *i* en el punt *N*.
- Pel punt *N*, tira una recta paral·lela a l'eix X. Aquesta recta talla la recta *u* en el punt *Q* i a l'eix Y en el punt *G*.
- Ara tira la recta que passa per *A* i *Q*. Aquesta recta talla la recta *i* en el punt *Y*.

Ara ja està completament muntat el "Constructor Universal d'Equacions"! Vegem què fa:

- Activa la traça del punt Y i mou el punt X per l'eix X. El punt X sembla seguir una paràbola, eh?
- Desactiva la traça del punt Y i construeix el lloc geomètric del punt Y en relació al moviment del punt X. Ha d'aparèixer la mateixa corba d'abans, però ara fixa.
- Posa dos nous punts sobre la suposada paràbola i construeix la cònica que passa per aquests dos punts i els punts A, Y i P. La cònica s'ha de posar exactament sobre la corba que ja hi havia.
- Demana l'equació d'aquesta cònica.
- Aïlla la y i posa l'equació de la cònica en la forma $y = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$.
- Mou els punts A, B i C.

Quines conclusions en treus?

Es tracta ara de veure per què funciona això:
- Les coordenades del punt Y són (x, y).
- Com que la distància entre els punts O i X és x, i la distància entre els punts O i 1 és 1, les distàncies MP i NQ, que són iguals, valen:

$MP = NQ =$ ____________??????

(en funció de x)

- Els triangles MPN i CPB són semblants. Per tant,

$MN =$ ________________??????

(en funció de c i de x)

- Els triangles NQY i GQA són semblants. Per tant,

$NY =$ ________________??????

(en funció de b, de c i de x.
Observa que $AG = b + c - MN$)

- Ara ja està:

$$y = a + b + c - (MN + NY) =$$
$$= \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ ??????$$

Ara compara aquest resultat amb les conclusions que havies tret abans. Què en pots dir?

Generalitzacions:

- Muntar i justificar el funcionament d'un "Constructor Universal d'Equacions" que dibuixi gràfiques de polinomis de tercer grau:

$$y = \alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta$$

- Muntar i justificar el funcionament d'un "Constructor Universal d'Equacions" que dibuixi gràfiques de polinomis de primer grau:

$$y = \alpha x + \beta$$