



CRITERIS DE DIVISIBILITAT

Un nombre és divisible per 2 si acaba en 0 o parell (2,4,6,8).

Ex: 10, 24, 62, 5.256, 90.070, ...

Un nombre és divisible per 3 si la suma de les seves xifres fa 3, 6, 9 (o múltiple de tres).

Ex: 21, 612, 1.359 ($1+3+5+9=18=1+8=9$), ...

Un nombre és divisible per 5 si acaba en 0 o 5.

EX: 30, 555, 660, 89.995, ...

Un nombre és divisible per 6 si ho és a la vegada de 2 i 3.

Ex: 672 (acaba en parell i $6+7+2=15=1+5=6$), ...

Un nombre és divisible per 9 si la suma de les seves xifres dóna 9 (o múltiple de 9).

Ex: 79.443 ($7+9+4+4+3=27=2+7=9$), ...

Un nombre és divisible per 10 si acaba en 0.

Ex: 10, 700, 9.789.540, ...

Un nombre és divisible per 11 si la diferència entre la suma de les xifres d'ordre parell i senar és zero o múltiple d'11.

Ex: $6.798 ((6+9)-(7+8)) = 15-15 = 0 , ...$

DIVISORS D'UN NÚMERO

Per cercar els divisors d'un número es divideix aquest número per 1, 2, ... fins que el quocient sigui igual o més petit que el divisor.

- De les divisions exactes s'agafen els divisors i els quocients.
- El primer divisor de tots el n° és l'1 i l'últim el mateix número.
- Per saber si un n° és divisor d'un altre a l'efectuar la divisió ha de ser exacta.
- Ex: $D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ $D(15) = \{1, 3, 5, 15\}$

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 12} \\ 02 \quad 12 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \overline{) 2} \\ 0 \quad 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \overline{) 3} \\ 0 \quad 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \overline{) 4} \\ 0 \quad 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \overline{) 1} \\ 05 \quad 15 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \overline{) 2} \\ 1 \quad 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \overline{) 3} \\ 0 \quad 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \overline{) 4} \\ 3 \quad 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \overline{) 5} \\ 0 \quad 5 \end{array}$$

MÚLTIPLES D'UN NÚMERO

- Per cercar els múltiples d'un número es va multiplicant aquest n° per 0, 1, 2, ... Els múltiples són indefinits.
- El 0 és múltiple de tots els números.
- Tot n° és múltiple de si mateix.
- Un n° és múltiple d'un altre si a l'efectuar la divisió, aquesta és exacta.
- Ex: $M(3) = \{0, 3, 6, 9, 12, \dots\}$

Garbell d'Eratóstenes. Nombres primers

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Tots els nombres que es troben en les caselles acolorides són nombres primers.

Múltiples d'un nombre

6 és múltiple de 2 perquè $2 \cdot 3 = 6$

24 és múltiple de 8 perquè $8 \cdot 3 = 24$

IDEA: un nombre és múltiple d'un altre si està a la seva taula de multiplicar

1. Troba tres múltiples de cadascun dels nombres següents i raona la resposta:
2, 4, 5, 7, 25, 40.

2. Escriu els tres múltiples més petits de cadascun d'aquests nombres, i raona la resposta:
8, 12, 9, 24, 11, 20.

3. En les llistes següents encercla els nombres que siguin múltiples dels que estan situats a l'esquerra:

14 →	2	28	10	56	140	7	42	14
9 →1	90	54	63	9	45	30	3	
25 →	1	5	15	25	45	75	50	100
8 →2	4	6	8	10	16	80	1	
7 →3	21	14	6	7	2	8	1	

4. Escriu vuit múltiples de 2 que siguin més grans que 13 i més petits que 30.

5. Escriu amb xifres i subratlla els nombres que no siguin múltiples de 2:

Mil set-cents vint-i-dos, Tres-cents tres, Vuit-cents quaranta-quatre, Tres milions dos, Sis-cents mil, Trenta-cinc mil u

Divisors d'un nombre

7 és divisor de 21 perquè $21 : 7 = 3$

4 és divisor de 36 perquè $36 : 4 = 9$

3 NO és divisor de 8 perquè $8 : 3$ la divisió **NO** és exacta

Idea: Un nombre és divisor d'un altre si per dividir-lo de forma exacta

6. **Escriu tres divisors de cadascun dels nombres següents, i escriu perquè són divisors:**
12, 16, 20, 15, 25, 26

7. **Escriu els tres divisors més petits de cadascun d'aquests nombres, i escriu perquè són divisors:**
36, 18, 140, 24, 50, 75

8. **En les llistes següents encercla els nombres que siguin divisors dels que estan situats a l'esquerra, i escriu perquè són divisors:**

14 →	2	28	10	56	140	7	42	14
9 →	1	90	54	63	9	45	30	3
25 →	1	5	15	25	45	75	50	100
8 →	2	4	6	8	10	16	80	1
7 →	3	21	14	6	7	2	8	1

criteris de divisibilitat

9. **Completa utilitzant els criteris de divisibilitat:**

És divisible per	2	3	5	10	11
12					
45					
77					
150					
243					
770					
840					

10. Escriu quatre nombres de tres xifres que siguin divisibles:

- a) **Per 2 :**
- b) **Per 3 :**
- c) **Per 5 :**
- d) **Per 9:**
- e) **Per 10:**
- f) **Per 11:**
- g) **Per 6:**
- h) **Per 15:**
- i) **Per 13:**

11. Completa la xifra (o xifres) que falten per a que el número...

- a) **26__** → sigui múltiple de 3.
- b) **34__** → sigui múltiple de 2 i de 5.
- c) **16__** → sigui múltiple de 3 i de 5.
- d) **73__** → sigui múltiple de 2 i de 3.
- e) **150__7** → sigui múltiple d'11.

Nombres primers i nombres compostos

♦ **Nombre primer:** és aquell nombre que només té dos divisors, ell mateix i la unitat.

♦ **Nombre compost:** és aquell nombre que té més de dos divisors.

Divisors de 5 = 1 i 5

5 és un nombre primer.

Divisors de 8 = 1, 2, 4 i 8

8 és un nombre compost.

12. Classifica el següents números en primers i compostos.

37 - 87 - 63 - 51 - 29 - 93 - 57 - 139 - 143 - 49

Nombres primers: _____

Nombres compostos: _____

13. Escriu tots els nombres primers compresos entre l'u i el cinquanta.

Descomposició d'un nombre en factors primers

DESCOMPENDRE UN NOMBRE EN FACTORS PRIMERS

- ♦ Ja sabem que els nombres primers són: 2, 3, 5, 7, 11, 13...
- ♦ Tots els nombres compostos els podem expressar com un producte d'altres que siguin primers, i expressar-ne els divisors mitjançant la combinació d'aquests nombres, que anomenem **factores primers**.
- ♦ Per fer la descomposició seguim aquests passos.
1r Intentar dividir el nombre entre 2, tantes vegades com es pugui.
2n Després, intentar també dividir el nombre restant entre 3, tantes vegades com es pugui.
3r Seguir provant de dividir el nombre restant entre 5, 7, 11... tantes vegades com es pugui, fins a obtenir com a quocient 1.
4t Expressar el nombre com un producte de potències de factors primers.

EXEMPLE

Fes la descomposició en producte de factors primers del nombre 60.

En la pràctica ho fem així:

Linia que actua com a «finestra» de divisió

60		2
30		2
15		3
5		5
1		

i ho expressem: $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

Si recordem les potències, quedaria:

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

60 queda, així, expressat com un producte de factors primers.

14. Descompon en factors primers els següents números i expressa'ls com a producte de factors.

- a) 240 b) 300 c) 165 d) 735 e) 792 f) 64 g) 162 h) 250

15. Relaciona cada nombre amb la seva descomposició:

Escriu la lletra de la 2a columna

1. 36 ___
2. 48 ___
3. 21 ___
4. 26 ___
5. 64 ___
6. 45 ___
7. 12 ___
8. 150 ___
9. 225 ___

- a) $2 \cdot 13$
b) $2^4 \cdot 3$
c) $2^2 \cdot 3^2$
d) $3^2 \cdot 5$
e) $3 \cdot 7$
f) 2^6
g) $2 \cdot 3 \cdot 5^2$
h) $3^2 \cdot 5^2$
i) $2^2 \cdot 3$

16. A quin número corresponen les descomposicions factorials següents?

- a) $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$ b) $7 \cdot 3^3 \cdot 2^2$ c) $5^3 \cdot 11$ d) $2^4 \cdot 3^2$ e) $3^2 \cdot 2^3 \cdot 5$

Màxim Comú Divisor i Mínim Comú Múltiple

DIVISORS COMUNS A DIVERSOS NOMBRES. MÀXIM COMÚ DIVISOR (m.c.d.)

En Lluís té 12 trens de plàstic i en Pere, 18 avions. Volen fer grups amb el mateix nombre de vehicles en cadascun. Quin serà el grup més gran i que té el mateix nombre de totes dues joguines?

- Calculem els divisors de tots dos nombres:
 - Divisors de 12 = {1, 2, 3, 4, 6, 12} En Joan pot fer grups iguals d'1, 2, 3, 4, 6 i 12 trens.
 - Divisors de 18 = {1, 2, 3, 6, 9, 18} En Pere pot fer grups iguals d'1, 2, 3, 6, 9 i 18 avions.
- 1, 2, 3 i 6 són divisors comuns de 12 i 18.
- 6 és el divisor més gran (màxim) de 12 i 18 i és comú a tots dos nombres.
- 6 és el màxim comú divisor de 12 i 18 i l'expressem així: m.c.d. (12 i 18) = 6.

El grup més gran i amb el mateix nombre de joguines dels dos tipus estarà format per 6 trens i 6 avions.

MÈTODE PER CALCULAR EL MÀXIM COMÚ DIVISOR

Fins ara, el procés seguit per calcular el m.c.d. és adequat per a nombres senzills. Estudiarem un mètode més directe i per a nombres de qualsevol mida. Seguirem aquests passos.

- 1r Descompondrem els nombres en factors primers.
- 2n Expressarem els nombres com un producte de factors primers.
- 3r Escollirem en tots dos nombres els **factors** que siguin **comuns** i que tinguin l'**exponent més petit**.
- 4t El producte d'aquests factors és el m.c.d.

EXEMPLE

Calcula el m.c.d. de 24 i 36.

1r	24	2	36	2	2n	$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$	3r	Factors comuns: 2 i 3
	12	2	18	2		$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$		Amb l'exponent més petit: 2^2 i 3^1
	6	2	9	3				
	3	3	3	3	4t	m.c.d. (24 i 36) = $2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$		
	1		1					

El Màxim Comú Divisor de dos o més nombres primers entre si SEMPRE ÉS LA UNITAT.

Exemple:

EL MCD (12, 13) és 1, perquè solament tenen en comú el nombre 1 com a divisor comú.

El Màxim Comú Divisor de dos nombres que són divisor i múltiple respectivament, SEMPRE ÉS EL DIVISOR, el més petit.

Exemple: *EL MCD (12, 6) és 6, perquè el nombre 6 és el divisor més gran de 6 i 12.*

MÚLTIPLES COMUNS A DIVERSOS NOMBRES. MÍNIM COMÚ MÚLTIPLE (m.c.m.)

L'Anna va a nedar al poliesportiu cada 3 dies i l'Eva, cada 4. Cada quant temps coincidiran en el poliesportiu?

- ♦ L'Anna hi va els dies 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27... → Són els múltiples de 3.
- ♦ L'Eva hi va els dies 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32... → Són els múltiples de 4.
- ♦ 12, 24... són els múltiples comuns de 3 i 4.
- ♦ 12 és el múltiple més petit (mínim) de 3 i 4 i és comú a tots dos nombres.
- ♦ 12 és el mínim comú múltiple de 3 i 4 i ho expressem així: m.c.m. (3 i 4) = 12.

L'Anna i l'Eva coincidiran en el poliesportiu cada 12 dies.

MÈTODE PER AL CÀLCUL DEL MÍNIM COMÚ MÚLTIPLE

Fins ara el procés utilitzat per calcular el m.c.m. és adequat per als nombres senzills. Estudiarem un mètode més directe i per a nombres de mida més gran.

- 1r Descompondrem els nombres en factors primers.
- 2n Expressarem els nombres com un producte de factors primers.
- 3r Escollirem en tots dos nombres els **factors** que siguin **comuns i no comuns** i que tinguin l'**exponent més gran**.
- 4t El producte d'aquests dos factors és el m.c.m.

EXEMPLE

Calcula el m.c.m. de 12 i 60.

1r	12		2	60		2	2n	$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$	3r	Factors comuns: 2 i 3
	6		2	30		2		$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 =$		Factors no comuns: 5
	3		3	15		3		$= 2^2 \cdot 3 \cdot 5$		Amb l'exponent més gran: $2^2 \cdot 3 \cdot 5$
	1			5		5	4t	m.c.m. (12 i 60) = $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$		
				1						

El Mínim Comú Múltiple de dos o més nombres primers entre si, SEMPRE ÉS EL PRODUCTE DELS NOMBRES DONATS.

Exemple:

EL MCM (12, 13) és 156, perquè solament tenen en comú el nombre 1 com a divisor comú.

El Mínim Comú Múltiple de dos nombres on un d'ells és divisor de l'altre (múltiple), SEMPRE ÉS EL MÚLTIPLE (el més GRAN).

Exemple:

EL MCM (12, 6) és 12, perquè el nombre 12 és MÚLTIPLE de 6 i de 12.

PROPIETAT DEL M.C.D. I DEL M.C.M.

El producte del MCD i del MCM de dos nombres = El producte dels nombres

$$\text{MCD}(a, b) \cdot \text{MCM}(a, b) = a \cdot b$$

17. Calcula el M.C.M. i el M.C.D. d'aquests nombres.

- a) 32 i 40
- b) 128 i 160
- c) 180 i 450
- d) 28, 42 i 70
- e) 18, 60 i 80

18. Completa:

- a) El M.C.M. (15 i 4) és ...
- b) El M.C.D. (15 i 17) és ...
- c) Si descomponen en factors primers els nombres 15 i 16, quins factors tenen en comú? _____
Podem dir que 15 i 16 són _____
- d) El M.C.M. (60 i 30) és _____
- e) El M.C.D. (18 i 9) és _____

19. El M.C.M. de dos nombres és 90 i el M.C.D. és 3. Un d'ells és el 18. Quin és l'altre número?

Recorda que has de seguir l'esquema que hi ha al dreta per resoldre els problemes .

Dades o D Estratègia (plantejament, resolució) o P-R Operacions o Op

Demanen o ?

RESPOSTA o R: _____

20. **En Josep fa una col·lecció de cromos que es venen en sobres de 5 cromos cadascun. Pot comprar 15 cromos? I 17? Raona les respostes.**
21. **En Lluís ha d'enganxar les 49 fotos de les vacances en fileres de 3 fotos cadascuna. Quantes fileres senceres li sortiran? Li sobrarà alguna fotografia? Raona la resposta.**
22. **En Cesc té 20 plaques de fusta i n'ha de fer piles amb el mateix nombre de plaques cadascuna. Quantes plaques pot posar en cada pila de manera que no en sobri cap?**
23. **Volem dividir una nau rectangular de 140m d'ample i 200m de llarg en compartiments quadrats que tinguin la màxima superfície possible. Quant ha de fer el costat de cada compartiment?**
24. **En Lluís té 40 segells d'Europa i 56 d'Àsia, i vol fer el mínim nombre possible de lots iguals, sense barrejar segells d'Europa i Àsia i sense que n'hi sobri cap. Quants en podrà fer? Quants segells tindrà cada lot?**
25. **La Maria i en Joan fan torns per anar a veure els seus pares. La Maria hi va cada 5 dies i en Joan cada 6. Tenint en compte que van coincidir la nit de Nadal,**
 - a) **Quan tornaran a coincidir?**
 - b) **Quantes visites hauran de fer cadascun d'ells individualment a casa els pares fins que tornin a coincidir?**
26. **L'Andreu té una col·lecció de monedes que pot agrupar de 6 en 6, de 8 en 8 o de 10 en 10 sense que en sobri cap. Quin és el nombre de monedes més petit que pot tenir?**
27. **Disposem de dos llistons de fusta, una de 12m de llarg i l'altre de 10m. Volem tallar els llistons de manera que els trossos obtinguts de cadascun siguin iguals i el més llarg possible. Quina serà la mida dels trossos?**
28. **Un helicòpter trasllada queviures a un refugi de muntanya cada 10 dies, i un altre ho fa cada 8 dies. Si tots dos helicòpters han coincidit avui, quants dies trigaran a tornar a coincidir?**