

F. GRAELL I DENIEL

**UNA APROXIMACIÓ A LA FORÇA
ESCRITS DE FILOSOFIA DE LA CIÈNCIA**

QUADERNS DE FILOSOFIA

F. GRAELL I DENIEL

**UNA APROXIMACIÓ A LA FORÇA
ESCRITS DE FILOSOFIA DE LA CIÈNCIA**

41

QUADERNS DE FILOSOFIA

Barcelona 2025

3ª edició abril 2025 [2ª edició juny 2019
1ª edició maig 2015]

© F.Graell i Deniel
ISBN: 978-84-943607-0-1

www.quadernsdefilosofia.cat
www.xtec.cat/~fgraell
www.dossier.graell

E-mail : fgraell@xtec.cat

El web permet de baixar la còpia d'un qualsevol quadern editat.
Podeu fer ús de l'adreça electrònica per a qualsevol correspondència amb
Quaderns de Filosofia.

Es prega de tenir en compte sempre de consultar si hi ha una nova edició
(que inclou canvis de vegades prou rellevants) en el web esmentat.

CONTINGUT

Pròlegs, 6.

Presentació, 8.

I. UN ESBÓS PRELIMINAR.

§1. La idealització en cinemàtica, 9.

§2. Un tot que inclou pensament quantitatiu, 10.

§3. La cinemàtica com a estudi teòric, 11.

II. QUÈ ÉS UNA FORÇA.

§1. La força: hi ha cos, 12.

§2. El caràcter ideal del cos o massa, 13.

§3. El centre de masses, 15.

§4. La força: la segona llei de Newton, 16.

§5. La força: unificació i esquematisme, 21.

§6. La força: la primera llei del moviment, 22.

§7. La força: la tercera llei del moviment, 24.

§8. Nota sobre la força inercial i la quantitat de moviment, 28.

ANNEX 1. DUHEM I EL PRINCIPI DE LA INÈRCIA, 28.

ANNEX 2. EL PRINCIPI D'ACCIÓ I REACCIÓ I EL CONCEPTE DE MASSA, 31.

III. LA COMPOSICIÓ I DESCOMPOSICIÓ DE FORCES.

§1. El paral·lelogram de forces i l'estàtica prenewtoniana, 38.

§2. El paral·lelogram de forces. Composició i descomposició, 44

§3. L'equilibri de forces, 50.

§4. Els problemes físics dels manuals, 51.

IV. LA FORÇA VISTA EN CONJUNT, 53.

Pròleg a la segona edició

El nou lliurament afegeix una secció a propòsit del paper de l'estàtica prenewtoniana en la composició i descomposició de forces, cosa que ha permès fer un cop d'ull al conjunt de l'escrit, que ha dut a una correcció en profunditat de tot el treball.

S'ha introduït nombrosos canvis arreu i s'ha alterat molt els paràgrafs a propòsit de la composició i la descomposició, de tal manera que s'ha tendit a lliurar-ne una interpretació unitària; de fet s'ha col·locat també dins d'un mateix epígraf la composició i la descomposició per tal de reblar llur complementarietat, mentre s'ha deixat sol l'equilibri de forces.

Amb això sembla que ens encaminem a resoldre el fet sorprenent que la força newtoniana treballés com una quantitat que s'introduïa àgilment en tots els problemes i càlculs, com si una cosa pensada des de la segona llei del moviment s'apliqués amb totes les comoditats a un equilibri en una balança, per exemple, i que hom ho aplaudís sense objeccions. En efecte el camí que mena des de la mecànica prenewtoniana al nostre autor porta precisament a esvair aquella sorpresa.

El replantejament de tot l'apartat a propòsit de la composició i la descomposició ha fet també precisar millor el mateix concepte de força. Aquí s'hi insisteix que els gràfics dels *Principia* exemplaritzen ben bé que es té en compte el cos i el que còmodament anomenem acceleració. Però una tal comoditat pot impedir de comprendre els gràfics que usa el nostre autor, i, gosem suggerir-ho, l'eficàcia de la mateixa noció de força.

Perquè l'acceleració comporta un increment o una minva immediats de velocitat instantània, a comprendre com a velocitat mitjana uniforme, és així com se la presenta en els *Principia*, es fa comprensible quan s'hi estudia la composició o la descomposició, o les mateixes lleis de la mecànica. És així també com s'assumeix amb tota precisió què és la força: el fet que un cos incrementi o minvi immediatament la velocitat instantània (mitjana uniforme).

Preferim doncs no fer massa ús del mot «acceleració»: la nostra tasca rau a comprendre, àdhuc a arriscar-nos a expressions no habituals.

Ha calgut refer per tant, i de retop, el que s'hi mantenia a les altres seccions, de manera que s'ha hagut de reescriure una colla de paràgrafs al llarg de tot l'escrit.

En resum: és admirable com s'hi fa present la necessitat de correcció d'un treball a partir d'afers que hi tenen poc a veure. Perquè l'apunt a propòsit de la mecànica prenewtoniana, que es volia reivindicar com a suport del convenciment del paral·lelogram de forces, esdevingué de fet el camí que ha dut a haver de retocar del tot la nostra interpretació, de manera que, una vegada més, es descobreix l'originalitat del treball newtonià.

Pròleg a la tercera edició

L'edició accentua que la força newtoniana es mou a un nivell teòric, per tant que cal distingir entre l'esdeveniment natural i la seva comprensió conceptual. S'ha procurat de simplificar més l'explicació de la composició i de la descomposició de forces, de manera que se les interpreta simplement com a maneres diferents de tenir accés a un únic afer. I s'hi troba d'altres petites modificacions. Deixem llur avaluació al lector.

PRESENTACIÓ

La força, tal i com l'estudià Newton, deu ser una de les nocions més rellevants de la física pel fet que se la deu trobar arreu de les seves branques, i perquè es manté com a punt de referència en la comprensió de molts fenòmens naturals.

El quadern persegueix la seva consideració a fi de posar en relleu com s'hi troben compromesos els afers i els esdeveniments concebuts per la força. Certament caldrà alguna remissió a treballs ja efectuats: tanmateix aquí es ressegueix passa a passa les seves facetes, complementàries les unes de les altres.

En efecte les qüestions a propòsit seu s'agombolen: en agafar com a punt de partida una idea nítida de la força, el seu contrast amb els fenòmens naturals provoca fàcilment que un mateix, estranyat del conjunt, es preguntí per allò que es compta en l'esdeveniment; que s'interrogui on és pròpiament la força aquí, com apareix, amb l'afegit que les forces ho fan en els processos gravitacionals, en els mecànics, en els elèctrics, etcètera.

Ens deixarem admirar per la precisió que encalça una manifestació natural a través d'una molt circumspecta mirada gràcies a la quantificació. Però són molts els aspectes que necessiten també d'un punt d'atenció: per exemple, l'equilibri de cossos sembla un afer prou suggerent quan s'hi mantenen pesos (si fos el cas) sense que hi hagi efectes. En conjunt la composició i la descomposició exigeixen una explicació que vagi més enllà d'una automàtica resultant com si fos quelcom obvi.

La força i les seves nombroses facetes desvetllen l'interès de l'individu curiós, i el que s'indica aquí cerca el marc on es troba.

El repte del treball rau doncs a tafanejar allò que en digué Newton, i a procurar de comprendre-ho a partir d'allò que hi ajudi.

I

UN ESBÓS PRELIMINAR

La dinàmica pressuposa la cinemàtica, hi ha una colla de trets comuns a l'una i a l'altra: val la pena de remetre a allò ja tractat en l'estudi corresponent¹, i circumscriure'ns aquí sols a esmentar-ho.

§1. La idealització en cinemàtica.

Car fóra bo de recordar aquelles indicacions i de perllongar-les amb d'altres. Per exemple, amb el fet que, quan s'estudia un moviment, la geometrització i, en conjunt, la idealització, hi ajuden en diferents sentits. Sens dubte la noció de moviment és adquirida, i n'hi ha de tota mena; històricament s'ha pensat des de formes molt idealitzades que fan abstracció de les dimensions dels cossos que es mouen precisament per a provar-ne una aproximació.

Es tracta que es pensa preferentment quelcom a patir d'això. Si la noció d'un moviment uniforme està suggerida pel vol plàcid d'una au, àdhuc – com Galileu – per consideracions derivades de la caiguda i l'ascensió de boles per plans inclinats, i fins i tot per la certesa que el temps transcorre amb regularitat, la fixació d'un moviment uniforme (amb la seva idealització) palesa quelcom valuós, i profitós per a l'encalç d'altres moviments.

El moviment uniforme és natural en una accepció, i no ho és en una accepció propera: basta que s'insisteixi en allò que ho suggereix o en allò que el fa quelcom simplificat ideal.

Per tant hi ha arreu una idealització amb trets geometritzants i quantitatius, de tal manera que hi ha un tot que hom se l'afigura o simplement el rumia.

El moviment uniformement accelerat respon així mateix a la necessitat de treballar amb moviments cada vegada més veloços o més lents, i la quotidianitat en podria suggerir alguns.

¹ Cf. *El temps i el moviment elemental* QF6 i *A propòsit de la cinemàtica. Escrits de filosofia de la ciència* QF38.

La composició de moviments fou la solució si mes no per a algunes experiències comunes (el llançament de fletxes, de bales de canó), amb l'afegit obvi que ha calgut anar provant com fer-ho. Car hi ha més dificultat en la mesura que allò a estudiar convida menys a un específic tractament, o es lliura menys propens a fer fàcil com comprendre'l.

I la cinemàtica aprèn de si mateixa l'estudi del que es vulgui plantejar pel fet que n'està segura, de si mateixa.

§2. Un tot que inclou pensament quantitatiu.

1. El coneixement cinemàtic inclou les condicions de les observacions, d'ampliar-ho representativament, de cercar trets ideals; i s'hi troba moviment, temps, acceleració, etc., afers que poden quantificar-se. La cinemàtica es una disciplina que parla del moviment i considera quantitats.

L'afer esdevé molt important perquè hi ha un ús universal de la quantificació, i fora ben cega sense considerar-hi, en la mateixa quantificació, els moviments i el temps pur. Quan s'estableix una velocitat mitjana se suposa un compte tant per al recorregut com per al temps.

2. La importància de la quantificació és capital. Ho era en Arquímedes i Ptolemeu (i molts d'altres) i ho és des de Galileu. No hi ha cap altra manera més eficaç per a cenyir les relacions d'uns afers amb d'altres (un recorregut amb un altre, una velocitat amb una altra).

S'ofereix com la manera útil de manipular els esdeveniments mentre se sap què passa (hi ha una comprensió quantitativa). Se ceneix així la noció de moviment (amb velocitat) uniforme, es pot pensar en un moviment amb una velocitat instantània mentre s'és capaç de seguir un descabdellament de les relacions de quantitats fins arribar al límit.

La quantificació representa el company inseparable del teòric. Al cap i a la fi sols hi ha un coneixement precís per l'estudi quantitatiu: hom s'acara als esdeveniments naturals i pot comparar allò que ocorre amb allò que hi estudia perquè n'hi ha una previsió més o menys

exacta des del conjunt des d'on s'ha plantejat l'afer. Galileu sabia per observació que els cossos baixen per un pla inclinat segons un nombre d'espais proporcional al quadrat de temps: la cerca de com comprendre la velocitat d'un moviment d'aquestes característiques no hauria reeixit sense l'estudi corresponent.

3. La cinemàtica com a estudi teòric.

Els treballs esmentats dalt establiren la cinemàtica com a activitat *teòrica* que es mou a nivell ideal: ho era el moviment uniforme i l'uniformement accelerat, i alhora es distingia entre el temps físic del rellotge, i el temps pur, que és aquell que és un mer significat de moviment en general amb el corresponent adonament del temps. Aquest temps pur es cospa homogeni sempre igual, mer transcórrer o passar, precisament perquè suposa un concepte ideal de moviment.

L'aproximació a la cinemàtica la descobreix doncs com un exercici teòric precisament perquè no es mou a nivell dels esdeveniments naturals, àdhuc si aquests han estat l'ocasió de fomentar-los a tall de lloc d'inspiració.

La rellevància d'aquest fet rau en la possibilitat de perllongar el supòsit més enllà de la cinemàtica. D'aquí que en fem cabal en les pàgines que segueixen.

II

QUÈ ÉS UNA FORÇA

En principi les forces són esdeveniments que ocorren (els pesos cauen, les cordes es tiben, les boles xoquen, s'estira un cos, etc.).

En alguna accepció no hi ha cap novetat en la força. L'ésser humà ha experimentat sempre que els cossos cauen, que els xocs impulsen els obstacles, que hi ha tensions i resistències, ha dominat la palanca i les altres màquines, ha parlat de forces.

§1. La força: hi ha cos.

Es defensà en un altre lloc que és pel coneixement natural que hi ha notícia del cos, pres aquí en l'accepció d'allò que és consistent, que subsisteix, que forma part dels afers naturals i no se circumscriu a ser quelcom subjectiu (hi ha un dèbit). Se l'adjectiva de natural perquè se suposa que es troba en un tot que té un comportament propi més o menys reiteratiu. I es parla d'un cos material per allò de què consta («de què està fet quelcom?»): el marbre és la matèria de l'estàtua; i llavors es defensa que hi ha cossos materials i matèria².

L'aire de densitat doble, en un espai doble, és quàdruple en quantitat. La neu pot comprimir-se i en el mateix espai haver-n'hi més. La quantitat de cos o de massa no és primàriament un mer valor numèric relacional; més aviat reflecteix la certesa natural de la qual parla l'autor anglès: quan es condensa la neu, presscionada, n'hi ha més en el mateix espai – quan es va fent el buit l'aire es rarifica; en general hi ha més matèria quan hi ha més coses. L'experiència d'un món material deu tenir menys a veure amb cap concepció filosòfica, que amb el fet de reflectir la certesa quotidiana de les coses i dels esdeveniment reals.

En efecte la matèria respon a la pregunta “de què està feta alguna cosa”, per tant la resposta remet a un tot específic, o a les seves parts, i en conjunt qualsevol part és material (de quelcom específic), i això pot reiterar-se.

Quan Newton avisa que la quantitat de matèria, que és la massa o el cos, és una mesura que s'origina de la seva densitat i de la seva magnitud està

² Cf. *Anotacions marginals als Principia Mathematica de Newton* QF14.

dient potser que la massa depèn de la compressió o rarefacció. Llavors caldria abandonar la insistència d'haver-hi un error perquè la densitat pressuposa la massa.

Més endavant (*Annex 2*) repassarem una mica l'aproximació a la massa des de la tercera llei, en conjunt a propòsit d'un valor relacional. Basti ara la nota present.

Cabdalment es tractaria que Newton manté, amb tot el bon sentit, la subsistència de la quantitat de matèria mentre que d'altres anàlisis subestimarien la importància del fet que el saber pel qual es lliura l'afer físic s'ofereix com el més evident i la veritat més ben fundada.

En efecte el cos o la massa en física clàssica es comprèn perfectament pel fet que hom està en contacte amb una realitat material. És cert que, des del primer moment, es va definir com a quantitat de matèria, és a dir, es va defensar que allò que interessava no era el cos sols, sinó en la mesura que podria assumir una expressió quantitativa. Tanmateix no hi ha cap inconvenient quan es manté que, amb el quantitatiu, s'hi expressa el mateix ens natural³.

Els pressupòsits de la noció de cos o massa en física clàssica semblen doncs molt elementals, i pot semblar banal.

Sí, una quantificació fàcil es troba en el fets, per exemple, que en un volum doble d'aigua hi ha doble massa; o si es premsa la neu hi ha més massa en un lloc que en un altre amb neu no premsada, és a dir, més flonja, d'igual volum.

§2. El caràcter ideal del cos o massa.

1. Ocorre que la quantificació de la massa necessita en conjunt un marc més ampli i àgil; per exemple, aquell pel qual es conclou que la

³ No es deixi passar per alt que, en origen, els afers quantitatius són de les coses mateixes i els esdeveniment mateixos (una rosella, la forma d'aquesta capsa, etc.); l'autonomia de la quantificació va mantenint sempre alguna significació, per a l'ús de les formes, que és una resultant; i mai no caldria pensar aquesta significació quantitativa de les formes com a incompatible amb els afers naturals: aquella significació, no caldria concebre-la aliena a això.

relació de masses és com la de pesos, quan s'és sabedor que el pes no és quelcom que calgui incloure en la noció de massa.

L'esment que l'aparició conceptual de massa rebé una forta empenta a partir de l'observació que un mateix cos pot adquirir acceleracions diferents a través del pes sembla si més no molt suggerent. En efecte les observacions del pèndol hi menen. Tot això ho sap Johann Bernoulli. Huygens, sense tenir el concepte de massa, en treu conseqüències per als moviments dels astres, i és prou sabut que Newton palesà la proporcionalitat de pesos i de masses amb l'ús de materials varis i el pèndol.

Sigui com sigui l'afer mostra que entre l'experiència natural d'un cos i la seva concepció clàssica hi ha una continuïtat que exclou d'altres consideracions.

2. La mateixa proporcionalitat de pesos i masses, però, fa que aquesta última, gràcies a la raó de pesos, esdevingui una noció de cos (o massa) que s'allibera de ser neu o aire per tal d'assumir-se com una idealitat, la de ser cos, per tant quelcom que s'admet amb dimensions, material, i tot mantingut *a un nivell teòric* que permet geometrització i, en conjunt, quantificació, malgrat que ja no es troba a la mà per a enxampar-lo.

El cos o massa, expressat quantitativament en relació amb d'altres cossos, és quantitat de matèria. És clar que d'aquest matèria se'n sap tant com de la matèria primera d'Aristòtil: en els dos casos no és cap material particular, s'ofereix com a quelcom ideal o concebut (deixem estar ara l'afer aristotèlic del subjecte del canvi). Tanmateix la diferència entre la matèria de la massa i la d'Aristòtil rau que, si la primera està compromesa amb el moviment, que en principi li és extern, de fet s'ofereix tal qual en els processos naturals o, millor, se l'estima tal qual allí on hi ha cossos naturals particulars.

La matèria doncs esdevé una significació ideal que inclou volum i densitat. Suposa una quantitat i, discriminada conceptualment pel volum i la densitat, es parla de cos o massa.

Ahora es manté que, entre l'experiència natural d'un cos i la seva concepció clàssica, hi ha una continuïtat.

3. En general s'introdueix les precisions que calgui en la quantificació que hi ha en la massa segons marcs que acreixen la seva complexitat.

En una altra direcció, la quantificació inclosa en la massa s'ha de calcular d'acord amb la forma del cos, que pot demanar la cerca del seu volum a través d'un tractament quantificador complex analític, de manera que hi ha tot un procés que ha exigit un treball profús.

Tanmateix l'estudi del centre de masses – tot seguit se'n dirà quelcom més – i el centre de gravetat de tots els cossos no es fa sense que es pensi tota la cositat en un punt, i demana el càlcul infinitesimal. Hi ha per tant una activitat paulatinament complexa en el descabdellament de la massa, que es podria anar allargant. Ara basti doncs d'admetre que un cos o massa conté una manera idealitzada de mirar l'experiència natural, que abraça ja en això una visió quantitativa, i que el seu estudi no exclou un tractament analític. Malgrat tot l'expressió quantitativa de la massa no sembla tal qual un model.

§3. El centre de masses.

1. El centre de masses deu ser un, entre molts, dels capítols més reeixits de l'encert d'un ús quantificador en profit de permetre de facilitar els problemes, de manipular escaientment els cossos, d'unificar allò que és plural.

Car el centre de masses és aquell punt on es podria considerar concentrada tota la massa de tal manera que els efectes globals d'una força sobre seu, per exemple, equivaldrien a la suma dels efectes d'aquesta força sobre cadascuna de les parts. Es tracta d'una equivalència d'ordre numèric i geomètric, per tant d'una digressió d'ordre matemàtic.

En el cas (sempre ideal) d'un cos homogeni se'l pot cercar per simetria de les parts, quan és possible, o per parts. En molts més casos es tracta de trobar la resultant d'una suma, i llavors es prova d'integrar.

2. El centre de masses és una manera d'operar, una estratagema, si es vol. No és un model (malgrat que s'apliqui en models) perquè és un tractament: els models més aviat expliquen, conceben geomètricament, o estableixen esquemes formals arbitraris en el sentit que no són estratègies.

En conjunt el càlcul no és model per al coneixement natural, malgrat que una integral, per exemple, és un model en l'accepció que unes altres la poden tenir com un referent. Els models analítics ho són en l'ús intern de la quantificació, no de la realitat material.

El centre de masses és una conseqüència de la concepció ideal de la massa quan es prova, mantenint el mateix nivell, d'apropar-se a la massa conjunta a aplicar en un punt, àdhuc en supòsits d'un cos amb parts de diferent densitat.

§4. La força: la segona llei de Newton.

1. L'encert de circumscriure la força ha depès de saber què es fa, i de fer-ho amb rigor. La quantificació permet apropar-s'hi sense ambigüitats.

Les forces ocorren en els cossos naturals: car els objectes cauen, hi ha xocs, si hom es manté dins d'experiències fàcils; són quelcom que ocorre al cos que cau, que xoca. Les forces particulars suggereixen una noció de força, i és una *definició ideal*, la que Newton lliura a partir de les idealitats de moviment i de cos:

«Definició IV. *La força impresa és l'acció exercida en un cos per a canviar el seu estat de repòs o de moure's uniformement en línia recta.*

Aquesta força consisteix en l'acció sola, i no roman en el cos després de l'acció. Però el cos persevera en tot el seu nou estat per la sola força d'inèrcia. I la força impresa té diversos orígens, com són el xoc, la pressió, la força centrípeta».

2. Certament l'encert d'aquesta força no rau sols en la seva definició, sinó també en la quantificació que permet.

Per a seguir-ho considerem les paraules dels *Principia* a la segona llei:

«Llei II. El canvi de moviment és proporcional a la força motriu impresa, i es fa segons la línia recta en la qual aquella força s'aplica.

Quan alguna força genera qualsevol moviment, la doble generarà el doble, la triple el triple, sigui impresa tota i alhora o gradualment i successivament. I aquest moviment (perquè es determina sempre en la mateixa direcció que la força generativa), si el cos ja es movia abans, s'afegeix al seu moviment o al que s'avé, se sostreu al contrari, o s'agrega obliquament en l'oblic, i es compon amb aquest segons la determinació de cadascun».

La força motriu impresa és proporcional al canvi de moviment. Com diu, per exemple, la mateixa llei III a propòsit de l'acció i de la reacció:

«Si algun cos xoca amb un altre cos, el moviment d'aquest, per la força de l'altre, canviarà, i el primer alternativament suportarà també en el moviment propi el mateix canvi cap a la part contrària per la força del segon (si hi ha igualtat de pressions mútues). Aquestes accions iguals fan canvis, no de velocitats, sinó de moviments; això és, en cossos no destorbats per quelcom. Així els canvis de velocitats, fets respectivament cap a parts contràries, perquè el moviment canvia igual, són recíprocament proporcionals als cossos. Aquesta llei es manté també en les atraccions, com es provarà en el proper escoli».

A més la segona definició ens diu:

«Definició II. La quantitat de moviment és una mesura seva originada per la velocitat i la quantitat de matèria conjuntament.

El moviment del tot és la suma del moviment en cadascuna de les parts; per això en un cos doble més gran, amb igual velocitat, és doble; i amb velocitat doble, quàdruple».

És a dir, els moviments són proporcionals als cossos (a les masses) i a les velocitats. Els canvis de moviment poden dependre d'un canvi de massa i d'un canvi de velocitat.

Allò rellevant es troba en l'aproximació a la força a través d'una quantificació: el canvi de moviment.

3. Deu ser prou difícil de saber com arribà Newton a quantificar la força pel canvi de moviment.

Certament hagués estat impossible de fer-ho sense el domini del que és la velocitat instantània (qualcom que provenia de Galileu) i per tant d'una nova branca de les ciències formals.

I una velocitat instantània s'ha d'interpretar a tall d'una velocitat mitjana uniforme.

Ha de restar clar que la cinemàtica és un estudi *teòric* (tot ideal i pur), i que la noció força ho ha de prosseguir.

Els casos efectiu són útils per a confeccionar *la teoria de la força*, i en són una conseqüència, però de cap de les maneres no la podrien engendrar per si mateixos. Fan de motius, mentre que la teoria ha de ser descabdellada.

La circumstància que un cos aturat passés immediatament a una velocitat donada és allò que anomenem acceleració: en aquest cas la força seria proporcional al cos i a la velocitat engendrada.

Tot això és vàlid en el xoc de cossos, ja hem esmentat la tercera llei, i més endavant n'afegirem qualcom. Si més no els canvis en el moviment són immediats, i en aquest cas les variables immediates són les velocitats⁴.

Aquesta immediatesa en el canvi de velocitat, de moviment, i de força, ha de ser ara qualcom a remarcar. Perquè en tots els casos implica un guany o una pèrdua immediats d'una velocitat instantània.

⁴ En tot això, s'hi agombolen afers diversos: (1) una velocitat instantània s'ha d'interpretar com una velocitat mitjana uniforme. (2) Un cos que surt del repòs, o un cos abans i després d'un xoc, té una velocitat instantània inicial i una final. (3) Per què es considera el canvi de velocitat respecte del temps? Doncs perquè la velocitat en depèn, i cal assumir (des de Galileu) l'homogeneïtat de relacions (dels espais respecte del temps, de la modificació d'aquesta relació respecte del temps). (4) En el cas dels xocs entre cossos Newton no fa cabal del temps, sinó de les modificacions absolutes de la velocitat instantània. (5) Quan s'expressa formalment $\left(\frac{(v+\Delta v)-v}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{\Delta t}\right)$, el límit es pensa com una modificació mitjana uniforme de la velocitat, que és el que és l'acceleració instantània (és el que Newton lliura com les quantitats de modificació de la velocitat en els xocs).

En efecte la força motriu impresa depèn del canvi de moviment, per tant del cos i del canvi (immediat) de velocitat, per tant del guany o de la pèrdua d'una velocitat instantània. Si el cos es troba aturat la força depèn del cos i de la velocitat instantània guanyada immediatament (i que anomenem acceleració). Això esdevé de cap a cap revolucionari i nou, sembla prou fàcil de comprendre i d'acceptar, i permet apropar-se a la composició i a la descomposició d'una manera àgil i eficaç. Ho veurem més vall.

Es tracta d'una aproximació teòrica que considera cossos i espais idealitzats, i temps purs, amb un consideració quantitativa que es troba al mateix nivell.

4. Es podria forçar també una aproximació *teòrica* de la força motriu a partir de la caiguda de cossos.

Els cossos cauen segons un moviment uniformement accelerat. Formulats així és un afer teòric. Es comprèn *teòricament* que els efectes⁵ sobre un cos (i això és el que quantitativament recull la força) depenen del cos i del fet d'anar modificant-se uniformement la velocitat.

Però que els efectes depenguin del cos i de l'augment d'aquesta velocitat implica que, el cos mantenint-se, l'efecte depèn de l'esmentada velocitat. Però la seva modificació és uniforme; i respecte d'un temps instantani, s'anomena canvi immediat de velocitat instantània (velocitat mitjana uniforme, respecte d'un temps instantani), o acceleració.

D'acord amb això l'efecte immediat (la força instantània) dependrà del cos i d'un tal canvi immediat de velocitat instantània (respecte d'un temps instantani), o acceleració.

⁵ La referència d'un efecte prové que s'esmenta la gravetat com a força, la causa de la qual no se sap què és; en el cas d'un xoc, un cos causa el moviment de l'impel·lit: resta aturat sense l'efecte del primer, aquest segon rep la força.

Arreu l'experiència natural permet l'esment de causes i d'efectes. Però de vegades no se sap la causa. Independentment d'això la força es coneix pels efectes.

En d'altres paraules: l'acceleració és aquí l'augment (o la minva) d'una velocitat mitjana uniforme (respecte d'una velocitat mitjana uniforme), augment instantani en un temps instantani⁶.

5. El canvi immediat de velocitat instantània (respecte d'un temps instantani) o acceleració no pressuposa quin tipus de moviment hi ha: pot ser perfectament, per allò mateix que ho és d'un moviment uniformement accelerat, d'un altre moviment qualsevol on hi hagi alguna modificació de velocitat instantània, i per tant hi podem tenir la força instantània en conjunt a partir seu i del cos en qüestió.

Es tracta que ara hi ha *el model d'un esquema formal* pel qual es quantifica la força per la massa i el canvi de la velocitat instantània (velocitat mitjana uniforme)⁷.

La fórmula $F = ma$ serveix una reelaboració quantitativa prou eficaç, i revela uns efectes quantitatius d'una força instantània.

La fórmula $F = ma$ expressa els efectes resultants, la quantitat implicada, i caldria equiparar ben bé l'ús de ' F ' i l'ús de ' ma '

Tanmateix convé de recordar què recull allò quantitatiu: la unitat de cos aplega la part corresponent amb totes les seves característiques. El canvi de velocitat instantània és una manera de considerar el que li ocorre, al cos. Ben mirat es tracta idealment d'una quantificació del comportament d'un cos. Es fa important d'acostumar-se a mirar-ho així, com sigui que es té com a conseqüència un seguiment fet amb

⁶ No caldrà insistir que allò instantani és allò molt breu.

⁷ Parlem d'un esquema formal (o model) perquè es tracta d'un producte. L'habilitat de multiplicar és adquirida i, per dir-ho així, treballa autònomament.

Ahora aquest producte no repeteix sols les unitats del multiplicand com si les del multiplicador fossin recordatoris per a les del multiplicand: es fa el producte d'un cos i d'una velocitat, quelcom que sembla que no tingui sentit, vist des del que és la multiplicació.

El fet deu gaudir d'alguna rellevància perquè compromet també el tipus de pensament que s'acull amb la quantificació de la força: hi hauria un cos i un canvi de velocitat, ho comparàrem i ho multiplicàrem. Un tracte amb uns afers naturals que mantenim amb les habilitats quantitatives, ho motivarien o ho confirmarien. La quantificació de la força és doncs quelcom complex a partir d'observacions i teories (amb raons i càlculs).

quantitats mesurades (a través del xoc de les lletilles dels pèndols en Newton), i ha estat motivat pel que suggerien els esdeveniments naturals.

6. És sabut que els llibres sistemàtics de mecànica acostumen a expressar la segona llei del moviment com segueix:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} \left[= \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) \right].$$

Certament una manera escaient de circumscriure la força, i suposa ben bé el que s'ha dit dalt. La segona llei, tal i com Newton la redactà, explicitaria el canvi en la quantitat de moviment (una aportació del savi anglès).

L'aproximació pel canvi en la quantitat de moviment permetria, ja ho hem insinuat, de *concebre* també dues acceleracions instantànies (guany o pèrdua de velocitat instantània) *des de* les quantitats de moviment dels cossos que xoquen (en un pèndol, per exemple, tal i com féu Newton), que deuria contribuir – amb l'acceleració gravitatòria (guany o pèrdua immediata d'una velocitat instantània) – a la configuració de la força.

§5. La força: unificació i esquematisme.

La consideració de les quantitats explicitades en la segona llei de la mecànica pressuposa que hom es mou còmodament a l'hora d'assumir centres de masses. Els canvis de velocitat en un cos demanen que els efectes de la força es palesin en aquest cos: tanmateix això no es podria fer efectiu d'aquesta manera simple sense una prèvia unificació de la massa en el centre de masses (i de gravetat, si és el cas).

En d'altres paraules: *la simplicitat de la noció de força es palesa en conjunt com la conseqüència d'una unificació feta molts segles abans* (no, certament, com a centre de masses, però sí com a centre de gravetat).

L'afer permet esmentar d'altres aspectes: per exemple, deixa entreveure que la força ja suposa sovint un esquematisme (en

l'accepció de direccions i sentits que l'estudiós selecciona). Hi ha un esquematisme molt eficaç: més endavant en direm alguna cosa.

Llavors s'assumeix la totalitat del cos, que estima amb parts, a través de copsar-les unificades en un lloc – o assumeix direccions i sentits amb un respectiu augment/minva de velocitat tot pensant unificadament un tot de cos i d'augment/minva de velocitat: en ambdós casos s'unifica el que és una multiplicitat, i s'esquematitza.

Dalt s'ha esmentat que la unificació pel centre de masses (i de gravetat) no sembla un model, i tampoc no ho sembla aquest esquematisme: caldria estimar-los una estratègia quantitativa, que pot descabdellar-se amb l'ajut de la geometria. Per això no afecten la mateixa concepció de la força, que inclou de fet, en el seu efecte quantitatiu, un model formal.

§6. La força: la primera llei del moviment.

¿És experimental el principi de la inèrcia? Si més no té un fonament experimental en l'accepció que s'assumeix que no es pot assimilar una causa al moviment progressiu de projectils, àdhuc admetent llur desviació constant degut a la gravetat; o al moviment d'una baldufa que giravolta, o al moviment de la bola que va rodolant al llarg d'una superfície a continuació de baixar per un pla inclinat, etc., fins i tot, si es vol així, a la progressió del moviment de planetes i cometes que va essent contínuament desviat.

En efecte s'admetria el principi inercial per a les coses que es llencen, que es fan rodolar o giravoltar, i que s'aturen degut a les resistències de l'aire i del terra: se l'assumiria en tant que es palesaria que no cal cap més explicació de la conservació del moviment.

Encara més: es podria defensar que el principi de la inèrcia és molt més ajustat a l'observació que una teoria aristotèlica sobre els canvis o que la mateixa doctrina – al capdavall ortodoxament aristotèlica – de l'*impetus*.

Llavors la defensa de la continuïtat del moviment si no hi hagués resistències, i si no hi hagués gravitació, és imaginada o pensada (hipotètica) en la mesura que no hi ha *de fet* un tal moviment en les exemplificacions tòpiques (boles, fletxes, etc.); una idealitat en tant

que se la formula, i ho fa d'acord amb un patró que postula la continuïtat indefinida del moviment; en qualsevol cas, ja per a llevar-hi cap causa com per a explicar-hi que el moviment no es mantingui indefinidament o no s'hi mantingui en línia recta, s'hi palesa, com a font d'inspiració, el domini del que s'ha après de les causes i dels efectes.

Però l'adjectivació d'uniforme perllonga la seva idealitat pel fet mateix de no haver-hi res per al canvi del seu moviment. Tot principi de la inèrcia és *teòric*.

Sembla tenir doncs una base experimental, i resta idealitzat en tant que se'l copsa independentment dels avatars naturals.

Una vegada aquí, és a dir, *teoritzant*, el pas per a estendre'l per als cossos aturats deu ser immediat malgrat l'obvietat del moviment de la Terra o de les moltes causes a que un cos pot sotmetre's. Si el moviment es manté quan no hi hauria d'altra explicació, també hauria de romandre un cos aturat si no n'hi hagués cap altre, d'esclariment.

Tanmateix els historiadors de la ciència semblen haver-se posat d'acord en la defensa que el sentit comú avalaria un principi de causalitat aristotilitzant, i no pas el moviment inercial dels cossos; Galileu hauria llevat el motor que manté els moviments inercials després d'un laboriós treball intel·lectual amb plans inclinats i d'acord amb una teoria física dels cossos que els fa indestruïbles del pes: si la gravetat accelera el cos en la caiguda d'un pla inclinat, i és la responsable d'aturar la pujada de la bola que n'agafa la costa amb embranzida, llavors no hi ha causa, més enllà dels ròssecs, de canvi en el moviment d'un cos que ni puja ni baixa. Consideracions d'aquest tipus, les que portarien a l'admissió de les lleis cartesianes del moviment, i totes aquelles que menarien a unes resultants equivalents, no haurien d'impedir de distingir entre les dificultats que explicarien els obstacles per a abraçar això o allò, i que sovint es troben en un mateix, pels quals «veu» quelcom (o «no veu» quelcom), i els viaranyos que ha seguit (i dels quals s'adona *a posteriori*) per tal d'observar altrament els afers. Perquè tant la causalitat aristotilitzant com el moviment per inèrcia s'ofereixen com a «maneres de veure» els esdeveniments, però no sembla que la segona s'ajusti menys als fets que la primera: més aviat cal negar que totes les formes

d'observar el que ocorre valguin igual o siguin igualment respectuoses amb allò que s'observa, i és possible de notar més distorsió en el parer d'una causalitat que demana sempre motor per al moviment que en l'altre parer, cosa que explicaria la fortuna d'aquest últim i les successives revisions del que porta a seguir el moviment de projectils en el primer.

El principi de la inèrcia participa doncs de les característiques de les altres parts del saber: s'observa, es presumeix que hi deu haver diferents factors a tenir en compte, se'n lleva alguns, s'aventura un esdeveniment, que a més a més ja compta si més no amb la idealització geomètrica, i llavors el principi assumeix tot un saber l'origen del qual es troba en la natura, que la idealització perllonga per tots cantons per tal de tenir una comprensió reeixida, una manera d'anar avançant coherentment, que no s'oposa a l'experiència natural. Per això es defensa que el principi de la inèrcia és un principi *ideal* que hi té els motius, en aquesta experiència.

§7. La força: la tercera llei del moviment.

Hem apuntat ja la importància de la tercera llei.

1. Prengui's el cas de dos cossos rígids que xoquen.

Es manté el principi de la inèrcia per al repòs i per al moviment uniforme, i els efectes amb repercussions quantitatives per al canvi de moviment ve de les interaccions entre cossos.

Dalt ja s'ha citat part del text de la llei, on es defensa que els canvis produïts pel xoc no comporten que els canvis de les quantitats en les velocitats siguin iguals, però sí que s'acompanyen d'una igualtat «en els moviments dels cossos» (Newton), és a dir, tenint en compte els canvis de les quantitats en les velocitats instantànies, i tenint en compte cadascun dels cossos; un tot on els canvis de les quantitats en les velocitats, fets en direccions contràries, són inversament proporcionals a la quantitat de cos de cadascun.

Això vol dir que la quantificació de la força està formulada de manera que es manifesta en la interacció dels cossos (circumscriuem-nos al xoc entre cossos) una igualtat quantitativa

d'efectes: palesa que en els intercanvis entre cossos no es perd res ni es guanya res en conjunt, mentre hi ha canvis i les corresponents quantificacions; i que en els efectes quantitatius lligats al cos i que s'impliquen en l'augment o disminució immediats de la velocitat instantània (velocitat mitjana uniforme) no hi ha guany i no hi ha pèrdua quantitativa.

Per això cal enllaçar la quantificació d'un cos i l'increment o minva de velocitat.

Sens dubte tot això demanaria més consideracions (per exemple, en el cas de l'estudi de Newton del xoc de dos cossos que fan de lletlles dels respectius pèndols, la proporcionalitat de la velocitat amb els arcs recorreguts⁸): no es tracta de simplificar el conjunt dels afers, però sembla segur que reblen el que s'hi defensa des del punt de mira de les relacions quantitatives.

2. Llegint tot el text del tercer axioma o llei del moviment es palesa, en els exemples amb què es redacta (s'arrossega, es comprimeix, s'ensopega), que la mirada newtoniana observa la natura⁹. La mateixa apel·lació a la massa i al canvi de la velocitat rebla que n'hi ha un origen en l'efecte natural de la força.

El càlcul infinitesimal vol convergir, des d'una noció de velocitat com a relació d'espais i de temps (tots plegats moviments), capaç de mesurar esdeveniments naturals, a quelcom que rau en el càlcul, i que permet preveure i confirmar mesures experimentals (per exemple, la velocitat de la lletlla en un punt de l'oscil·lació). D'aquí una velocitat instantània, que és una mitjana uniforme, i el seu augment i minva. Llavors aquesta velocitat instantània no serviria de res, i seria sols una velocitat uniforme més (és una velocitat mitjana uniforme), si no hi penséssim un increment o minva immediat (mireu com xoquen

⁸ Cf. *Dos assaigs de mecànica newtoniana* (Quadern de filosofia 52).

⁹ Quan s'actua sense que hi hagi un moviment patent (per exemple, perquè hom es recolza en una paret, o el simple fet d'estar dret), això més aviat reblaria la naturalitat de la força, el fet que els seus efectes són neutralitzats sense que desaparegui. Les forces estan compromeses amb realitats que canvien d'estat, sense que hagin de mostrar sempre la seva eficàcia d'una manera determinada.

les lletilles dels pèndols o el sentit que ha de tenir un moviment de caiguda).

Alhora l'escoli als axiomes, una mena de recull de notes que corroboren el tercer axioma, aplega exemplificacions de tot tipus a més a més del cas de la col·lisió elàstica de dos cossos en un pèndol: ho fa respecte de les atraccions, i respecte de les màquines (balances, politges, rodes de rellotge, cargols, cunyes).

Ben bé deu haver-hi hagut camins d'anada i de tornada en la ment del geni anglès. És important, tanmateix, d'admetre que la troballa del principi d'acció i de reacció, si és veritat que es tracta de quelcom teoritzant idealment (i així expressat), ho és perquè les experiències hi donen peu, és a dir, perquè ha estat possible des d'aquestes d'acord amb una elaboració complexa.

Aquell que l'ha comprès, el principi, el troba la manera encertada de considerar el que passa quan s'arrossega quelcom, quan es pitja una pedra, i quan dues boles ensopeguen, i més aviat pot estranyar-se que els humans no haguessin pensat sempre així els afers. Per això l'aportació de Descartes, i sobretot de Newton, s'estima extraordinària.

§8. Nota sobre la força inercial i la quantitat de moviment.

Des d'un punt de mira la força inercial o ínsita¹⁰ teoritza els efectes que hi ha en alguna interacció entre cossos pel fet que algun

¹⁰ «Definició III. *La força ínsita de la matèria és la potència de resistir per la qual cada cos, tanta com en té, persevera en el seu estat o de repòs o de moure's uniformement en línia recta.*

Aquesta força és sempre proporcional al seu cos, i sols difereix de la inèrcia de la massa per la manera de concebre-la. Per la inèrcia de la matèria és que tot cos abandoni amb dificultat el seu estat de repòs o de moviment. Per la qual cosa la força ínsita pot dir-se també, un nom prou significatiu, força d'inèrcia. Però el cos exerceix aquesta força sols en el canvi del seu estat per una altra força en el cos feta impresa. Aquest exercici és, des d'un consideració vària, ara resistència ara ímpetu: resistència perquè el cos, per a conservar el seu estat, es resisteix a la força impresa; ímpetu perquè el mateix cos, la força resistent de l'obstacle cedint posant-hi dificultats, intenta canviar l'estat d'aquest obstacle. La gent atribueix la resistència als cossos en repòs,

d'aquests es trobi en repòs o en estat de moure's uniformement en línia recta.

Establert que hi ha una acció i una reacció, és a dir, uns efectes, amb la novetat que el principi estipula la igualtat quantitativa resultant «en els moviments dels cossos», els efectes de l'acció i els de la reacció en el xoc entre dos cossos amb aquells moviments, o un aturat i l'altre amb aquell moviment, es poden llegir a tall d'impulsos o de resistències.

La definició de quantitat de moviment per les quantitats de cos i de velocitat es fa també aquí del tot útil, i tant se la pot usar a tall d'un supòsit d'un cos amb una velocitat uniforme, per tant com una concreció quantitativa del principi de la inèrcia, com a tall d'una força inercial convenient en totes les interaccions, i que permet suposar canvis instantanis de tota mena de velocitat.

i l'ímpetu als mòbils: però el moviment i el repòs, com són concebuts per la gent, es distingeixen sols l'un respecte de l'altre; i no sempre reposen de debò les coses que la gent mira com en repòs».

ANNEX 1.

DUHEM I EL PRINCIPI DE LA INÈRCIA

1. Pierre Duhem – donant suport en això a H.Poincaré (*Sur les principes de la mécanique*) – plantejà un afer molt diferent: el principi de la inèrcia no gaudiria de cap sentit experimental pres aïlladament (sí que en tindria com a element del conjunt de les hipòtesis de la mecànica). No tindria sentit comparar-lo amb els fets. Perquè sols podria ser formulat així prenent d'origen algun lloc no relatiu (això és, la hipòtesi d'un moviment uniforme en línia recta pressuposa que es fa en un espai absolut): però això és impossible.

«En résulte-t-il que ces hypothèses, placées hors de l'atteinte du démenti expérimental direct, n'aient plus rien à redouter de l'expérience? Qu'elles soient assurées de demeurer immuables quelles que soient les découvertes que l'observation des faits nous réserve? Le prétendre serait commettre une grave erreur.

«Prises isolément, ces diverses hypothèses n'ont aucun sens expérimental: il ne peut être question ni de les confirmer, ni de les contredire par l'expérience. Mais ces hypothèses entrent comme fondements essentiels dans la construction de certaines théories, de la Mécanique rationnelle, de la théorie chimique, de la Cristallographie; l'objet de ces théories est de représenter des lois expérimentales; ce sont des schémas essentiellement destinés à être comparés aux faits»¹¹

Duhem pot assumir que el principi de la inèrcia és independent dels fets i alhora que, en connexió amb d'altres hipòtesis, dreci un fonament que permet una deducció d'un cos teòric capaç de ser comparat amb les lleis experimentals, perquè defensà per a la matemàtica la construcció d'un univers simbòlic que sols a través d'una traducció es posa en contacte amb les magnituds físiques. Hi ha una peculiar visió de la matemàtica.

¹¹ P.Duhem, *La théorie physique. Son objet et sa structure*, Chevalier & Rivière Éditeurs, Paris 1906 (Bibliothèque de philosophie expérimental), pàg.354.

Tanmateix el bandeig d'aquesta prevenció d'una construcció característica de la matemàtica deixaria palès que hi ha la circumstància colpidora que la deducció a partir d'hipòtesis independents dels fets hauria de permetre una comparació experimental pels fets. Bandejada la prevenció no es podria al·legar el divorci que proposa l'autor de la matemàtica i de la resta d'afers, i una posició com la de Duhem semblaria més aviat incongruent; versemblantment es tornaria a un plantejament enraonat quan s'admetés que les hipòtesis mecàniques són *suggestides* per fets i per experiments elementals en el sentit que s'ha comentat en el text.

La interpretació de Duhem (i dels que el segueixen) manté el principi en allò que té d'ideal (un moviment uniforme, que es perllonga més i més, lineal, numèric, etc.) i hi roman de manera exclusiva.

Defensà¹² que, des del punt de mira del sentit comú, hi hauria un suport a la dinàmica d'Aristòtil en detriment de la de Descartes i de Newton.

Alhora¹³, i en una direcció que sembla oposada a l'anterior, advocà per una doble circulació entre el que és l'experiència immediata i oberta al sentit comú, i l'àmbit de la representació esquemàtica regida per les fórmules matemàtiques, i arribà a dir que *«nous l'avons dit à plusieurs reprises: Ces certitudes et ces vérités du sens commun sont, en dernière analyse, la source d'où découle toute vérité et toute certitude scientifique»*¹⁴.

2. Si s'hagués d'admetre que el principi de la inèrcia no és suggerit pel fet d'avaluar del dret i del revés una experiència natural, per tant compresa, versemblantment Galileu no l'hauria fet present en els seus estudis, ni Descartes l'hagués formulat.

Per tant deu tot el que és tenint com a motiu l'experiència material, i el fet de teoritzar.

La defensa de no ser un principi extret des de l'experiència perquè llavors seria relatiu a un esdeveniment donat no té en compte que un

¹² Ídem, pàgs. 427-437.

¹³ Ídem, pàgs. 437-445.

¹⁴ Ídem, pàg. 436.

qualsevol saber és condicionat en l'accepció que és sempre limitat, que s'és capaç de fer abstracció d'això o d'allò i d'estendre la seva validesa en d'altres circumstàncies, i considerar encara més assumptes. És més, s'exclouria que es tracta d'un principi *teòric*, per tant que es mou a nivell d'una idealitat, inspirada en els exercicis particular, però que no s'hi resumeix.

Se'l manté doncs mentre ajuda a ajustar observacions i teoria.

ANNEX 2

EL PRINCIPI D'ACCIÓ I REACCIÓ I EL CONCEPTE DE MASSA

1. Sovint avui plau d'oferir un concepte de massa a partir sobretot del principi d'acció i de reacció o, si es vol així, aquest principi esdevé útil per a circumscriure una elaboració del que cal comprendre per massa, sobretot a partir del fet que es jutja inadequada la definició newtoniana de quantitat de matèria.

Es tracta d'una manera molt convenient d'introduir-se amb eficàcia en aquests temes, i és molt possible que, segons quines siguin les finalitats, no calgui més circumscripcions.

En efecte els cossos que es diuen d'igual massa foren aquells en els quals els efectes de les seves mútues relacions en xocs lineals frontals procurarien alteracions immediates contràries de velocitat amb iguals nombres absoluts¹⁵.

Això s'estendria per a cossos els efectes de la mútua relació dels quals en aquests xocs fossin modificacions immediates absolutes desiguals de velocitat: pres un dels cossos com a unitat, s'adscriuria a un altre cos la massa m quan el primer cos alterés la seva velocitat m múltiples vegades el que ha alterat la velocitat del segon cos. La relació de masses seria la relació inversa de les modificacions absolutes immediates de les velocitats uniformes oposades.

Aquest camí podria perllongar-se per tal de trobar una unitat convencional de massa, i d'aplicar-ho a una diversitat de situacions.

Un avantatge subsidiari de la presentació de la massa per la relació entre els canvis immediats de velocitats rauria que evita la

¹⁵ Es tracta sempre de la velocitat instantània entesa com a límit d'una velocitat mitjana uniforme, tal i com hem anat insistint en el text.

El text expressa sols que, en termes absoluts,

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2 - v_o}{v_1 - v_o} = \frac{a_2}{a_1}$$

on v_o designa un nombre absolut igual, que modifica les velocitats v_1 i v_2 de cossos que xoquen frontalment, restant-se de cadascuna. Si v_1 i v_2 tenen el mateix sentit s'afegeix v_o a una velocitat, i es resta de l'altra, i llur alteració continuaria essent amb sentit oposat.

pressuposició d'una mesurabilitat entre cossos diferents, és a dir, que hi hagi alguna cosa així com quelcom capaç de fer-se discernible en diferents cossos. Ho pressuposaria potser la mera comparació de pesos $p/p' = m/m'$, en l'accepció d'una possible comparació entre objectes naturals diversos (hi hauria quelcom que els faria comparables).

2. La presentació de la massa a partir del principi d'acció i reacció fora l'habitual, lleva les dificultats procedimentals d'altres presentacions i en permet una definició.

Car s'escull allò que sembla que no pressuposa més afers o, si més no, que no suposa quelcom no establert abans.

L'encert d'una aproximació a partir dels canvis immediats de les velocitats en la relació entre dos cossos implica, quan hom s'hi apropa, que calen suggerències d'aquests cossos-individus (a diferenciar dels cossos-masses), que permet teoritzar que les quantitats de matèria dels quals són iguals quan els canvis en les velocitats són iguals, que hi ha una relació inversa a la d'aquests canvis quan és el cas. Que el que s'anomena la massa (i les seves relacions) es troba en relació inversa als canvis absoluts de velocitat, i precisament expressa aquest fet.

No es tracta que no es pugui fer *teoria* (amb idealitats) d'una presentació de la massa des del principi d'acció i reacció, sinó que aquesta teoria necessitaria ser si més no *suggestida per l'experiència* empírica, altrament, què l'hauria guiat?

El supòsit que les quantitats de massa provenen de les relacions entre els canvis de velocitat no impedeix de fer les observacions per les quals les velocitats, abans i després, tenen una implicació dels cossos-individus, i que el conjunt del fenomen esdevé un procés particular de cossos i de velocitats.

De bell nou la circumstància de l'origen de l'oportunitat d'atribuir una quantificació a la matèria no lleva que sols és possible pel fet que hi ha cossos-individus particulars. No es perd pas el contacte amb el fet natural.

La presentació de la massa des del principi d'acció i reacció reïx en les seus objectius de coherència. I no pot fer l'impossible: no pot

no trobar-se implicada pels cossos-individus a partir de les suggerències de la quantitat mesurada des dels efectes motors.

3. Des del punt de mira del cos-individu sabem, per exemple, que la relació de pesos esdevé una relació de masses en la balança, i se'n podria trobar una relació a partir de considerar la massa d'una pes com a unitat. Això es trobaria d'acord amb una aproximació de la massa a partir de la tercera llei.

És segur que Newton no pensà la massa només com una valor numèric que relaciona canvis immediats de velocitats, ni com un valor numèric relacional entre les masses dels pesos.

Si més no els *Principa* estableixen que el canvi de moviment (que inclou massa i velocitat) és proporcional a la força motriu impresa (segona llei). Idees d'aquest tipus es troben també a d'altres llocs, per exemple, quan es discuteix el moviment de cossos pendulars (cf. valgui el cas, la proposició II,24; i tot el que hi diu, al tercer axioma o llei del moviment).

És a dir: es treballa sempre pressuposant que ja es gaudeix del cos-massa. Això és evident quan explica la tercera llei, i de fet és perquè gaudeix d'una relació de cossos-massa, i de velocitats, que verifica la llei.

Quan Newton diu que la quantitat de matèria dels cossos són com els pesos (cf. els corol·laris de la proposició II,24, o també la proposició III,6) suposa forces impreses, és a dir, que hi ha cossos-massa i gravetat.

Tant en els xocs com en els afers gravitatoris s'hi pensa cossos-massa, tal i com ell ho entén, d'acord amb una certa comprensió a partir dels exemples que lliura en la definició de cos. I l'experiment dels dos pèndols que fan oscil·lar or i fusta (proposició III,6) deixa palès que col·loca pesos iguals en els dos pèndols per a comprovar que oscil·len igual.

En d'altres paraules: la circumstància que la relació de pesos i de masses s'expressi numèricament no lleva que Newton avalua que està lliurant una quantificació directa (malgrat que relacional) del pes i de la massa.

4. La circumstància que la defensa d'una atribució d'una quantitat als cossos-individus, des de les vicissituds que es vulgui, hagi de comportar que hi hagi quelcom comparable en aquests cossos, sembla certament que convidi a avaluar les quantitats de massa sols com a una explicitació de relacions entre canvis de velocitats.

Tanmateix aquells cossos deuen ben bé tenir quelcom comparable quan la certesa que són naturals independentment del seu observador mereix adjectivar-se com la més segura: ¿hi ha res més segur que el fet d'haver-hi cossos-individus?

La dificultat de saber què tenen a confrontar dos o més d'aquests cossos, que no gaudeixen de cap altra comparació que no sigui el fet de ser-hi naturalment, no lleva, sembla, que calgui esforçar-se a dar-ne alguna indicació.

Pel cap baix deu poder-se defensar que, des dels mil·lennis fins als investigadors d'avui dia, s'ha estimat que hi ha quelcom corporal, material, que s'escampa per arreu. Mentre el subjectivista tendeix a infravalorar l'objectivitat d'aquest plus que no pot ser reduït a sensacions, se'l rebutja quan es fa patent que les sensacions semblen més aviat una resultant analítica i quan s'assumeix sense més que a través de l'observació es lliura l'objecte en persona, on s'hi palesa un dèbit que implica que no es tracta merament de l'exercici d'una subjectivitat sinó d'un fenomen primer original des del qual s'ofereix precisament l'espectacle d'un univers material¹⁶.

És obvi que aquest «hi ha matèria» o «hi ha cossos-individus» no proporciona cap més coneixement. La certesa d'aquests cossos es limita a la constatació que no hi són com a meres recreacions perceptives. Per això l'investigador sempre està de camí, la realitat física demana més i més recerques.

Si el dèbit sembla incapaç de garantir cap cosa «comuna» per a la comparació, també s'hi val que no en prohibeix una relació, o no ho

¹⁶ Cf. *Sobre la meditació fenomenològica fonamental de Husserl. Part primera: La tesi de l'actitud natural i la seva desconexió i Introducció a la filosofia* (Quaderns de filosofia 12 i 50).

impedeix¹⁷. La mateixa possibilitat de lliurar una quantitat als cossos naturals des dels canvis de velocitat, mentre hom s'adona que té cossos a les mans, deixa presumir que aquests cossos són comparables malgrat que no més coneguts, i per això convida una vegada més a prosseguir la recerca.

En tots els casos es tracta de comprendre des de la teoria què s'esdevé en afers naturals i com ocorre: el principi d'acció i reacció compromet els canvis immediats de velocitat i els cossos. I certament la investigació no s'atura aquí.

5. La utilitat de considerar la massa com un valor relacional no hauria d'impedir doncs el fet de comprendre que hom s'atansa als cossos naturals.

A més es podria objectar que, amb la força, es disposa d'un concepte prou vàlid (i bàsic): es compromet la mateixa noció de força quan se la fa quelcom que sembla que afecti els canvis de velocitat dels cossos a través d'uns valors relacionals. I s'esvaeix el dinamisme natural que la suggereix.

L'objecció apunta que la força no sembla cap noció que derivi del producte del canvi de velocitat i un valor relacional, sinó que s'originaria des de l'acció exercida que canvia l'estat de repòs o de moviment d'un cos i, com a conseqüència d'aquesta acció física, l'individu s'aproparia a una quantificació dels canvis i del cos.

S'afirma doncs que es pot anar a la quantificació teòrica de la força des del canvi, i des del cos (el mateix Newton degué recórrer

¹⁷ En efecte la relació de masses és, en aquest supòsit, una relació entre canvis de velocitats; per dir-ho així: es tracta d'una relació de nombres, que fora bo de transposar com a raons entre els canvis de velocitat.

Doncs bé: caldria tenir present que cada unitat d'un mesura de trajecte o de temps no es dissol amb la següent, no conté res que pugui afectar l'altra, no hi ha res «comú».

Però és que això és vàlid arreu: no hi deu haver afer en el coneixement que sigui quelcom que pugui dissoldre's amb un altre afer. Potser «comú» deu voler dir «com si fos u», i sense ser-ho.

Per això no s'hi troba cap inconvenient a assumir que el deïbit de coses plurals està en relació. Fet i fet no es pot dissoldre la pluralitat.

molts camins intel·lectuals per a relligar les bases de la dinàmica); que haurien estat productes de canvi de velocitat i de cos particulars que haurien suggerit la formulació teòrica de la força. Seria aquesta la que lliuraria la significació al producte i no els seus factors presos aïlladament: aquests no ho podrien fer perquè ignoren què és una força, i la força és un fenomen eficient i eficaç, amb un contingut propi, insubstituïble, a través del producte de la massa i del canvi de velocitat, i fa d'autèntic motor de les investigacions naturals.

6. El dèbit que fa parlar d'un entorn independent, la circumstància que se l'adjectivi de material pel fet que gaudeix de parts, l'admissió que no se'n sap res més fora del tracte de cada dia, etc., fa obvi el següent: s'ha gosat establir el principi d'acció i de reacció quan ha assajat d'anar resseguint de la manera possible les accions i les reaccions dels cossos, tal i com ho deixà iniciat Newton. Potser caldria afegir que «*dies lehrt aber die Erfahrung*»: cal l'experiència, i aquí se subratlla la de caràcter material.

L'adjectiu «material» fa esment a la partibilitat d'allò que es jutja independent, i al cap i a la fi inicia amb això el seu significat: allò que se'n sap va essent quelcom natural o una recreació a través d'un qualsevol experiment, amb l'ús dels aparells que calgui, amb la consideració que se sigui capaç de dur endavant.

III

COMPOSICIÓ I DESCOMPOSICIÓ DE FORCES

En el moviment de projectils hi ha sens dubte un apropament segons una manera de copsar els afers: no són incompatibles el que es veu i el que es teoritza quan s'admet que s'observa i hom s'esforça a comprendre. Què ocorre? ¿Es tracta de dos moviments o d'un de sol? El fet és que és un moviment natural i que, si es pot parlar així, aquest moviment únic, se l'estudia teòricament, i per això s'admet que conté dos moviments naturals. Però això vol dir que se'l compon d'acord amb una previsió justament per a aproximar-s'hi¹⁸.

§1. El paral·lelogram de forces i l'estàtica prenewtoniana.

1. Una força subsumeix una quantificació implicada en la massa i en el canvi de velocitat. D'això resulta que n'hi ha una representació gràfica proporcional a aquella quantificació a representar en una direcció d'aplicació¹⁹.

¹⁸ Es podria defensar que es parametritza un sol moviment d'acord a dues funcions que depenen del temps. Es llevaria l'haver-hi dos moviments i s'hi deixaria els mateixos afers quantitatius: però això no tindria massa sentit sense el punt de mira de la comprensió física.

¹⁹ Aquesta proporcionalitat s'ha de copsar amb el conjunt de la quantitat que representa una força, o a les quantitats implicades en les velocitats quan es tracta d'un mateix cos. L'afer es fa força rellevant. Mach, a propòsit de la composició, ho diu prou explícitament: «Wenn ein Körper A von zwei Kräften ergriffen wird, deren Richtungen mit den Linien AB und AC zusammenfallen und deren Grössen den Längen AB, AC proportional sind, so sind beide Kräfte in ihrer Wirkung durch eine einzige Kraft ersetzbar, welche nach der Diagonale AD des Parallelogramus ABCD wirkt und derselben proportional ist. Würden also z.B. an Schnüren AB, AC Gewichte ziehen, welche den Längen AB, AC proportional wären, so würde ein an der Schnur AD ziehendes, der Länge AD proportionales Gewicht deren Wirkung ersetzen. Die Kräfte AB und AC werden die Komponenten, AD die Resultierende genannt. Selbstverständlich ist auch umgekehrt eine Kraft durch zwei oder mehrere Kräfte ersetzbar» (Die Mechanik in ihrer Entwicklung, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1991 [reprodueix la novena

Després s'indicarà que és també aquesta la manera amb què Newton presenta la composició i la descomposició de forces. Car les línies del paral·lelogram representaran espais proporcionals a les acceleracions d'unes forces aplicades a un mateix cos, i per tant proporcionals a aquestes forces.

2. Un dels molts fenòmens sorprenents de la noció de la força de Newton es troba en el fet que pogué assumir sense dilació les forces, els pesos, i les potències, de la mecànica (amb l'estàtica) dels seus contemporanis i de la tradició. És a dir, tot el que ja es coneixia de les moltes màquines i de les propietats de forces, pesos i potències, va poder ser assimilat, gairebé, es podria afegir, de manera immediata, a les propietats de la força newtoniana.

Es permetria suposar si més no que l'assumpció del pes d'un cos per la força de la gravetat (la força motriu proporcional al cos i a l'acceleració de la gravetat) es trobaria al costat dels molts experiments, de contemporanis i de la tradició, amb pesos, de l'estudi dels moments, del càlcul en tota mena de màquines. I en una altra direcció l'estàtica i la mecànica prenewtoniana hauria corroborat, per exemple, la composició de forces.

edició feta a Leipzig el 1933, 1^a 1883]. pàg.34). Més avall, en una nova presentació del diagrama de forces i quan es tracta d'un mateix cos, afegeix que «*les acceleracions són proporcionals als trajectes recorreguts en el mateix temps*» (cf.pàg.192), en la línia que defensà el mateix Newton en el corol·lari primer a les lleis del moviment.

L'autor, més enllà de qualsevol presentació geomètrica (resum la de Bernoulli) i deductiva, defensa encertadament l'origen observacional de la magnitud i de la direcció d'una força, del coneixement del cantó on recauen els efectes motors d'una força aplicada esbiaixadament a la direcció del moviment, de la quantitat d'aquests efectes motors ($P \cos \alpha$), de la mateixa composició de forces («*derjenige, welchem die Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte bereits geläufig ist, weiss, dass mehrere an einem Punkt angreifende Kräfte in ihrer Wirkung in jeder Beziehung und nach jeder Richtung durch eine Kraft ersetzt werden können... Das kann aber nur derjenige wissen, der schon eine sehr ausgedehnte Erfahrung über die Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte gewonnen hat*», pàg.42), i de la independència de les forces concurrents (cf.pàgs.34-45).

En el treballs prenewtonians, s'hi troba en efecte un càlcul mecànic en l'accepció, per exemple, de la llei de la palanca i, en conjunt, de les màquines. Aquest tipus de pensament àgil perduraria en els temps newtonians, amb l'assumpció que sempre se'ls podria assumir per les acceleracions i els cossos.

Tot aquest treball prenewtonià hauria lliurat si més no un camp experiencial per a tota mena de fenòmens al voltant de les forces. Seria així com se sabia les direccions i els sentits de les forces, moltes resultants de tot tipus, la composició i descomposició de forces, i d'altres.

Per exemple, seria també quelcom fàcilment tradicional que dues forces iguals i oposades que actuen sobre la mateixa recta es neutralitzen, aplicades en el mateix punt o no: ho ensenyaria la mateixa experiència.

També ho fora que les forces poden aplicar-se al llarg de la recta d'un cos, el fet d'estirar una corda per diferents parts seves ho aniria reblant a la seva manera.

No sembla inconcebible que el raonament anewtonià expliqués la resultant de forces paral·leles i antiparal·leles, o de forces que es creuen, etc.

3. Cal preguntar-se de bell nou: la immediatesa del tractament quantitatiu a propòsit de les forces en estàtica a partir de Newton, ¿prové del coneixement previ de les lleis que la regeixen o és independent d'això?

La nostra tesi fa el següent: no pot no haver recollit el saber tradicional de l'estàtica, i alhora l'automatisme de l'estudi quantitatiu és la conseqüència del concepte newtonià de força. L'una cosa i l'altra, les palesen els *Principia*.

4. El corol·lari primer a la lleis del moviment, el de la composició de forces, pot semblar, a un lector escrupolós, que es redueix a demostrar que dos moviments uniformes poden equivaldre al moviment fet per la diagonal del paral·lelogram en el mateix temps que els altres dos recorren els costats col·laterals, cosa que remuntaria al saber dels grecs. Des d'aquest punt de mira la composició seria

merament una assumptió del paral·lelogram de velocitats uniformes, i de fet les forces components de Newton es trobarien fora del paral·lelogram.

Tanmateix el mèrit de l'exposició de Newton no estriba en la igualtat de resultants entre un moviment uniforme i dos simultanis moviments uniformes, sinó precisament en aquest trobar-se les forces fora del paral·lelogram. Respecte d'un mateix cos que surt del repòs, les forces aplicades puntualment sols lliuren la velocitat engendrada, que s'ha de considerar una velocitat instantània, a interpretar com una velocitat mitjana uniforme; per tant, es pot dir així, lliuren moviments uniformes, una conseqüència de la concepció nova de força. L'únic lloc doncs on s'ha de considerar les forces és en el punt d'inici del paral·lelogram.

Les forces es troben fora del paral·lelogram. És clar que es tracta de moviments uniformes, per tant amb una velocitat constant, situats conseqüentment en un pla idealitzat, on aquesta velocitat és la de l'acceleració instantània lliurada fora del paral·lelogram perquè hi ha la força; ultra això s'hi troba proporció entre espais i forces (acceleracions) en un mateix temps²⁰.

Hi ha doncs els dos moviments uniformes components, i una resultant, resultant que és una interpretació teòrica del fet que el cos seguirà un moviment per la diagonal. Això no obstant la focalització en el paral·lelogram desencamina del corol·lari, que és la composició de forces (de canvis de moviment des del repòs) que deriva d'un model quantitatiu de forces aplicat en el punt d'inici del paral·lelogram.

És com si es digués: cal tenir sols en compte aquí (hi ha un sol cos) la composició de velocitats segons una direcció i sentit, i res més. Totes les resultants de forces components sols depenen dels respectius efectes cinemàtics i de la composició d'aquests efectes.

²⁰ La força respectiva lliura la seva acceleració instantània, per tant engendra una velocitat uniforme: l'espai recorregut amb aquesta velocitat és igual en iguals temps; però la velocitat engendrada és l'acceleració. L'espai serà doncs proporcional a aquesta acceleració i, tractant-se d'un mateix cos, serà proporcional a la força engendradora.

Hi ha uns efectes a través del respectiu canvi de velocitat i atenent la respectiva direcció i sentit.

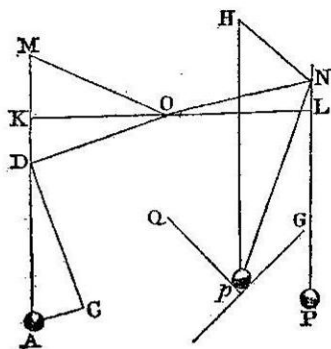
Es tracta tot plegat d'un descabellament teòric.

5. El corol·lari segon a les lleis del moviment fa:

«I així es fa patent la composició de la força vertical AD per qualssevol forces inclinades AB i BD; per contra la resolució de qualsevol força vertical AD en qualssevol forces inclinades AB i BD. La qual composició i resolució, en efecte la confirma abundantment la mecànica²¹».

Suposem que, del centre O d'alguna roda, en surten els radis no iguals OM i ON, que sostenen amb els fils MA i NP els pesos A i P, i es busca les forces dels pesos per a moure la roda.

Pel centre O es fa la recta KOL, que arriba perpendicularment als fils MA i NP en K i L; i en centre O, amb OL el més gran dels intervals OK i OL, es descriu el cercle que troba el fil MA a D: llavors, de la recta feta OD, sigui AC paral·lela i DC perpendicular.



²¹ Les lletres de l'enunciat del corol·lari segon es refereixen al gràfic de l'enunciat primer: mentre caldria continuar interpretant que les forces són fora del paral·lelogram (Newton té en compte la proporcionalitat de forces i espais), aquí hi ha una generalització de la composició i la descomposició de forces, que caldria comprendre sempre com hem dit dalt en parlar del paral·lelogram. Ara discutim la incorporació immediata del saber tradicional a través del compte de la força de Newton.

Perquè no hi fa res si els punts dels fils K, L, D estan fixos o no en el pla de la roda; els pesos valdrien el mateix certament si se suspenguessin des dels punts K i L, o D i L. Tota la força del pes A s'exposa, però, per la línia AD, i aquesta es resol en les forces AC, CD: de les quals AC, arrossegant el radi OD directament des del centre, no val res a moure la roda; però l'altra força DC, arrossegant el radi DO perpendicularment, val el mateix que si arrossegués perpendicularment el radi OL igual a l'esmentat OD; o sigui, val el mateix que el pes P, sempre que aquest pes sigui al pes A com la força DC a la força DA, això és (pels triangles semblant ADC, DOK) com OK a OD, o OL.

Així els pesos A i P, que estan posats inversament com els radis en línia recta OK i OL, tindran el mateix poder, i estan quietes en equilibri: que és una propietat conegudíssima de la balança, de l'alçaprem i del torn. Però si el pes de l'un o de l'altre és més gran que en aquest raó la seva força serà tant més gran per a moure la roda»

El corol·lari continua complicant una mica més l'exemple. Basta el fragment per a adonar-se que no hi surt cap velocitat i que la resultant equival a una llei de la palanca. Acaba amb les següents paraules:

«Doncs bé l'ús d'aquest corol·lari s'estén arreu, i estenent-se arreu fa ostentar la seva veritat; del que s'ha dit depèn tota la mecànica, demostrada de diferents maneres pels autors. Perquè d'això es deriva fàcilment les forces de les màquines, que acostumen a estar parades per rodes, politges, bossells, alçaprems, per cordes tibants i alçant pesos verticalment o obliquament, i per les potències mecàniques restants; com també hi depenen les forces dels tendons que mouen els ossos dels animals».

Simplifiquem l'exemple fent que el pes s'apliqui al punt D. No serà útil per a fer baixar la roda en la direcció DA, i l'experiència suggereix imaginar d'una manera geometritzant que seguiria una línia DC perpendicular a DO (que fa de radi de la roda), que s'aniria corbant a mesura que girés la roda. Amb la nova concepció de la força, considerant-ho tot geomètricament (idealment), des d'aquí, hom aturant el moviment i el temps, l'única força eficaç (del pes A) sortirà en la direcció DC. Però el fet de representar la força útil per la recta DC fa una mica el que fa el corol·lari primer. És a dir, DC podria

representar l'espai (proporcional a la força²²) que recorreria si fos possible un tal moviment uniforme, espai que sabem proporcional al canvi de velocitat (= acceleració), per tant es pot copsar una proporcionalitat de la força descomposta en D i la línia DC, que és el que fa Newton. Llavors la línia AC, com OD, perpendicular a DC, és la que lliura la proporcionalitat de la part de la força que estira perpendicularment a DC, i que, és clar, fa que A pengi de la línia MA, però que és inútil per a fer girar el radi OD al voltant de l'eix O.

Tot s'esdevé a D, és immediat, s'ha de saber per experiència què s'hi esdevé, i alhora es manté la concepció teòrica de la força quantitativament i amb una considerable simplicitat.

És clar que hem suposat que el pes A penja de D. Però l'experiència palesa que és indiferent en quin punt d'una recta s'aplica una força: el pes A actua igual al llarg de la recta AM, per tant actua igual a M i a D. L'únic que fa Newton és escollir aquell punt de la recta AM (OD = OL), essent tots igualment eficaços per al càlcul, que facilita la proporcionalitat dels triangles ADC i DOK.

6. La concepció quantitativa de la força de Newton, i el coneixement per experiència, permet l'automatisme de la composició i de la descomposició de forces com la conseqüència fantàstica de la concurrència d'un gruix de moltes observacions, i de la concepció de força, que és modèlica, que deixa atendre tots els casos estudiats o previstos d'acord amb els seus paràmetres quantitius. I tot això de manera coherent als estudis de les forces en moltes altres circumstàncies no estàtiques.

Es tracta d'un trasllat dels problemes relacionats antics de paral·lelograms i d'una apropiació de totes les adquisicions de la tradició estàtica sobre forces, potències i pesos, dins l'àmbit de la concepció de la força dels Principia.

És a dir: les forces newtonianes subsumeixen sense solució de continuïtat les forces, pesos i moments tradicionals, amb totes les seves combinacions; són les mateixes, i les relacions quantitatives són més immediates des del concepte newtonià de força. A més eren les

²² És obvi que la proporció DC/AC es manté per construcció amb la proporció de les forces descompostes.

forces de Newton que eixamplaven el seu abast pel fet de ser també gravitatòries i mecàniques més enllà de l'estàtica.

La conclusió sembla ser la següent: mentre l'ocasió de ponderar descomposicions i composicions l'hauria lliurada una munió d'experiències àdhuc abans de l'anglès, i molts més afers serien experiencials (direccions apreses, etc.), la concepció de la força per la massa i el canvi de moviment hauria lliurat immediatament que s'hi pensés composicions i descomposicions immediates de forces, d'acord amb un model quantitatiu segons diferents expedients idealitzadors. Allò revolucionari no seria la composició o la descomposició, l'esmerç de paral·lelograms o no, sinó la nova concepció quantitativa de la força; que ho fa tot immediat²³.

§2. El paral·lelogram de forces. Composició i descomposició.

1. El paral·lelogram de la composició de forces tindria un lloc de consideració en allò que s'hauria après de la mecànica (en especial, d'estàtica).

Dues cordes penjades del sostre mantenen un pes; el que una aguanta, més el que la segona estira, mantenen el pes que, si no cau, l'estudiós hi implica una força única cap amunt igual al pes. L'espectacle natural no lliura la composició de dues forces que fan tibar les cordes i de la seva resultant cap amunt. En aquest cas es podria dir i tot que l'experiència lliura el pes cap avall i les cordes tibades, de tal manera que es palesa tot alhora, i que la composició sols interpreta el que s'hi troba en aquest tot de cordes i pesos.

Hi ha una comprensió de les forces en la resultant cap amunt: es conclou que la resultant és així mateix l'eficàcia de les dues forces que tiben les cordes.

²³ S'hauria d'estudiar fins a quin punt les aportacions estàtiques tradicionals serien sols una resultant experimental, i les lleis la seva generalització, o bé si ja suposarien qüestions teòriques idealitzades. Si més no els treballs d'Arquímedes d'estàtica semblarien més aviat satisfer aquesta darrera possibilitat. Això duria a connectar l'estudi teòric de Galileu amb l'autor grec i a subratllar el caràcter propi de la nova ciència per contrast amb l'experimentalisme.

És que és així quan s'assumeix els efectes motors de forces (la indiferència de fer-ho des de la seva resultant o des de cadascuna: la resultant és tautològicament l'efecte de les dues).

Si ho volem així: la resultant és l'evidència que el cos no cau i que suma els efectes de cadascuna de les forces components.

Esmentem alguns altres exemples des de fets experiencials:

La barca que arrenca el moviment arrossegada per cordes a cantó i cantó de les ribes del riu descobreix en això mateix les estrebades dels de terra: el seu moviment n'és la manifestació.

Les forces dels sirgadors són les que fan avançar la barca (bandejant els afers circumstancials). Es diu que les forces provocades pels sirgadors es manifesten en la resultant.

Que hi hagi composició i descomposició depèn per tant d'afers externs, i que hi introdueixin un ordre de successió: per exemple, la presència de cordes i pesos, la dels sirgadors i més cordes, que són previs a una qualsevol resultant.

Aquesta resultant recull els vessants motors de les forces corresponents.

Recordem que la tradició anterior a Newton hi trobà fins i tot les raons de cadascuna de les forces que fan tibar les cordes que sostenen el pes del cos, respecte d'aquest pes²⁴, per seguir en el primer exemple.

Agafant un punt de mira newtonià, la descomposició prèvia de les forces que tiben les cordes demanaria l'anul·lació dels moviments laterals.

En efecte, des d'una perspectiva de l'efecte immediat d'una força, hi hauria un cos que pesa gràcies a l'acceleració de la gravetat (que engendraria immediatament un moviment uniforme cap a avall), i dues forces que tiben les cordes que aguanten el cos, amb la respectiva acceleració (tot pensat immediatament com engendrant moviments uniformes), que tindrien l'eficàcia de contrarestar el moviment del cos cap avall, mentre no hi hauria cap desplaçament lateral ni vertical: d'aquí que calgui descompondre el moviment uniforme engendrat per l'acceleració instantània de cada força que fa tibar la corda en dos altres moviments uniformes (el cos està aturat), l'un que intervé a contrarestar (i la suma dels dos a fer-ho del tot) el

²⁴ És el que va demostrar, per exemple, Roberval (1602-1675), cf. *Tres estudis d'estàtica* (Quaderns de filosofia 40).

moviment uniforme engendrat pel pes; i l'altre a equilibrar-se amb el lateral de la força de l'altra corda.

Les estrebades dels que arrossegueu la barca per les dues vores del riu es podria interpretar en uns terme semblants: engendren immediatament els respectius moviments uniformes, la resultant dels quals rau en un moviment uniforme engendrat immediatament a la barca a través de les aigües, i amb descomposicions laterals anul·lades, exercici que exemplaritzaria el corol·lari primer a les lleis, etc.

Això demana unificacions i esquematisme: ho tocarem tot seguit.

2. Se sent el pes d'un cos que llisca per una mà inclinada o per una cama; s'admet que costa menys d'estirar un qualsevol cos pujant per un pla inclinat (amb les precaucions necessàries) que per la vertical. Si més no sembla fàcil d'organitzar un enginy per a contrastar-ho, per a calcular què tiba i per a relacionar-ho amb la inclinació del pla. Certament tot això ja se sabia abans de Newton: llavors se cerca la força del cos en la direcció del pla inclinat perquè ja se sap que aquest pla impedeix que baixi verticalment. Hi ha un únic moviment de caiguda, un pla inclinat i el convenciment que el pla impedeix la caiguda lliure del cos. *S'ofereix un cos que pesa i que té efectes*: és a dir, les forces que fan baixar el cos i les que el pla obstaculitza són allora els efectes del pes del cos.

Hi ha una única força que és la del pes i, totes les altres, són allò que li és equivalent; sols hi ha el pes del cos, i la resta s'ofereix, donada l'evidència que el cos baixa pel pla inclinat, i que aquest fa d'obstacle a la caiguda lliure, a tall de ser el mateix pes atès com una suma de dues forces, quelcom que li és igual, per tant a tall d'una descomposició del pes en uns tals efectes.

Això passa en una qualsevol descomposició: la llentilla del pèndol que oscil·la tiba el fil i es mou perdent alçada i guanyant-ne, palesant arreu quelcom unitari; les forces que es pot endevinar són els efectes de la força única del seu pes.

Fins aquí sembla que ens trobaríem en uns apunts que podrien valer per a la tradició anterior a Newton, amb l'afegit que també aquí haurien encertat a lliurar les raons, en un pla inclinat, entre la força que fa baixar el cos i el seu pes, o entre la de la vertical al pla i aquest mateix pes.

En termes de l'efecte immediat d'un força newtoniana hi ha ara un sol moviment uniforme engendrat immediatament per l'acceleració de la gravetat: la descomposició ha de reeixir a descompondre aquest moviment uniforme (o l'acceleració) en dos (o dues) altres, l'efecte dels quals sigui equivalent al primer, afer que òbviament s'ha de trobar d'acord amb l'experiència. Això s'estén tant per al cos que baixa per un pla inclinat com per a un cos que oscil·la pendularment. Cal així mateix una unificació i un esquematisme.

3. Hi ha composició i descomposició de forces.

En el cas del pla inclinat i del pèndol l'estudi parteix de la circumstància de tenir present sobretot un cos únic físic. La descomposició esdevé llavors una consideració teòrica.

En el cas del pes penjat per dues cordes i el dels arrossegadors des de les dues vores del riu es té present que hi intervé una pluralitat física de factors. La descomposició i la composició esdevenen també la manera teòrica de ponderar-ho.

En la descomposició *l'estudi* apunta que l'esdeveniment ocorre des d'una força, en la composició *aquell estudi* remarca que arrenca d'una *pluralitat* de forces. En els dos casos hi ha el mateix atès segon convé o suggereix l'experiència.

4. Això demana simplificacions múltiples i, malgrat que no sigui tal qual un afer propi de la composició i de la descomposició, el rigor expositiu sol·licita un principi d'unificació en el cos (centre de masses, de gravetat), que s'acompanya dels esquematismes comprensibles, tot plegat a considerar com una quantificació descabdellada dins d'una modelització geometritzant general.

5. Agafem de bell nou l'exemple del cos que baixa per un pla inclinat.

Ocorre que hi ha la troballa del centre de gravetat com a mínim des d'Arquímedes, i llavors es tendeix a assumir que tot el pes es pot suposar en aquest centre; després s'hi aplica la força que fa lliscar pel pla (afer que es podria comprovar amb un altre enginy que la contrarestés) i la que provoca la normal del pla.

L'esquematisme que fa preferir una descomposició del pes en la vertical al pla inclinat i en la direcció de la inclinació del pla és guiat per l'observació de l'experiència natural, i a partir d'un centre de masses.

La unificació aconseguida amb el centre de masses, i l'esquematisme, suposen que recullen, aquí en dues direccions perpendiculars (en d'altres casos en les direccions convenients) tota la motricitat esparsa per arreu, és a dir, abans de considerar cap centre de gravetat i abans de poder-ne fer l'esquematisme corresponent, de manera que hom podria imaginar que cadascuna d'aquelles direccions s'ofereix com una resultant sui generis de la composició respectiva d'aquella motricitat. Tanmateix el centre de gravetat (i de masses) són nocions teòriques estudiades des de cossos ideals i amb d'altres nocions que també ho són o s'hi apropen.

La descomposició en el pla inclinat esdevé una manera de reflectir el tot experimental a través d'uns recursos unificadors i d'unes consideracions esquematitzadores per a la resolució d'esdeveniments. Aquesta unificació és la conseqüència sobretot de la que s'aconsegueix amb el centre de masses.

No hi ha hagut ni creació ni destrucció. I la força perpendicular al pla s'oposa a la força normal.

6. En la composició tenim també un cos, per exemple, del pes mantingut per dues cordes, amb el seu centre d'unificació de masses (i el centre de gravetat), que s'acompanya del corresponent esquematisme d'una força cap amunt, els efectes motors de la qual contraresten els del pes.

Reculem una mica: pel cantó de les cordes hi havia les forces que engendren les tibantors i que contraresten els pesos escampats arreu del cos que tiba per a baixar, abans doncs de considerar una qualsevol unificació seva a través del centre de masses.

Es podria prosseguir la discussió afegint que no tot s'aprofitaria per a mantenir el pes: caldria pensar en allò útil motor per a contrarestar els efectes motors del pes, i allò que fa mantenir aturat el pes en la direcció horitzontal. Certament tot això ho seguim en experiències fetes.

Llavors les resultants motrius verticals de cada força que tiba les cordes, hom se les imagina des d'unes multituds motrius de forces – o des de la motricitat de les forces verticals úniques a partir dels centres de masses.

I quelcom de semblant s'esdevindrà en la direcció horitzontal.

Arreu es manté que la unificació pel centre de masses i l'esquematisme permeten solucions del problema.

7. Repetim-ho: *hi ha un fenomen que se sospesa seguint criteris unificadors* (centre de massa i de gravetat), que permeten un esquematisme.²⁵

Tant la descomposició com la composició són resultants des d'elaboracions unificadores i esquematitzadores, una solució a partir d'un fenomen amb uns efectes esparsos del tot abans d'una tal unificació i esquematització.

A tot això, que en part podria ser compartit per un prenewtonià, s'hi ha d'afegir una concepció de la força com a engendradora instantània d'una velocitat uniforme, de manera que les composicions i les descomposicions afegeixen moviments uniformes, o en descomponen, tal i com ho exemplaritzen els corol·laris primer i segon dalt esmentats.

Certament l'experiència guia l'investigador a l'hora d'afavorir centres de masses i, sobretot, quan es tracta de les resultants de composicions i de descomposicions. Car la força es presenta a tall

²⁵ És interessant de notar que la noció de pes, tan antiga com el mateix home, s'enllaça amb la massa i l'acceleració de la gravetat des de Newton, i amb una específica acceleració si més no des de Huygens. Tanmateix no suposa tal qual un criteri unificador; no n'hi ha en la circumstància d'aguantar quelcom, en la de comparar-lo amb un altre cos en una balança, en la lectura feta en un dinamòmetre, en l'observació de la caiguda. El pes esdevé quelcom consistent que no cal unificar. Aquí ha estat el pensament unificador del centre de gravetat d'un cos – que coincideix amb el centre de massa quan el camp gravitatori és uniforme – el que permet de creure a posteriori que el pes aplicat al centre de gravetat comporta una simplificació d'aquest pes a partir de la troballa del centre de gravetat des de cadascuna de les parts (pensades amb pes) del cos.

d'una noció teòrica suggerida pels fenòmens naturals, i les seves consideracions s'han de palesar naturalment.

Convé potser d'indicar que la unificació a partir del centre de masses (o de gravetat), l'esquematisme que suposa direccions de forces, no són nous models, sinó que semblen recursos de la quantificació i dels exercicis teòrics corresponents.

§3. L'equilibri de forces.

Dues forces es neutralitzen: no hi ha aquí cap força resultant. Malgrat això aquesta neutralització mostra quelcom. En l'equilibri de la balança no hi ha moviment i es comprèn què ocorre.

La qüestió abraça un nombre molt gran de casos perquè, per exemple, els cossos damunt la Terra s'hi mantenen.

Les forces, se les mesura pels seus vessants quantitatius²⁶: quan es pressiona quelcom dues forces contràries poden neutralitzar-se mútuament, però no desapareixen o s'esvaeixen sense més malgrat que ja no pugui haver-hi motricitat. Es tracta d'una específica composició amb una resultant, que es va mantenint mentre hi ha forces.

Els cossos de la balança en equilibri no han perdut sense més de ser cossos de la Terra.

Se certifica que les forces hi són, i que aquestes forces es manifestaran tan bon punt desaparegui llur mútua neutralització. Les forces es mantenen en tots els seus equilibris i en la neutralització de canvis.

Ocorre que les situacions d'equilibri (els pesos en una balança, un individu dret, etc.), mentre fan palès que no hi ha res més, es manifesten com esdeveniments forçats, és a dir, efectes d'una contrarietat. L'equilibri és un ajustament que s'ofereix a tall d'un contrarietat provisional, d'una estabilitat relativa, amatent sempre a superar-se.

²⁶ Les forces inercials gaudeixen d'alguna singularitat: són capaces de donar raó dels efectes quantitatius de forces impreses en un altre cos, quan es tracta de forces inercials en cossos mòbils, o dels efectes quantitatius de forces impreses en el mateix cos per causa d'un altre cos.

Per això s'hi refereix forces, tensions, pesos, etc., quan no hi ha res més: pel fet que hom ho calcula fora de la neutralització, i explica l'equilibri des d'un tal càlcul. Si es vol: ho concep des de les forces que han provocat un equilibri, i que calcula que s'hi troben presents.

Les implicacions quantitatives de l'equilibri es palesen de múltiples maneres: l'equilibri de la balança de braços iguals exemplifica la igualtat de pesos, i les forces normals han de ser iguals als pesos corresponents.

La força concebent-se quantitativament des del canvi immediat i el cos, no costa pas massa d'estendre la igualtat quantitativa per a tot equilibri de forces, o la igualtat quantitativa dels moments corresponents, si és el cas.

§4. Els problemes dels manuals.

Un quadre subjectat des d'una baga ben centrada en la part superior del marc, per on passa un cordill escairat en dos trossos desiguals que el pengen d'un suport horitzontal, palesaria (menyspreant ròssecs) un tot tesat, on les tensions²⁷ i el pes s'oposarien; el pes efectiu, i les tensions, neutralitzarien els efectes cinemàtics. Això vol dir que les tensions T_1 i T_2 contrabalancen el pes, i que s'impedeixen mútuament qualsevol altre moviment.

En els problemes de tensions hi ha l'ús sistemàtic d'una concepció apresada des del tracte natural, i des de consideracions del cas. Sabem que les forces són esdeveniments contundents de la natura, i es palesen en la caiguda dels cossos, en les lectures que permeten els dinamòmetres, etc.

I moltes de les situacions descrites en llibres i manuals gaudirien d'un pressupòsit experimental que satisfaria l'exigència d'avaluar-lo com un fenomen natural.

²⁷ Parlant, per exemple, de cordes, el mòdul de la força que un punt de la corda fa sobre l'adjacent s'anomena tensió (en conjunt, si es desconsidera el pes de la corda i totes les circumstàncies de la seva confecció material, la tensió serà la mateixa arreu seva). Amb les cordes, i més enllà d'aquestes, l'equilibri del tot es pot dir tesat, en l'accepció que s'hi palesa un esdeveniment capaç de ser comprès en termes de forces.

Aquest estil de treball remuntaria al mateix Newton, per exemple, quan calculava la quantitat de moviment que hi havia abans i després del xoc entre dos pèndols deixats anar des d'una alçada determinada. Es dirà que l'experiència de Newton pressuposa que les velocitats són proporcionals a les cordes dels arcs recorreguts: no cal, però, regular-hi, i es fa obvi que no hi ha experiment que no pressuposi quelcom. La corroboració, la confirmació, experimental mai no deu voler dir sense pressupòsits, o que substitueix l'elaboració teòrica.

Agafem, per exemple, els casos múltiples en què a través d'una força F s'empeny una caixa de massa m_1 , en contacte directe amb una altra caixa m_2 , per tant s'arrosseguen les dues alhora, i es pregunta per la força que exerceix una caixa sobre l'altra (es negligeixen ròssecs).

Una solució fàcil fóra fer veure que la segona caixa exerceix una força (F_{21}) sobre la primera igual en mòdul i oposada en sentit a la força aplicada (F_{12}) sobre la segona caixa; és a dir: si $F = (m_1 + m_2)a$, llavors $F_{12} = m_2a$, i per tant $F_{21} = -m_2a$. O:

$$-F_{21} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F.$$

Àdhuc aquest tipus de problemes, que semblen meres aplicacions sobre el paper, il·lustren si més no què es comprèn per força i les condicions del manteniment de massa i de canvi de velocitat.

IV

LA FORÇA VISTA EN CONJUNT

La força esdevé quelcom prou obvi, i des del grecs s'hi ha volgut apropar amb mesures quantitatives. La mecànica prenewtoniana, abans de ser desbancada per la nova, provà una vegada i una altra d'apropar-se a l'estudi de forces i de moments.

En aquesta accepció la força pot ser considerada com a quelcom natural que fa moure els vaixells de vela, els molins, que ens fa caure a terra si saltem, que fa arrossegar quelcom, etc.

La nova manera de Newton quantifica un cos i un increment (o minva) immediat de velocitat uniforme. Es tracta d'un model formal *teòric*.

S'hi subsumeix, en la força, el que s'ha après (canvi de velocitat, centre de masses), amb les noves aportacions ideals (la massa). No s'abandona l'ideal, ni es deixa d'observar.

L'afer explicaria la dificultat de la seva consideració, que és també la conseqüència, per exemple, que l'ús heurístic del centre de gravetat remunta com a mínim a Arquímedes. Newton pressuposa dos mil anys o més d'història de la ciència.

La força es manté doncs com una noció compromesa en l'esdeveniment (cossos que canvien immediatament de velocitat uniforme) i la seva reelaboració quantitativa es fa per a comprendre'l. La força, un ideal aquí, ha demanat una tal reelaboració conjunta de canvi de velocitat i de massa, que vol reflectir genuïnament els processos naturals, i sols així ha pogut triomfar com a noció clau de la física.