**Objectius**

* Expressar una raó com a quocient de dos nombres.
* Formar proporcions amb segments proporcionals.
* Aplicar correctament el Teorema de Tales.
* Reconèixer i dibuixar figures semblants.
* Aplicar els criteris de semblança de triangles.
* Calcular la raó de semblança.
* Utilitzar la relació entre els perímetres de figures semblants.
* Utilitzar la relació entre les àrees de figures semblants
* Calcular distàncies en mapes i plànols.
* Construir figures a escala.
* Resoldre problemes geomètrics aplicant el Teorema de Tales.

**Pàgines de suport del tema**

**El món de les ampliacions i les reduccions** [*http://www.edu365.cat/aulanet/intermates/25/index.htm*](http://www.edu365.cat/aulanet/intermates/25/index.htm)

**Victòria Oliu**  [*http://www.xtec.cat/~voliu/tales/index.html*](http://www.xtec.cat/~voliu/tales/index.html)

**ed@ad** **Semblança. Teorema de Pitàgores**

***http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/2esomatematicas\_cat/2quincena7/index2\_7.htm***

**Descartes** **Semejanza i Actividades sobre el Teorema de Thales**

[*http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\_didacticos/ac\_thales/index.htm*](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/ac_thales/index.htm)

[*http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\_didacticos/Semejanza\_poligonos/index\_Semejan.htm*](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Semejanza_poligonos/index_Semejan.htm)

**IES Obert de Catalunya, Francisco González Maján,** **Proporcionalitat**

[*http://www.xtec.es/~fgonzal2/proporcionalitat/*](http://www.xtec.es/~fgonzal2/proporcionalitat/) **anar a quinzena 2 i 3 apartats memoritza – assimila- resol i comprova**

**Xavier Rabasa Arévalo** **Teorema de Thales i Semblança**

***http://www.xtec.cat/~jrabasa/totmates/geometria/geometria%202d/semblanca.pdf***

**Vitutor**

[*http://www.vitutor.com/geo/eso/semejanza.html*](http://www.vitutor.com/geo/eso/semejanza.html)

***Geogebra* Joan Fernández** [*http://www.xtec.cat/~jferna20/*](http://www.xtec.cat/~jferna20/) **Triar activitats 18 i 19**

***Pàgina per trobar recursos*** [*http://www.xtec.cat/~eseguro/index.htm*](http://www.xtec.cat/~eseguro/index.htm)

***Comentaris del professor:***

 *Presentació, Netedat i Pulcritud:*

 *Autocorrecció:*

 *Treball diari:*

 *Treball a classe:*

 *Nota del treball del tema:*

# *TEOREMA DE TALES*

# **El teorema de Tales diu: si dues rectes secants, r i r’, són tallades per un sistema de rectes paral·leles, s i s’, els corresponents segments originats són proporcionals.**

# s’

#  **B’**

#

# s

#

#  **A’**

#

#  **B**

#

#  r **O** **A**

# r’

# **De la figura, podem escriure diferents proporcions:**

# $\frac{OA}{OA^{'}}=\frac{AB}{A^{'}B^{'}}=\frac{OB}{OB^{'}}=r\_{1}$$\frac{OA^{'}}{OA}=\frac{A^{'}B^{'}}{A B}=\frac{ OB^{'}}{OB}=r\_{2}$$\frac{OB}{OA}=\frac{BB^{'}}{AA^{'}}=\frac{OB^{'}}{OA^{'}}=r\_{3}$

# **On r1 , r2 i r3 són les diferents raons de proporcionalitat.**

# **Amb el cursor selecciona el triangle blau de la figura i mou-lo de manera que encaixi en cadascun dels tres vèrtexs.**

#

# **Observa els angles i els costats**

***Triangles en posició de Tales***

# **Els triangles blau i vermell estan en posició de Tales ja que, com hauràs observat, tenen els tres angles iguals i els costats proporcionals.**

# **Per què són proporcionals els costats? Fixa’t en la figura i observa que en les tres posicions amb què hem col·locat el triangle blau sempre hi ha un costat paral·lel a un dels costats del triangle vermell, és a dir, els costats respectius són homòlegs.**

# **És per això que els dos triangles estan en posició de Tales i són triangles semblants.**

#

# **Dos triangles són semblants si compleixen un dels criteris següents:**

1. ***si tenen un angle igual i els costats corresponents que formen l’angle proporcionals***
2. ***si tenen dos angles corresponents iguals***
3. ***si tenen els tres costats corresponents proporcionals***

# **Pots afirmar que si dos triangles tenen tots els seus angles iguals sempre són semblants?**

# *Cas especial* de triangles en posició de Tales:

# Separem el triangle groc i el girem en horitzontal

#

#  Ara el girem en vertical

# I es col·loca dins del triangle verd

# de diferents maneres

#

# **Activitat**

# **Observa les figures planes per poder respondre les preguntes següents:**

# **Els tres pentàgons \_\_\_\_ són semblants perquè tenen els**

# **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ iguals i els \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ proporcionals.**

3

2

1

# **Quins d’aquests rectangles són semblants? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

#

6

5

4

# **Els quadrats són semblants? \_\_\_\_\_\_**

#  **Per què? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

7

9

8

10

# **Els rombes són semblants? \_\_\_\_\_\_**

#  **Per què? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

# **Els hexàgons regulars són semblants? \_\_\_\_\_\_ Per què? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

11

12

# **Els pentàgons de sota són semblants? \_\_\_\_\_ Per què? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

# **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

14

13

# **Activitat resolta**

#  **Exemple de com treballar de manera pràctica la proporcionalitat amb triangles semblants**

# **Hem de trobar les mides que apareixen en lletres, x i y, del triangle següent:**

#  **C**

#

#   **10cm 32cm**

#  **C’**

*y*

#

#  **6cm**

#  **A** x **B**’ **15cm**  **B**

# **1r dibuixem els dos triangles semblants, petit i gran per separat.**

# **2n escrivim les dades als dos triangles amb cura.**

#  **C**

#  **C’ 16cm 32cm**

*y*

#  **6cm**

#  **A** **x** **B’**  **A** **x+15cm B**

# **3r escrivim les proporcions de la manera més senzilla i seguint la pauta següent:**

# **Costat del triangle gran AB és al costat homòleg del triangle petit AB’, com costat del triangle gran BC és al costat homòleg del triangle petit B’C’, com costat del triangle gran CA és al costat homòleg del triangle petit C’A’, igual a la raó de semblança r1**

# $\frac{AB}{AB^{' }} = \frac{BC}{B^{'}C^{' }} = \frac{CA}{C^{'}A^{ }} = $**r1** $\frac{(x+15)}{x} = \frac{32}{y} = \frac{16}{6} =\frac{8}{3}$

# **També podríem haver escrit les proporcions següents:**

# $\frac{AC^{' }}{AB^{' }} = \frac{C^{' }C}{B^{'}B} = \frac{AC}{AB^{ }} =$ **r2** $\frac{6}{x} = \frac{10}{15} = \frac{16}{(x+15)} =\frac{2}{3}$

# **Fixa’t que les raons de semblança són diferents**

# **4t calculem les dades que ens demana**

# $ \frac{32}{y} = \frac{8}{3} \rightarrow $$y=12$$\frac{6}{x} = \frac{2}{3} \rightarrow x= 9$

# x **mesura 9cm i y mesura 12cm**

***La raó de semblança o de proporcionalitat***

# **Quan escrivim les proporcions hem de seguir un criteri clar perquè hauràs observat que segons com ho fem obtenim diferents raons de semblança o de proporcionalitat.**

# **Quina relació hi ha entre el perímetre d’un triangle i la raó de proporcionalitat?**

# **És la mateixa, r.**

# **En canvi la raó de proporcionalitat pel que fa a les àrees és diferent,**

# **NO és la mateixa. És r2.**

# **Fixa’t en l’exemple:**

# **Tenim dos triangles isòsceles semblants de raó 2, la qual cosa vol dir que un dels triangles és el doble de gran que l’altre.**

#

#  **13cm 13cm**

#

#  **26cm 26cm**

#  **10cm**

# **20cm**

# **Proporcions dels costats i del perímetre** $\frac{26}{13} = \frac{20}{10} = \frac{26}{13} =\frac{(26+26+20)}{(13+13+10)}=2\rightarrow $ **raó**

# **Ara per Pitàgores calculem l’altura de cada triangle per poder calcular llurs àrees:**

# **Altura triangle gran és 24cm** (com la raó és 2)  **l’altura del triangle petit és 12cm**

# **Àrea triangle gran = 240cm2 Àrea triangle petit = 60cm2**

# **Proporcions de les àrees** $\frac{240cm^{2}}{60cm^{2}} = 4\rightarrow $ **raó2 és a dir, 22 = 4**

# **Activitat per reflexionar**

# **De Tot el que has après fins ara creus que es pot aplicar a qualsevol polígon?**

# **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

# **Tots els polígons regulars són semblants?**

# **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

# **Tots els polígons que tenen els angles iguals són semblants?**

# **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

Activitats per practicar

1. ***Divideix un segment qualsevol en 4 parts iguals utilitzant el teorema de Tales. Sabries fer-ho per un altre procediment exacte?***
2. ***Divideix un segment qualsevol, sense mesurar-lo, en 3 parts proporcionals a 2, 3, 5 utilitzant el teorema de Tales.***
3. ***D’aquestes parelles de triangles en coneixem els costats, digues quins són semblants i quins no ho són.***

***En cas afirmatiu indica quina és la raó de semblança:***

 ***SÍ/NO raó***

***a) 40, 30, 50 120, 90, 150 ............ .......***

***b) 7, 7, 7 20, 20, 20 ............ .......***

***c) 50, 60, 70 6, 7, 8 ............ .......***

***d) 10, 5, 15 6, 3, 9 ............ .......***

***e) 40, 60, 70 6, 9, 10 ............ .......***

***f) 3, 9, 3 20, 40, 20 ............ .......***

***g) 60, 30, 60 2, 4, 2 ............ .......***

1. ***Les parelles de triangles següents són semblants. Determina el cada cas la raó de semblança i els valors desconeguts:***

***a) 2, 4, 5 4, x, 10 x= raó=***

***b) 5, 8, 10 150, x, y x= y= raó=***

***c) 30, 40, 50 x, 10, y x= y= raó=***

1. ***Les parelles de triangles següents són semblants. Determina en cada cas la raó de semblança i els valors desconeguts:***

******

 ***x= y= raó= x= y= raó=***

******

***x= y= raó= x= y= raó=***

******

***x= y= raó= figura de dalt x= y= raó=***

***x= y= raó= figura de sota x= y= raó=***

1. ***Les parelles de triangles següents són semblants. Determina en cada cas els valors desconeguts.***

***a) 45º, 90º, xº xº= 45º, yº, zº yº= zº=***

***b) 35º, 65º, xº xº= yº, 65º, zº yº= zº=***

***c) 35º, 45º, xº xº= aº, bº, cº aº= bº= cº=***

***d) xº, 35º, yº xº= yº= 105º, aº, bº aº= bº=***

1. ***Una persona mesura 1,75 m en el mateix instant que la mesura de la seva ombra és 1m, l’ombra d’un edifici mesura 25 m. Calcula l’altura de l’edifici.***
2. ***Un rectangle té una diagonal de 75 m. Calcula les seves dimensions sabent que és semblant a un altre rectangle de costats 36 m i 48 m.***
3. ***La raó de semblança de dues figures és 6. Quina és la relació de les seves àrees? Si la menuda mesura 10 cm2 quina és l’àrea de la gran?***
4. ***L’àrea d’un quadrat és 81 cm2 . Calcula la longitud d’un altre quadrat sabent que és més gran i la seva raó de semblança és 5.***
5. ***Una escultura de 100 cm d’alçada pesa 2500 gr. Quant pesarà una reproducció seva del mateix material i de 220 cm d’alçada?***
6. ***Una mànega de jardí té un radi de 1’2 cm. Volem comprar-ne una altra que tiri el doble d’aigua. Calcula el radi que ha de tenir.***
7. ***L’àrea de dos cercles és 25m2 i 50m2 . Quina és la seva raó de semblança?***
8. ***Si volem dibuixar una circumferència de longitud 4 vegades més gran que una circumferència de radi 3 cm quin radi ha de tenir?***
9. ***Si volem dibuixar un cercle d’àrea 5 vegades més gran que un cercle de radi 7 cm, quin radi ha de tenir? Quina serà la seva longitud? Quina serà la seva àrea?***

***Plànols, mapes i maquetes***

***Els plànols i mapes són figures semblants a la projecció de l’objecte real sobre el plànol (o mapa).***

***S’anomena escala a la raó de semblança entre les figures del plànol (o mapa) i la realitat.***

***Es representa de la forma 1:r***

 ***El seu significat és: 1 unitat del plànol correspon a r unitats de la realitat.***

***Les maquetes són construccions de cossos semblants a cossos de la realitat. Les construccions també es fan mitjançant una escala.***

Activitats per practicar

1. ***Un plànol és fet a escala 1:10.000. En el plànol dos punts disten 4 cm. Quant disten en la realitat?***

***Si en la realitat dos punts disten 3500 m quant disten en el plànol?***

1. ***Un xalet té forma rectangular (15 m de longitud i 10 d'amplada). Fem un altre xalet semblant que tingui 15 m d'amplada.***

***Quina és la seva raó de semblança?***

***Quina àrea té el segon xalet. En quina proporció es troben les àrees?***

1. ***Considera el plànol següent. Calcula l’àrea real de cada recinte (en lletres) i l’àrea total.***

#

1. ***Dos dipòsits són semblants i el menut té una superfície de 10m2 , quina és la superfície del gran?***
2. ***Si l’àrea de dos triangles equilàters és 5cm2 i 25cm2 respectivament, són semblants? Per què? En cas afirmatiu quina és la raó de semblança.***
3. ***Si l’àrea de dos pentàgons regulars és 10cm2 i 250cm2 respectivament, són semblants?. Per què? En cas afirmatiu calcula la raó de semblança.***