

Nom i Cognom:

Data:

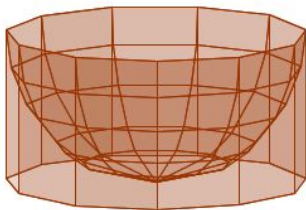
El volum de l'esfera

Què necessites saber?

- que el volum del cilindre és $\pi r^2 h$
- que el volum del con és $1/3 \pi r^2 h$
- el teorema de Pitàgores

Per començar compararem dos cossos:

El primer està construït amb un cilindre que té altura h igual al radi de la base r del que s'ha buidat mitja esfera de radi r . El resultat s'anomena **bol de Galileu**.

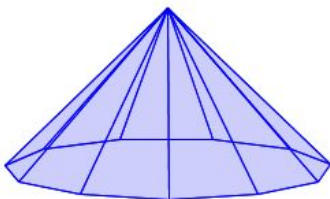


Per trobar la fórmula del seu volum caldria restar del volum del cilindre, el volum de mitja esfera.

$$\text{VolumBol} = \text{VolumCilindre} - \frac{1}{2} \text{VolumEsfera}$$

Coneixem com calcular el volum del cilindre, però el volum de l'esfera és precisament l'objecte del treball. Deduirem per un altre camí el volum del bol de Galileu i ho farem servir per deduir el volum de l'esfera.

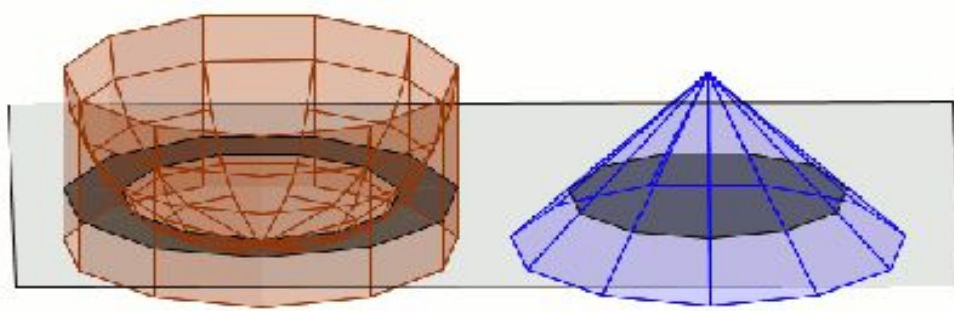
El segon és un con on també l'altura h és igual al radi de la base r .
Escriu la fórmula del volum del con?



$$\text{VolumCon} = \dots\dots\dots$$

L'objectiu ara és demostrar que aquests dos cossos tenen el mateix volum.

Observa [la construcció de GeoGebra^{\(1\)}](#) o [el vídeo^{\(2\)}](#) veuràs que el bol de Galileu i el con són tallats per un mateix pla.



Quina d'aquestes formes te la secció (la superfície del tall) del bol de Galileu amb el pla ?

- cercle
- sector circular
- segment circular
- corona circular

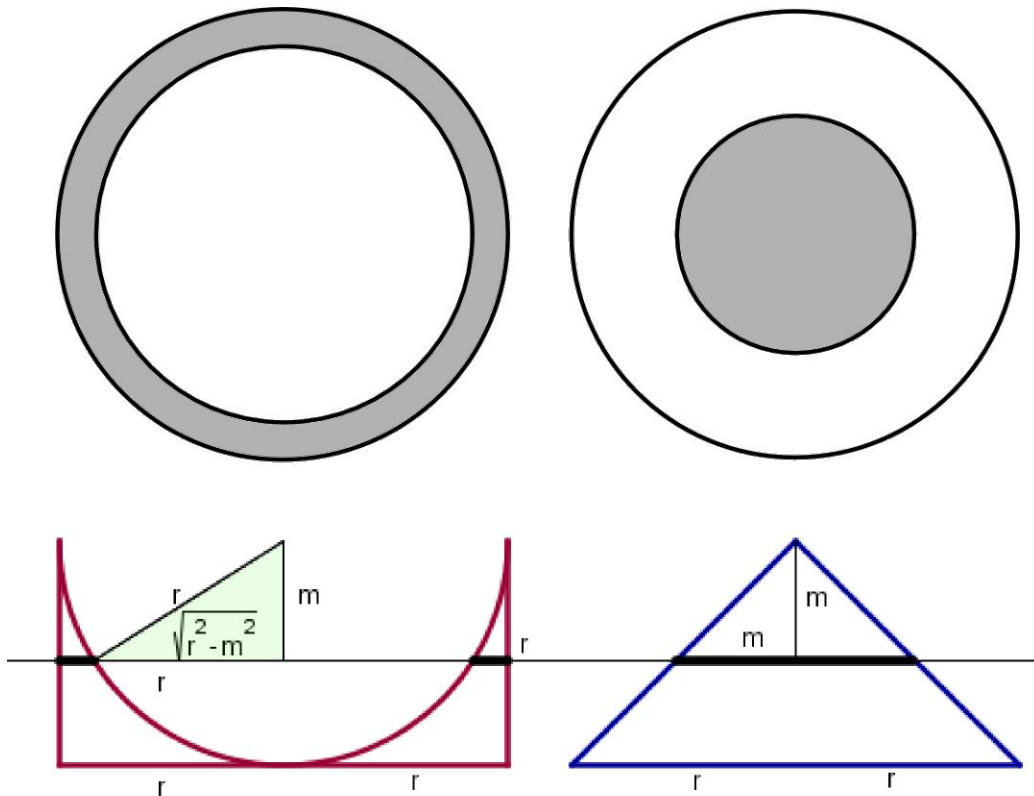
Quina d'aquestes formes te la secció del con amb el pla ?

- cercle
- sector circular
- segment circular
- corona circular

Aquestes dues seccions, tot i que no son iguals, comprovarem com tenen la mateixa àrea:

- Fixa't que quan el pla talla, a la part inferior, just per la base llavors les dues seccions són i tenen forma de d'àrea πr^2

- I quan el pla talla , a la part superior, llavors les dues seccions desapareixen i la seva àrea val per tant



Ara, amb una mica d'àlgebra, comprovaràs que l'àrea de la corona circular és la mateixa que la del cercle:

- L'àrea de la corona circular és la resta de dos cercles el gran de radi r i el petit de radi $\sqrt{r^2 - m^2}$ (s'ha aplicat el T. de Pitàgores). Escriu-la i simplifica:

Àrea de la corona circular =

- Comprova que coincideix amb l'àrea del cercle secció del pla i el con:








Àrea cercle =

Bonaventura Cavalieri (Milà 1598 - Bolonya 1647), que va ser alumne de Galileo Galilei, va establir el principi que diu:

Si dos sòlids produeixen sempre seccions d'igual superfície al ser tallats per plans paral·lels, llavors aquests cossos tenen el mateix volum.

Com hem demostrat, el bol de Galileu i el con tenen seccions equivalents i per tant tenen el mateix

Per acabar completa els passos que falten per trobar la fórmula del Volum de l'esfera

	=		VolumBol = VolumCon		
	-		=		VolumCilindre - =
$\pi r^2 r$				$\frac{1}{3} \pi r^2 r$
	=	$\frac{2}{3} \pi r^3$		
	=	$\frac{4}{3} \pi r^3$		

Volum de l'esfera =

- (1) <http://www.xtec.cat/~ebraso/visual/geometria3d/escudella/escudella.html>
 (2) http://youtu.be/4cg8rPLa_sE