**Objectius**

* Expressar una raó com a quocient de dos nombres.
* Formar proporcions. Donats tres nombres, calcular la seva quarta proporcional.
* Identificar magnituds que són directament proporcionals.
* Identificar magnituds que són inversament proporcionals.
* Resoldre problemes utilitzant regla de tres directa.
* Resoldre problemes amb proporcions.

**Pàgines de suport del tem**a

Raó proporció. edu365.cat/aulanet/intermates [*http://www.edu365.cat/aulanet/intermates/1/index.htm*](http://www.edu365.cat/aulanet/intermates/1/index.htm)

ed@ad **Proporcionalitat 1r ESO**

[*http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/1esomatematicas\_cat/1quincena6/index1\_6.htm*](http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/1esomatematicas_cat/1quincena6/index1_6.htm)

Descartes **Proporcionalitat**

[*http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\_didacticos/Funciones\_funcion\_de\_proporcionalidad/index.htm*](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Funciones_funcion_de_proporcionalidad/index.htm)

[*http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\_didacticos/Proporcionalidad\_lbc/indice.htm*](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Proporcionalidad_lbc/indice.htm)

IES Obert de Catalunya, Francisco González Maján, **Proporcionalitat**

[*http://www.xtec.cat/~fgonzal2/proporcionalitat/quinzena2/quinz02.pdf*](http://www.xtec.cat/~fgonzal2/proporcionalitat/quinzena2/quinz02.pdf)

Xavier Rabasa Arévalo **Proporcionalitat directa i inversa**

[*http://www.xtec.cat/~jrabasa/totmates/geometria/geometria%202d/proporcionalitat.pdf*](http://www.xtec.cat/~jrabasa/totmates/geometria/geometria%202d/proporcionalitat.pdf)

Vitutor

[*http://www.vitutor.com/aritmetica.html*](http://www.vitutor.com/aritmetica.html)

***Geogebra***

Joana Villalonga

[*http://www.geogebra.org/en/upload/files/joana/proporcionalitat-percentatges\_C.S.E.P./proporcionalitat1.html*](http://www.geogebra.org/en/upload/files/joana/proporcionalitat-percentatges_C.S.E.P./proporcionalitat1.html)

[*http://www.geogebra.org/en/upload/files/joana/proporcionalitat-percentatges\_C.S.E.P./proporcionalitat2-3.html*](http://www.geogebra.org/en/upload/files/joana/proporcionalitat-percentatges_C.S.E.P./proporcionalitat2-3.html)

***Viquipèdia:*** [*http://ca.wikipedia.org/wiki/Portada*](http://ca.wikipedia.org/wiki/Portada)

***Pàgina per trobar recursos*** [*http://www.xtec.cat/~eseguro/index.htm*](http://www.xtec.cat/~eseguro/index.htm)

***Comentaris del professor:***

 *Presentació, Netedat i Pulcritud:*

 *Autocorrecció:*

 *Treball diari:*

 *Treball a classe:*

 *Nota del treball del tema:*

# *RAÓ i PROPORCIÓ*

# *****La raó entre dos nombres a i b és el quocient de dividir a entre b.*****

# *****Els parells de nombres 4 i 10 , 16 i 40 tenen la mateixa raó?*****

# *****Els relacionem com dues fraccions equivalents i diem que formen proporció.*****

#  *****ja que els seus quocients fan*****

# *****Una proporció és una igualtat entre dues raons*****

# *****Els valors numèrics a, b, c i d formen proporció si la raó entre a i b és la mateixa que entre c i d.*****

#  *****i es llegeix: a és a b com c és a d.*****

# *****Tota proporció és formada per quatre termes:*****

# *****a i d s’anomenen extrems mentre que b i c s’anomenen mitjans*****

# *****Propietats fonamentals de les proporcions*****

# *****1. El producte dels extrems és igual al producte dels mitjans*****

# *****En l’exemple anterior:***** *} 4 • 40 = 10 •16 }*

#  *160 = 160*

#  *****Com es compleix, diem que formen proporció.*****

# *****2. En tota proporció es compleix*****

#  *E******xemple*****

# **Activitats**

# **1. Escriu la raó en cada cas:**

#

# **2. a) Comprova que són equivalents les fraccions:**

# **b) Tenen totes la mateixa raó? Per què?**

# **c) Escriu dues proporcions**

# **3. Escriu:**

#  **a) Tres parelles de nombres la raó dels quals sigui 2/3.**

#  **b)Tres parelles de nombres que estiguin en relació de cinc a u.**

#  **c) Tres parelles de nombres que tinguin de raó 0,4.**

# **4. Escriu una proporció amb cada conjunt de nombres:**

#  **a) 3 - 6 - 10 - 5 b) 2 - 24 - 3 – 36**

#  **c) 35 - 10 - 6 - 21 d) 52 - 28 - 63 - 117**

# **5. Calcula x en les proporcions següents:**

#  *****X= X= X= X=*****

# *MAGNITUDS PROPORCIONALS*

# *****Magnitud és tot allò que es pot mesurar*****

# *****Són magnituds: el pes, el preu, la capacitat, els ous ... perquè es poden mesurar, quantificar o comptar.*****

# *****Les magnituds també poden formar proporcions*****

**2** \_*€\_ kg*

# *****Vaig al mercat a comprar peres. Hi ha el rètol*****

#

***Barra de pa 1,15€***

***1,15€***

# *****Vaig al forn a comprar dues barres de pa*****

# *****Dues magnituds són proporcionals si una depèn de l’altra i, si en augmentar o disminuir una d’elles, l’altra també augmenta o disminueix de manera proporcional.*****

**Exemples:**

**1. 2 kg de peres costen 4 euros.**

Si compréssim 3 kg, hauríem de pagar, en la mateixa proporció, 6€.

Si en compréssim 1,5 kg, hauríem de pagar 3€.

...

**2. Per 20€ compro 2 pots de kg de vernís.**

Si compréssim 1 pot, hauríem de pagar 10€.

Si compréssim 5 pots, hauríem de pagar 50€.

...

**3. Posem 30 litres de benzina al cotxe amb 40,5€.**

**...**

**4. Per fer un pastís per a 6 persones es necessiten:**

# *****3 ous*****

# *****100 grams de mantega*****

# *****120 grams de xocolata*****

# *****60 grams de llevat*****

# *****...*****

# *****En aquests exemples els nombres van acompanyats de mots (kg, €, litres, ous, persones...) i es relacionen entre si.*****

# *****En tots els exemples, les dues magnituds són proporcionals ja que a mesura que augmentem o disminuïm una de les magnituds, l’altra també augmenta o disminueix proporcionalment.*****

# *MAGNITUDS DIRECTAMENT PROPORCIONALS*

# *****Ara organitzem les magnituds treballades en taules:*****

# *****Peres*****

#  *****·2 ·3 ·4*****

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *****Preu(€)***** | *****2***** | *****4***** | *****6***** | *****8***** | *****...********= r = 2*** |
| *****Pes(kg)***** | *****1***** | *****2***** | *****3***** | *****4***** | *****...***** |

#  *****·2 ·3 ·4*****

# *****Barres de quart*****

#  *****·2 ·3 ·4*****

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *****Preu(€)***** | *****1,15***** | *****2,30***** | *****3,45***** | *****4,60***** | *****...********= r = 1,15*** |
| *****Barres (núm.)***** | *****1***** | *****2***** | *****3***** | *****4***** | *****...***** |

#  *****·2 ·3 ·4*****

# *****Observa que si dupliquem, tripliquem, quadrupliquem... una de les magnituds (pes i barres de pa) també es duplica o triplica o quadruplica ... el preu (€).*****

***En ambdós exemples s’estableix una relació de proporcionalitat entre les dues magnituds i és directa perquè si augmentes o disminueixes una de les magnituds, l’altra també augmenta o disminueix en la mateixa proporció.***

***- A més kg de peres o més barres de pa més euros a pagar***

***- A menys kg de peres o menys barres de pa menys euros a pagar***

# *****Si dividim els nombres de cada columna observa que la raó***** *r* *****o constant de proporcionalitat***** *k* *****és la mateixa:*****

# *k=**2**k=1,15*

# *****I podem escriure proporcions com***  *o ···***

***Altres exemples de proporcionalitat directa:***

* ***L’espai recorregut per un mòbil i el temps emprat.***
* ***El volum d’un cos i el seu pes.***
* ***La longitud dels costats d’un polígon regular i la seva àrea.***
* ***.....***

# *EL TANT PER U o REDUCCIÓ A LA UNITAT*

**2** \_*€\_*

 *kg*

# *****El rètol ens informa del preu i els kg.*****

# *****1 kg de peres té de preu 2 euros*****

# *****Ara fixa’t que la raó de proporcionalitat 2 és un nombre i que li podem donar un significat si el relacionem amb les dues magnituds, preu i pes.*****

#  *****Què vol dir?*****

# *****Un kg costa dos euros*****

# *****Una unitat* (en aquest cas kg) *costa Tants euros*****

# *****Una unitat de ........ Tant Tant per U =raó*****

# *****Com trobem el tant per u? Dividint les dues magnituds.*****

# Exemples***:***

# *****a) Per 24 litres de benzina hem pagat 32,40 euros. Si dividim obtindrem ...*****

#

# *****Interpretació: 1 litre de benzina costa 1,35 €*****

# *****b) Rebaixes del 10%:*****

# *****Per cada 100 euros de l’import total de la compra, en descompten 10.*****

# *****Interpretació: Per cada 1 € de cost de la compra, en descompten 10 cèntims.*****

# *****c) Un pis de 75 m2 té un preu de 150 000€*****

# *****Interpretació: 1 m2 de superfície del pis costa 2.000 euros.*****

# *****Fixa’t que la raó o constant de proporcionalitat, és el tant per u.*****

# *****Activitat de proporcionalitat directa resolta per diferents mètodes*****

**Exemple:**

# *****El preu de quatre llibretes és de 7,2€. Quant em costaran 7 llibretes?*****

# *****1r mètode: Reducció a la unitat - Tant per u.*****

# *****Per trobar el tant per u : repartim el cost total (7,2€ ) entre el nombre total de llibretes (4) = 1,8€/llibreta*****

#  *És a dir, dividim 1,8* *****que significa:*****

# *****Càlcul del preu de 7 llibretes:*****

#  *****Si una llibreta costa 1,8€, 7 llibretes costaran 7 vegades més: 1,8€/llibreta • 7 llibretes = 12,6€*****

# *****2n mètode: Proporcions*****

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *****Preu(€)***** | *****7,2***** | *****x********= k = 1,8*** |
| *****Llibretes (número)***** | *****4***** | *****7***** |

# *****Construïm les proporcions amb mots*****

#

# *****Comprovem que les unitats de les magnituds siguin correctes i operem:*****

#  *} }*

# *****O bé,*****

# *****3r mètode: Regla de tres simple*****

# *****Núm. llibretes Preu (€)*****

#  *****4 costen 7,2 4 • x = 7 • 7,2*****

#  *****7 costaran x x = (7 • 7,2)/4 =*****

# *****Resposta: 7 llibretes costaran 12,6€*****

# *****Activitats de proporcionalitat directa resoltes amb el tant per u o reducció a la unitat*****

**Exemple 1:**

# *****Dues capses de bombons costen 9€. Calcula el cost de 9 capses.*****

# *****Per trobar el tant per u :*****  *4,5€/capsa*

# *****Càlcul del preu de 7 capses:***** *4,5€/capsa · 9 capses= 40,5€*

# *****Resposta: 9 capses de bombons costaran 40,5€*****

**Exemple 2:**

# *****El consum d’un cotxe per recórrer 300 km ha estat de 21 litres. A la mateixa velocitat quin hagués estat el consum en un recorregut de 240km?*****

# *****Per trobar el tant per u :*****  *0,08 litres/km*

# *****Càlcul dels litres per recórrer 240km:***** *0,08 litres/km · 240km=19,2litres*

# *****Resposta: El consum del cotxe per recórrer 240km hauria estat de 19,2 l*****

# **Activitats**

6. ***Indica, entre els parells següents de magnituds, els que guarden relació de proporcionalitat directa i els que no guarden cap relació de proporcionalitat:***

***a) El nombre de litres de llet venuts i els diners recaptats.***

***b) El nombre d’habitants per km2 de cada poble de la comarca.***

***c) L’edat d’una persona i el seu pes.***

***d) El temps que està oberta una aixeta i la quantitat d’aigua que aboca.***

7. ***Observa les taules següents i digues si són de proporcionalitat directa o no:***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***a)*** | ***3*** | ***6*** | ***9*** | ***b)*** | ***15*** | ***3*** | ***5*** | ***c)*** | ***1*** | ***2*** | ***3*** |
|  | ***1*** | ***2*** | ***3*** |  | ***1*** | ***5*** | ***3*** |  | ***15*** | ***30*** | ***45*** |

 ***Raó=***

8. ***Completa aquestes taules de proporcionalitat directa:***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***a)*** | ***1*** | ***2*** | ***3*** | ***7*** |  | ***b)*** | ***1*** | ***3*** | ***5*** | ***6*** |  |
|  | ***4*** | ***8*** |  |  | ***60*** |  |  | ***4,5*** |  | ***9*** | ***15*** |

 ***Raó=***

9. ***Escriu a la taula els valors numèrics per tal que compleixin la proporcionalitat directa i calcula la constant de proporcionalitat:***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***MAGNITUD A*** | ***10*** | ***15*** | ***25*** | ***30*** |  |  |  | ***k=*** |
| ***MAGNITUD B*** | ***2*** | ***3*** | ***5*** | ***6*** |  |  |  |

***Els problemes els has de resoldre pel mètode que creguis oportú i seguint les pautes explicades en els exemples. Has de respondre en cada cas quin és el tant per u.***

***10. Per fer 2 litres de suc calen 5 kg de taronges. Quants litres de suc es poden fer amb 8 kg de taronges?***

***Dades P - R***

*Amb 5 kg taronges*  Càlcul tant per u: =

*Obtenim*

 *2 l de suc* Càlcul litres suc amb 8 kg: . 8kg=

*? Quants l suc amb 8 kg*

***R :***

11. ***Tres quilos i un quart de maduixots costen 4,75 €. Quant en costen dos quilos i mig?***

***12. L’Òscar ha cobrat 30€ per fer de cangur 5 hores. Quantes hores hauria de fer de cangur per a poder-se comprar una bicicleta que costa 400€?***

***13. Un paquet de 500 fulls costa 10 euros. Quant ens costaran 300 fulls?***

***14. Una font ha trigat 30 segons a omplir un càntir de 15 litres. Quant de temps trigarà a omplir un bidó de 50 litres?***

***15. Una botiga de queviures ven maduixots a 1,80 €/kg. Per vendre’n més, fa la promoció següent:***

***3 x 2 : compra’n 3 i paga’n 2***

***a) Calcula el preu de dos quilograms.***

***Tant per u***

 ***b) Calcula el preu de tres quilograms.***

 ***c) Calcula el preu de cinc quilograms.***

 ***d) El preu dels maduixots és proporcional al nombre de quilograms comprats?***

 ***e) Quin és el tant per u si compréssim sis quilograms de maduixots?***

***16. Per fer un pastís per a sis persones es necessiten 3 ous, 120 grams de xoxolata, 100 grams de mantega i 60 grams de llevat. Quina quantitat de cada ingredient necessitarem per fer un pastís per a 8 persones?***

# *MAGNITUDS INVERSAMENT PROPORCIONALS*

**Exemple 1:**

# *****Per anar de Barcelona a Girona, que disten 100km, hem trigat 2 hores. Quant de temps hauríem trigat si la velocitat mitjana hagués estat de 100km/hora.*****

# *****Raonament: Si anem més ràpid menys temps trigarem en recórrer els 100 km. Si hem trigat 2 hores en recórrer 100 km, vol dir que la velocitat mitjana ha estat de 50 km/hora.*****

# *****En aquest cas hi ha una dada que no varia: la distància de 100km.*****

# *****Si augmentem la velocitat a 100 km/hora, per recórrer la distància de 100km, trigarem una hora.*****

# *****Col·loquem les dades a la taula:*****

#  *****·2***** *Es tracta d’una proporcionalitat*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *****Velocitat (km/hora)***** | *****50***** | *****100***** |
| *****Temps ( hores)***** | *****2***** | *****x***** |

#  *INVERSA perquè en*

# *****augmentar*****  *la velocitat,*

#  *el temps disminueix.*

#  *****:2*****

# *****Si la proporció fos directament proporcional faríem:*****  *on k = 25*

#  *i la resposta seria x = 4, resposta sense lògica i incoherent*

# *No pot ser que si augmentem la velocitat, triguem més temps en recórrer els mateixos quilòmetres.*

# *****Com es calcula la constant de proporcionalitat inversa? Multiplicant les dues magnituds*****

# *****la constant de proporcionalitat inversa també és el tant per u*****

# *****La constant de proporcionalitat inversa és: 50·2 = k = 100 Què vol dir?*****

# *****Que per recórrer la distància de 100 km haguéssim trigat 100 hores a*****

#  *****1km/h o també podem interpretar que per recórrer la distància de 100 km haguéssim trigat 1 hora a la velocitat de 100km/h*****

# *****50 · 2 = 100 · x =***** *k* *****= 100*****

# *****100 · x =100*****

# *****x =1*****

# *****La resposta:*****

# *****Si la velocitat mitjana hagués estat de 100km/h hauríem trigat 1 hora.*****

**Exemple 2:**

# *****A casa hem de fer obres. Per fer-les em proposen que si hi treballen dotze operaris, trigaran sis dies en acabar la feina. Qua******nts dies trigaran en fer la mateixa feina vuit operaris?*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *****Operaris (número)***** |  *****12***** | *****8***** |
| *****Dies ( número)***** | *****6***** | *****x***** |

#  *****En aquest cas quants més operaris hi*****

#  *****treballin menys dies trigaran en fer la*****

#  *****mateixa feina. Per tant és INVERSA.*****

# *****Podem plantejar les preguntes següents:*****

# *****Quants dies trigaria un operari en fer tota la feina?*****

# *****Quants operaris caldrien per fer tota la feina en un sol dia?*****

# *****Hem de trobar la constant de proporcionalitat inversa (el tant per u)*****

# *C******om és inversa en comptes de dividir 12/6 per trobar la constant de proporcionalitat farem: 12•6=72*****

# *****La constant de proporcionalitat inversa és k = 72 Què vol dir?*****

# *****Que per fer la feina en un sol dia caldran 72 operaris*****

# *****o també podem interpretar:*****

# *****que un sol operari trigarà 72 dies en fer tota la feina.*****

#

# *****Per esbrinar els dies que hi treballaran els 8 operaris, repartim la feina de 72 dies entre aquests 8 operaris, i el resultat és de 9 dies.*****

# *****Resolució per proporcions*****

# *****Una vegada hem raonat que es tracta d’una proporcionalitat inversa, fem:*****

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *****Operaris (número)***** | *****12***** | *****8***** |
| *****Dies ( número)***** | *****6***** | *****x***** |

# *****k = 12 . 6 = 72*****

# *12•6 = 8 • x =* *****k*****

# *12 • 6 = 8 •x } 72 = 8 •x } 9 = x*

# *****La resposta és: 8 operaris trigaran 9 dies en fer la mateixa feina*****

# **Activitats**

17. ***Indica, entre els parells següents de magnituds els que guarden relació de proporcionalitat directa, els que guarden relació de proporcionalitat inversa i els que no guarden cap relació de proporcionalitat:***

***a) El nombre de DVD venuts i els diners recaptats.***

***b) El nombre d’operaris que fan un treball i el temps invertit.***

***c) L’edat d’una persona i el número de sabata que calça.***

***d) La velocitat d’un vehicle i la distància recorreguda per hora.***

***e) El temps que està oberta una aixeta i la quantitat d’aigua que aboca.***

***f) El nombre de pàgines d’un llibre i el seu preu.***

18. ***Observa les taules següents i digues si són de proporcionalitat inversa o no:***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***a)*** | ***2*** | ***3*** | ***4*** | ***b)*** | ***15*** | ***3*** | ***5*** | ***c)*** | ***1*** | ***2*** | ***3*** |
|  | ***3*** | ***4,5*** | ***6*** |  | ***1*** | ***5*** | ***3*** |  | ***15*** | ***35*** | ***45*** |

 ***Raó=***

19. ***Completa aquestes taules de proporcionalitat inversa:***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***a)*** | ***2*** | ***4*** | ***5*** | ***10*** |  | ***b)*** | ***1*** | ***2*** | ***3*** | ***4*** |  |
|  | ***25*** |  |  |  | ***10*** |  |  | ***15*** |  | ***7,5*** | ***6*** |

 ***Raó=***

20. ***Escriu tres proporcions diferents amb els valors d’aquesta taula de proporcionalitat inversa i calcula la constant de proporcionalitat:***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***MAGNITUD A*** | ***2*** | ***3*** | ***4*** | ***6*** |  |  |  | ***k =*** |
| ***MAGNITUD B*** | ***45*** | ***30*** | ***22,5*** | ***15*** |  |  |  |

 ***Raó=***

21. ***Indica el tant per u dels exercicis 18 i 19.***

 ***18 a) 18 b) 18 c)***

 ***19 a) 19 b)***

22. ***Un pintor, treballant 4 hores al dia, pinta una casa en 30 dies. Quantes hores hauria de treballar cada dia per a realitzar el mateix treball en 12 dies?***

23. ***A l’empresa on treballa el meu germà li han dit que li augmentaran el sou un 3% Quan cobrarà, si ara li paguen 750€ al mes?***

***24. Un tractor, treballant 8 hores diàries, llaura un camp en 5 dies. Quants dies trigaria en fer la mateixa feina, si les jornades fossin de 10 hores diàries?***

***25. Un ramader té farratge per a alimentar les seves 35 vaques durant 32 dies.***

 ***Quant li duraran les provisions si compra 15 vaques més i totes mengen el mateix?***

***26. Un granger té pinso al magatzem per a alimentar 2 500 gallines durant 60***

 ***dies. Quantes gallines ha de retirar si desitja que el pinso li duri 80 dies?***

***27. Un cotxe, a 90 km/h, triga 20 minuts per anar de la població A a la població B. Quant hi trigaria un camió, a 60 km/h?***

***28. Un brollador que aporta un cabal de 3,5 litres per minut omple un dipòsit en una hora i dos quarts. Quant hi trigaria si el cabal augmentés a 4,5 litres per minut?***