

F. GRAELL I DENIEL

**A L'ENTORN DE LA PASSA
HELIOCÈNTRICA DE COPÈRNIC**

ESCRITS DE FILOSOFIA DE LA CIÈNCIA

QUADERNS DE FILOSOFIA

F. GRAELL I DENIEL

**A L'ENTORN DE LA PASSA
HELIOCÈNTRICA DE COPÈRNIC**

ESCRITS DE FILOSOFIA DE LA CIÈNCIA

44

QUADERNS DE FILOSOFIA

Barcelona 2024

2ª edició juliol 2024

[1ª edició abril 2016]

© F.Graell i Deniel

ISBN: 978-84-943607-3-2

www.dossier.xtec.graell
www.quadernsdefilosofia.cat
www.xtec.cat/~fgraell

E-mail: fgraell@xtec.cat

El web permet de baixar la còpia d'un qualsevol quadern editat.
Podeu fer ús de l'adreça electrònica per a qualsevol correspondència amb
Quaderns de Filosofia.

CONTINGUT

Pròleg a la segona edició, 6.

Presentació, 7.

I. DE L'HELIOCENTRISME I EL GEOCENTRISME.

1. La divergència copernicana, 9.

2. ¿Es pot saber com i per què hi arribà?, 12.

II. L'ORDRE DELS ORBES CELESTES, 16.

III. DEL TRIPLE MOVIMENT DE LA TERRA, 18.

IV. UN MODEL PER AL PLANETA.

1. Com el moviment propi dels planetes apareix no uniforme, 23.

V. DERIVACIONS I CORRECCIONS A PARTIR D'OBSERVAR TRES POSICIONS ACRÒNIQUES DE SATURN, 31.

1. El moviment mitjà de Saturn, 32.

2. Observacions copernicanes de Saturn, 36.

3. Derivacions de l'excentricitat de l'òrbita de Saturn i les anomalies excèntriques mitjanes $\bar{k}_1$, $\bar{k}_2$ i $\bar{k}_3$, 38.

4. Examen per a dur aquestes resultants (excentricitat i anomalies excèntriques mitjanes) a derivar els valors observats, 42.

5. El moviment de paral·laxi $[\alpha]$ en la tercera observació de Saturn, 46.

VI. EL REPTE HELIOCÈNTRIC, 52.

Pròleg a la segona edició

El text ha estat molt retocat com sigui que ha calgut corregir algunes inexactituds, àdhuc s'hi ha pogut trobar algun error. A més hi havia un cert desordre expositiu quan es parlava de Saturn abans d'una presentació del vocabulari del polonès. Després s'ha intentat de mostrar tan intuïtivament com ha estat possible els termes copernicans i les passes que segueix en l'estudi de Saturn, sabent que el text mateix del *De revolutionibus* ofereix constant dificultats, i que els estudiosos d'avui tendeixen a no seguir-lo literalment. El quadern doncs rau a lliurar una introducció a l'estil de Copèrnic per al lector encuriós, facilitant-li els seus càlculs per al planeta Saturn.

PRESENTACIÓ

La proesa aconseguida amb la revolució científica dels segles XVI i XVII començà amb la publicació del *De revolutionibus* l'any 1543, la lectura del qual ha esdevingut un motiu d'admiració per als estudiosos més enllà del seu interès per a la història de la ciència.

El present escrit espigola alguna cosa del que s'hi diu, ho lliura a tall d'un petit reconeixement a l'obra de Copèrnic sense afany de fer-ne com cal un estudi d'història de la ciència. S'encamina a oferir unes poques suggerències a propòsit del seu impacte i procura de col·locar algun ordre en la constitució dels models astronòmics més a tall d'assaig que d'aportació conclusiva de la filosofia de la ciència.

Sens dubte es tractava d'un repte: car es volia dir quelcom del pas des del geocentrisme a l'heliocentrisme. D'alguna manera l'obra de Ptolemeu i dels antics ens forneix de prou contingut per tal de començar a sospesar què és què en l'astronomia de l'època, deu haver-hi ja aquí un camp immens d'investigació i, en un cert sentit, no hi hauria cap urgència a creuar el seu llindar. Fer-ho, tanmateix, tenia també quelcom de provocador.

El lector hi trobarà alguns esments al llibre primer, el dedicat a presentar el seu projecte, i del llibre cinquè, on estudia els planetes. Perquè ha semblat que calia anar a una exemplarització del mateix estudi, en concret s'ha escollit el planeta Saturn, per tal de presentar mínimament el paisatge que s'hi té present, i a fi de fer recordar que la filosofia de la ciència suposa si més no la ciència. Que sense aquesta no hi ha cap eixamplament que faci possible aquella primera: valia la pena així de fer propera l'obra en aquest punt, justament per tal que el comentari faci avinent que el *De revolutionibus* dreça un projecte sorprenent, a pensar-lo des dels seus paràmetres.

D'altra banda, al costat dels del mateix Copèrnic en el seu treball, els esquemes gràfics de l'obra de N.M. Swerdlow i O. Neugebauer¹, sempre reproduïts dins de les notes, han estat força útils per a il·lustrar el text, i per a fer comprendre ben bé l'abast de la

¹ *Mathematical astronomy in Copernicus's De revolutionibus*, 2 vol., New York [etc.], Springer, 1984 [*Studies in the history of mathematics and physical sciences* 10].

recerca: es tracta d'una obra que mereix un especial reconeixement per molts mèrits, un dels quals rau que lliura la clarificació de cadascuna de les dades astronòmiques que Copèrnic usà, i de llur càlcul, per tant facilita què cal comprendre-hi i explicita operacions que no s'hi troben tal qual en el treball original.

D'alguna manera l'esment d'alguna cosa del *De revolutionibus* posa en contacte amb un gran fet històric i deu ser una fita que s'ha de perseguir quan apareix la preocupació per tot allò de què l'home s'ocupa, quan l'esguard al cel sembla gaudir dels seus privilegis.

I

DE L'HELIOCENTRISME I EL GEOCENTRISME

A l'hora de tenir present el pas d'un sistema a l'altre es podria admetre que la mirada de l'ésser humà sembla més aviat geocèntrica; car li plau veure el cel des de la Terra en l'accepció d'acomodar-lo al supòsit de rodejar la Terra i de situar els astres respecte d'un tal trobar-se al voltat seu. Agafem el cercle que es vulgui dels que entren a col·lació des dels antics fins a Copèrnic (l'eclíptica, l'equador celeste, el pla de l'horitzó, el meridià, el colur, etc.): s'hi constata una clara referència al nostre planeta i a l'esfera celeste talment com si tot s'hi esdevingués; les coordenades equatorials, les eclíptiques, les locals, es pensen segons aquests paràmetres: és més, tenen eficàcia per la situació en aquesta esfera, o pel canvi de la situació (pensem en el Sol, per exemple).

Potser es podria dir que el model heliocèntric del passat no es caracteritzaria tant per anar en contra del sentit comú (no li faria pas la competència i molt del que es digué en el passat formaria part més aviat d'un altre ordre d'afers), com seria en alguna accepció un producte del geocentrisme: potser no s'hi hagués arribat, ni en temps d'Aristarc ni en els de Copèrnic, sense aquest fonament primer i bàsic.

1. La divergència copernicana.

Grecs i renaixentistes haurien estat capaços de comprendre la proposta d'una Terra en moviment, mentre els textos ratificarien en qualsevol cas que de bon començament es prendrien els afers de la manera més planera.

Copèrnic, per exemple, remet – quan vol esmentar el gir diari del planeta (una conseqüència de l'assumpció de l'heliocentrisme) – a consideracions òptiques que demanen anar més enllà de la mirada perceptiva ordinària:

«Encara que entre els autors normalment s'està d'acord que la Terra s'està quieta al mig del món, fins a l'extrem que consideren inopinable i, àdhuc, ridícul pensar el contrari, amb tot, si estudiem la cosa més atentament, aquesta qüestió no semblarà pas plenament resolta i, per tant, tampoc gens menyspreable. En efecte, tot desplaçament local que s'observa, o s'esdevé per causa del moviment de la cosa observada, o del que ho veu, o per causa del desplaçament desigual de tots dos, car entre dues coses que es mouen a igual velocitat en relació amb uns mateixos punts no és percebut cap moviment, vull dir entre el que és vist i el qui ho veu. La Terra, emperò, és el lloc des d'on s'observa aquell circuit celeste i és la nostra mirada la que el reproduïx. Per tant, si suposem algun moviment de la Terra, aquest apareixerà igual, en totes les coses que estan fora (de la Terra), com si fossin mòbils que passen per davant, però en sentit contrari, tal com ho fa especialment la revolució quotidiana. En efecte, aquesta sembla arrossegar tot el món, excepte la Terra i les coses que es troben al seu voltant. Ara bé, si s'admet que el cel no participa gens d'aquest moviment, però que la Terra gira des d'occident cap a orient, si hom considera seriosament tot allò relacionat amb les eixides i postes aparents del Sol, la Lluna i els estels, es trobarà que les coses són (justament) així» (I,5)².

Es pensa-imagina diferent de com «s'hi percep». Hi ha una representació derivada que explica per què l'individu mira com ho fa.

Aquest senzill exemple palesa que l'heliocentrisme proposa una percepció enllaçada amb un model de manera que arreu «es veu» com es modelitza mentre que s'ha rectificat el que animava la mirada ordinària i geocèntrica.

L'heliocentrisme suposa una divergència, i supera una manera de copsar els afers que, en el cas de l'autor, es troba motivada, efectivament o sols argumentativament, per les dificultats que trobà en el desplegament dels models dels seus contemporanis.

² Traducció de Enrique Rodríguez Galdeano i Víctor Navarro Brotons, cf. *Nicolau Copèrnic, De les revolucions dels orbes celestes*, Institut d'Estudis Catalans/Eumo/Pòrtic, Barcelona i Vic 2000, [Clàssic de les ciències 3].

L'afer es matisa en el cas de l'admissió del moviment de translació³ perquè en tots els models l'esquema de les òrbites, especialment dels planetes, recull afegits particularitzadors. Tant en el geocentrisme com en l'heliocentrisme hi ha prou observacions, a banda d'una més gran (en el cas del Sol, de la Lluna, i d'altres) o menor certesa que segueixen un determinat cicle: al cap i a la fi, però, s'arriba a un model a través d'un seguit de consideracions geomètriques, mètriques i de tot tipus.

S'esdevé que continua essent vàlid que deu haver-hi una gradació de programes en l'accepció que una qualsevol divergència suposa superacions anteriors. La mirada geocèntrica respondria si més no a una concepció del cel, a partir de l'individu i del lloc on és, i el pas dels astres i els cicles formaria part del saber de què gaudeix pel cap baix des de l'obvietat a trobar-se aturat un mateix i el seu lloc.

Copèrnic asumeix diferentment la volta diària del cel. I també diferentment les relacions astronòmiques a partir de la translació de la Terra.

«Per tant, si la Terra fa d'altres (moviments), com, per exemple, al voltant d'un centre, caldrà que siguin d'aquells que fora de la Terra de manera semblant veiem en molts (estels⁴), entre els qual trobem el circuit anual. Ja que, si (aquest moviment) es permutés de solar a terrestre – tot i atribuint al Sol la immobilitat –, les eixides i les postes dels signes (del zodíac) i dels

³ «Ja que si algú nega que la Terra ocupa el mig o centre del món, i no declara que és tan gran la seva distancia (al centre) que fora comparable amb (la de) l'esfera dels estels fixos, però (pensa) que és molt gran i perceptible (l'esmentada distància) en relació amb els orbes del Sol i dels altres planetes; si, a més, pensa que, per això, es veuen diferents els moviments de tots ells, perquè estan ordenats entorn a un altre centre, que no fóra pas el de la Terra, tal vegada podria donar una explicació aprofitable dels diversos moviments aparents. El fet que els mateixos planetes (de vegades) es veuen més prop de la Terra i (d'altres vegades) més lluny, demostra necessàriament que el centre de la Terra no és el mateix centre de llurs cercles. Tampoc no consta si és la Terra la que s'apropa i s'allunya d'aquells o aquells de la Terra. I no fóra pas tan estrany, si algú imaginés algun altre moviment de la Terra a part d'aquella revolució quotidiana» (I,5).

⁴⁴ És a dir, astres.

estels fixos, gràcies als quals esdevenen matinals o vespertins, se seguiran veient de la mateixa manera; així mateix, les estacions, retrogradacions i progressions no s'interpretaran com un moviment d'aquells, sinó de la Terra, que ells li prenen amb les seves aparences. Finalment, es considerarà que el Sol mateix ocupa el centre del món. Tot això ens ho mostra la raó de l'ordre amb què aquells fenòmens segueixen l'un a l'altre, i l'harmonia (en conjunt) de tot el món, simplement contemplant la realitat mateixa (com diuen) amb els dos ulls» (I,9).

2.¿Es pot saber com i per què hi arribà?

S'ha debatut molt a propòsit de la conversió heliocèntrica de Copèrnic: de com hi arribà i de per què l'assumí. Una lectura ràpida d'algunes parts podria apuntar per què considerà oportú i escaient de proposar el canvi de model.

Si més no el prefaci dedicat a Pau III esmenta la insatisfacció dels varis treballs astronòmics geocèntrics pel fet que no permeten de fixar com cal la llargada de l'any, i pel fet mateix de llur diversitat (enumera les esferes homocèntriques, els epicicles i els excèntrics), amb la circumstància d'introduir cadascun pel seu cantó elements heterogenis als seus propis pressupòsits harmonitzadors tot fent un conjunt heteròclit. Per exemple,

«els qui imaginaren els excèntrics, encara que semblen haver resolt la major part dels moviments aparents amb càlculs que els són congruents, també hagueren d'admetre entremig moltes coses que semblen oposar-se als primers principis sobre la uniformitat del moviment. A més, no foren capaços de descobrir o deduir d'aquells pressupòsit la cosa més important, o sia, la forma del món i la simetria exacta de les seves parts».

Aquest desencís, i l'exemple d'alguns autors grecs, el portaren a assumir uns nous principis que, segons l'autor, convenen a les parts i al tot i en fan un global on cal no pertorbar cap part perquè llavors s'alteraria el tot, mentre el conjunt s'acorda amb les observacions.

L'autor se'n sent satisfet tot i estar predisposat a admetre una qualsevol crítica fundada. Certament el *De revolutionibus* es troba força lluny de les referències del prefaci d'Osiander, que volgué

aigualir l'adhesió de Copèrnic a l'heliocentrisme. Però el lector s'adona que no hi ha diletantisme, sinó la defensa de quelcom que s'adequa a les observacions dels astres que es mouen i amb més uniformitat de principis⁵.

Precisament l'aparició del treball oferia prou detalls explicatius i molts encerts parcials – s'hi mostra la resultant de moltes hores de constància i de càlcul: el *De revolutionibus* – deixant la seva originalitat i el fet que permet d'explicar els esdeveniments astronòmics ordinaris – fa palès una eficàcia que permet prendre's seriosament el model que proposa.

Alhora deixava interrogants i dificultats de tota índole.

Els dubtes de Copèrnic de publicar o no el llibre confirmarien més aviat tot plegat, i el fet que prou coneguts l'animessin a fer-ho reblaria potser que els factors circumstancials ajudarien de vegades a explicar afers que han tingut una importància cabdal.

¿Va arribar-hi a través de la lectura dels filòsofs antics? ¿Deu a Aristarc de Samos la idea primera? ¿O va assumir l'heliocentrisme directament des de Ptolemeu? ¿Ho va fer a partir del comportament de Venus i Mercuri (cf. més avall)? ¿De les diferències d'esclat de Mart? ¿Pel fet que el període de revolució del Sol i el dels centres dels epicicles (és a dir, del deferent) dels planetes inferiors tenen el mateix període, un any, i que el període de revolució dels superiors sobre els seus epicicles és igual al període sinòdic, és a dir, al del temps entre dues oposicions successives del Sol (tot plegat suggerint la projecció de l'òrbita de la Terra)? El lector trobarà suggerents respostes en els molts estudiosos del *De revolutionibus*.

⁵ Entre les referències varies fem notar (cf., per exemple, I,6) la contundència que s'hi troba en la imatge grega que la Terra al costat del cel és un punt: car s'hi insisteix, en la magnitud infinita (això és, molt gran) del cel, que la comparació es troba entre el finit i l'infinit, raó de més per a no fer girar el cel cada vint-i-quatre hores.

I si la Terra no està en el centre del món, la seva distància a aquest centre és incomparable sobretot en relació a l'esfera de les estrelles fixes, que es trobarien molt més allunyades.

Swerdlow, per exemple, estima que des del 1510 Copèrnic estaria interessat que, en una teoria planetària, la representació dels moviments aparents hi fos present a través de moviments circulars uniformes, un principi que Ptolemeu no respecta, que tanmateix seria vàlid a efectes del càlcul. Aquest interès pel moviment circular uniforme tindria una connexió amb els mateixos problemes físics que guiaven els astrònoms de Marāgha, i no pas amb cap observació. Copèrnic hauria estat treballant des de llavors en un model alternatiu excèntric de la segona anomalia (el moviment no uniforme aparent dels planetes per causa del moviment de la Terra) que Ptolemeu tracta breument a *Almagest* XII,1, i que Regiomontanus descriu en detall a *Epitome* (1498) XII,1-2. El model, en les dues formes descrites per aquest per als planetes superiors i inferiors, mena respectivament a una forma tychiana i copernicana de la teoria heliocèntrica. Copèrnic s'hauria decantat per la seva perquè la solidesa de les esferes planetàries feia impossible l'altra (l'òrbita de Mart interseca la del Sol).

Fins aquí com hi arriba. Però, per què cregué que era la representació vertadera del sistema planetari? Doncs [cf. I,10 i el *Commentariolus*] perquè la defensa que l'equació d'anomalia [cf. més avall la nota 11, representat per c] mostrava la raó del radi de l'òrbita del planeta i del de l'òrbita de la Terra era una assumptió sensata, i feia que hi hagués un tot on les parts no poden ser rearranjades arbitràriament (en Ptolemeu és ben bé així). Alguns trets del model planetari no s'expliquen en la geocentrisme, però es comprenen com a conseqüència necessària de la transformació de l'heliocentrisme al geocentrisme: per què el radi dels epicicles dels planetes superiors roman paral·lel a la direcció de la Terra al Sol mitjà; per què els centres dels epicicles dels planetes inferiors estan en la direcció del Sol mitjà; per què els planetes més propers a la Terra (Mart i Venus) tenen períodes sinòdics mes llargs, més llargs períodes d'invisibilitat (almenys Mart), més gran equació d'anomalia (és a dir, relativament mes grans epicicles), i més gran arc de retrogressió, que els planetes més allunyats de l'òrbita de la Terra, Júpiter i Saturn.

Swerdlow conclou: «La seva tasca, tanmateix, es veié limitada en gran part perquè la seva intenció fou la de derivar paràmetres per als models ja trobats, o com es va veure després, lleus modificacions seves, i no la de determinar, sobre la base d'observacions, quins models eren de fet apropiats al moviment del planetes, tal i com Ptolemeu ho féu i Kepler ho faria més tard. Això, naturalment, és la limitació que podria anomenar-se, per a manllevar la frase de Kepler, de representar més Ptolemeu que la natura, i mentre estalvia a Copèrnic una bona quantitat de problemes, també preludia

el seu anar més enllà de Ptolemeu cap a una comprensió més profunda de la teoria planetària i una més gran precisió en la representació dels moviments aparents»⁶.

⁶ *Mathematical astronomy*, I pàg.64; cf.pàgs.54-64..

II

L'ORDRE DELS ORBES CELESTES

L'individu del segle XXI, amb tantes dificultats per a observar el cel d'una qualsevol manera, s'admira de les troballes antigues a propòsit dels planetes, la seva caracterització (no centellegen, canvien el lloc), el seu seguiment, la conjectura que retornen al cap d'un temps a una posició, el supòsit que consegüentment segueixen òrbites curvilínies tancades (que no hi ha manera d'observar), i la distribució del seu ordre pels períodes d'acord amb el principi òptic que diu que allò que està més lluny sembla córrer més a poc a poc, i tarda més a fer una òrbita més gran, etc.

La fascinació no lleva que s'hi trobi atreviment quan les dades agombolades per generacions d'observadors no bastarien, sembla, per a bastir òrbites i ordre. Però llavors s'afegeix que la certesa d'òrbites i del seu ordre no prové tant del que s'hi lliura, en l'espectacle perceptiu, com del fet que es pot mantenir el que s'hi representa mentre es fan nous progressos sense que aparegui una sospita que fes inviable aquella exposició.

Des d'aquest punt de mira el càlcul de les distàncies relatives de les òrbites respecte del radi de la Terra es fa rellevant, és conseqüència dels punts anteriors i alhora permet el repàs coherent a propòsit de les part ocupades o lliures.

Copèrnic discuteix en efecte on es troben les òrbites de Mercuri i de Venus (¿després del Sol? ¿abans? ¿el Sol enmig?), l'existència o no de fases, en aquests planetes, la possibilitat que eclipsin el Sol o no, que tinguin llum pròpia o no. I afegeix:

«Com n'és d'inconsistent aquella argumentació de Ptolemeu, segons la qual caldria posar el Sol al mig, entre (d'una banda) els astres que per tots costats se n'allunyen, del Sol, i (de l'altra) els que no se n'allunyen, resulta palès pel fet que la Lluna mateixa, sempre se n'allunya en tots sentits. Ara bé, aquells que posen Venus i després Mercuri sota el Sol, o bé els distribueixen amb un altre ordre, quina causa al·legaran pel fet que no facin llurs circuits independents i diferents del Sol, com la resta dels estels errants, si realment el criteri de la velocitat i la lentitud no ens dóna un ordre [dels planetes] fals?» (I,10).

Mercuri i Venus – tal i com han defensat alguns autors – deuen doncs girar al voltant del Sol. Per tant:

«Si, aprofitant l'ocasió, hom refereix també Saturn, Júpiter i Mart a aquell mateix centre, no anirà errat, sempre que hom suposi una magnitud dels seus orbes tan gran, que incloguin i englobin dintre seu la Terra, tal com ho manifesta l'ordre canònic del seus moviments. En efecte, és sabut que estan sempre més pròxims a la Terra a l'hora de l'eixida vespertina, és a dir, quan se situen en oposició al Sol, i la Terra està entre el Sol i aquells; i que, d'altra banda, es troben en el punt més llunyà de la Terra al temps de la posta vespertina, quan s'amaguen prop del Sol, o sia, tot el temps que entre ells i la Terra hi tenim el Sol. Fets que bé prou ens mostren que el seu centre pertany mes aviat al Sol, i que és el mateix (centre) entorn al qual també Venus i Mercuri realitzen les seves revolucions» (I,10).

La Terra ocuparia llavors l'espai que queda entre Venus i Mart, en una nova òrbita al voltant del Sol (i afers, com per exemple la precessió, passarien al moviment de la Terra).

La Lluna formaria amb la Terra un tot fora de discussió: s'hi troba molt a prop, està d'acord amb el seu període, hi ha prou espai per a encabir-la.

L'autor esmenta de nou i més d'una vegada la immensa distància dels estels fixos per a justificar que no n'hi hagi canvi de perspectiva al llarg de l'any.

Amb tot això dibuixa un món amb simetria i s'introdueix harmonia entre el moviment i la grandària de les òrbites. Copèrnic fa valer la capacitat de comprendre les progressions i les retrogressions, d'explicar per què es veuen diferents els planetes en temps diversos, en especial per què Mart, quan dura tota la nit, sembla tan gran com Júpiter (amb el seu aspecte rogenc) mentre que en d'altres ocasions costa trobar-lo entre els estels. Tot té la mateixa causa: el moviment de la Terra i dels altres planetes.

III

DEL TRIPLE MOVIMENT DE LA TERRA

De revolutionibus I,11 contraposa per tres vegades la representació geocèntrica dels fenòmens celestes i la nova interpretació heliocèntrica.

Val la pena de portar a col·lació la consideració modèlica. Car el text de Copèrnic permet d'insistir que, en cada passa, s'hi troba assenyalat allò representatiu que explica, i allò explicat. Citem les paraules de l'autor que ho palesin a propòsit dels tres moviments de la Terra:

«En conjunt, cal que admetem un triple (moviment): el primer, el que hem dit ja, que els grecs anomenaven *νυχθημερινός*, és a dir, el circuit propi del dia i de la nit, que es realitza al voltant de l'eix de la Terra, des de l'occident cap a l'orient, igual que hom pensa que el món es mou en el sentit invers, i descriu el cercle equinoccial, que alguns anomenen també “equidial”, imitant el que els grecs volen dir amb el terme *ινημερινός*.

El segon és el moviment anual del centre, que descriu el cercle dels signes (del zodíac) al voltant del Sol, de manera semblant des de l'occident vers l'orient, o sia, en sentit directe, fent, com ja diguérem, el seu curs entre Venus i Mart, junt amb tots els cossos que li corresponen. D'això en resulta que el Sol mateix sembli recórrer el zodíac amb un moviment similar; com, per exemple, quan el centre de la Terra travessa Capricorn, el Sol sembla que travessi Cranc; quan la Terra passa per l'Aquari el Sol sembla en Lleó, i així successivament, com dèiem abans. Cal saber que l'equador i l'eix de la Terra, en relació amb aquest cercle que passa pel mig dels signes (del zodíac) i el seu pla, tenen una inclinació variable. Car si romanguessin fixos i no seguissin més que simplement el moviment del centre, no esdevindria cap desigualtat dels dies i les nits, sinó que sempre, tant si (fos) el solstici d'estiu o d'hivern, o l'equinocci, o l'estiu o l'hivern, o qualsevol estació, la distribució del temps romandria idèntica i seria la mateixa. Se'n dedueix, per tant, d'això un tercer moviment, el de la declinació⁷, també amb una revolució anual, però al revés de l'ordre del signes, és a dir, que es fa en

⁷ Moviment per a mantenir l'eix de la Terra sempre en la mateixa direcció. Aviat es trobà innecessari: Kepler ja no l'admetia.

sentit contrari al moviment del centre. Així, amb aquests dos moviments quasi iguals entre si i oposats mútuament, succeeix que l'eix de la Terra i, en aquest, el més gran dels paral·lels, l'equador, s'orienten pràcticament cap a la mateixa part del món, com si romanguessin immòbils. El Sol, mentrestant, se'l veu desplaçar-se per l'obliquïtat de l'eclíptica amb aquell moviment que fa el centre de la Terra, exactament com si aquest fos el mateix centre del món, fet que és fàcil d'entendre sempre que tinguis present que la distància entre el Sol i la Terra, en relació amb l'esfera dels estels fixos, ens resulta imperceptible»

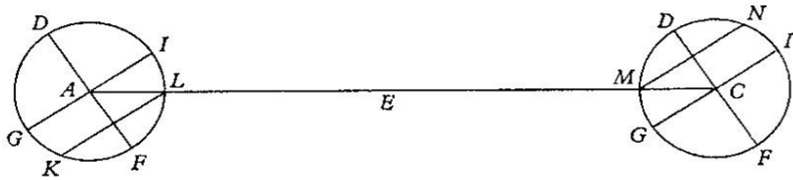
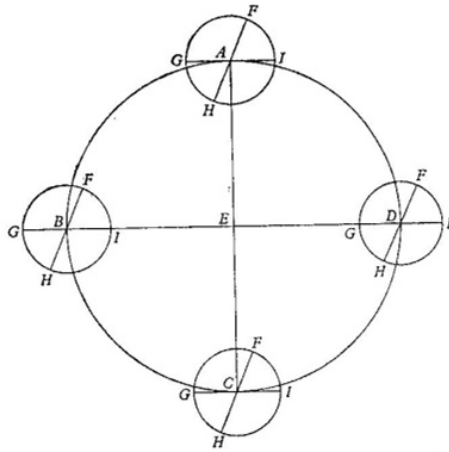
S'hi troba quelcom més que l'obvietat d'explicar l'heliocentrisme els fenòmens observats. La important ponderació del que es percep o s'hi imagina és reblada per l'afirmació que afegeix tot seguit (i que repeteix en d'altres llocs):

«Essent, doncs, aquestes coses així, que més necessiten ser presentades als ulls que no pas contades, descriguem el cercle *a,b,c,d...*».

I llavors resol amb gràfics com el Sol passa pel zodíac, el transcurs de les estacions i el canvi en la durada del dia i de la nit gràcies als dos últims moviments, i acaba dient:

«És clar, doncs, com en concórrer entre si dos moviments, vull dir, el del centre i el de la inclinació, fan que l'eix de la Terra romangui en la mateixa inclinació i en idèntica posició, i com tots fan la impressió de ser moviments solars».

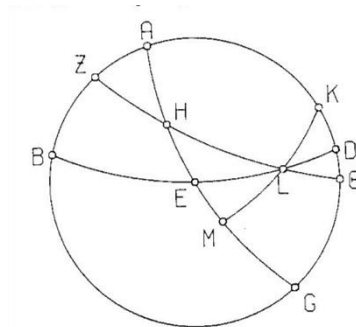
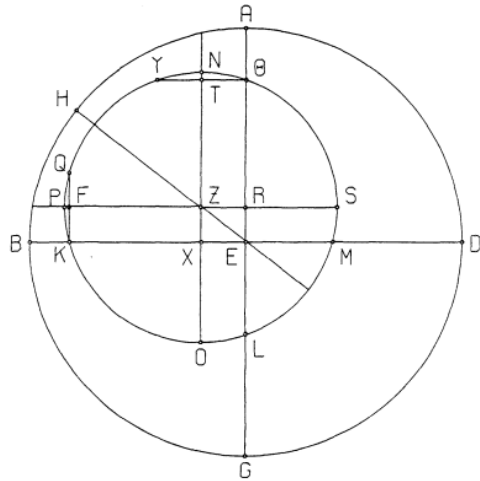
Visualitzant l'explicació de les estacions, del pas del Sol per l'eclíptica, i la durada vària del dia i de la nit, lliura:



Imatge superior: E (el Sol), ABCD (l'òrbita de la Terra), FH (eix de la Terra). A el principi de Cranc, D el d'Àries, C el de Capricorn, B el de Balança.

Imatge inferior: E (el Sol), DGFI (la Terra), DF (l'eix de la Terra), GI (equador), KL (tròpic de Capricorn), MN (tròpic de Càncer).

Se suposa l'assumpció d'observacions, temptatives, esquemes, representacions auxiliars, i que s'hauria necessitat superar afers, per exemple, del tall dels següents [extrets de l'*Almagest*]:



Imatge superior: E (la Terra), $NPOS$ (projecció de l'òrbita del Sol), $ABGD$ (cercle eclíptic), A (equinocci de primavera), B (solstici d'estiu).

Imatge inferior: $ABGD$ (meridià), BED (horitzó), AEG (equador), $ZH\theta$ (eclíptica), H (equinocci de primavera), K (pol nord de l'equador).

Si més no el que resta dels treballs grecs exemplaritzava l'esforç geomètric i representatiu per a ajustar-hi els models.

En efecte el progrés del coneixement de la ciència depèn d'alguna sistematització de resultants, mentre les exigències són varies d'acord amb els projectes individuals. Si més no el filòsof s'obliga en

gairebé tots els camps a provar de no acceptar allò que no entrelluca amb una certa elementalitat, o que mereix encara alguna explicació.

IV

UN MODEL PER AL PLANETA

L'obra de Copèrnic fascina per una munió d'afers, un dels quals rau en el llibre cinquè, dedicat als planetes.

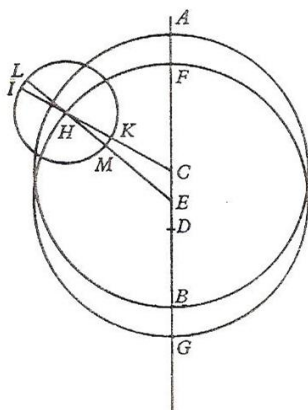
Perquè l'explicació dels moviments que apareixen en cadascun mostra la validesa del model heliocèntric per a desembellar les complexitats de les situacions dels astres errants, per a fer aflorar la raó de les estacions, progressions i regressions, i per a superar el centrisme de la Terra pel del Sol.

Car el moviment que anomena moviment de commutació (l'angle representat per $\tilde{\alpha}$ a la nota 12) es deu al trasllat de la Terra per l'òrbita, el qual se suma al moviment propi del planeta respecte del Sol. Per això sols s'observa la posició vertadera de Saturn, Júpter i Mart quan són visibles en posició acrònica, és a dir, en oposició al Sol (l'astre neix quan el Sol es pon o es pon quan el Sol surt): Mercuri i Venus, altrament, no es veuen en aquesta posició per trobar-se en conjunció amb el Sol, i per això mai no es troben sense commutació.

Fem un cop d'ull doncs al conjunt modèlic de Copèrnic, i després ho estudiarem una mica a propòsit d'un dels planetes; per exemple, els moviments de Saturn, el més llunyà dels coneguts en l'època.

1. Com el moviment propi dels planetes apareix no uniforme.

Saturn, i els altres planetes, ofereix irregularitats aparents. Copèrnic lliura un esbós del model que proposaren els antics (V,2) [seria més o menys un model ptolemaic per a **l'anomalia primera o zodiacal**, és a dir, aquella provocada pel fet que els planetes no segueixen cercles perfecte, sinó, dirà Kepler, el·lipses].



AB (primer cercle excèntric amb centre en *C*), *D* (Terra), *E* (punt mitjà entre *C* i *D*), *FG* (segon cercle excèntric amb centre en *E*), *IK* (epicicle amb centre en *H*, del cercle *FG*).

Tot giraria al voltant del punt *D* d'acord amb el moviment diari de l'esfera dels estels fixos; la hipòtesi afegiria que els punts *C* i *E* s'hi trobarien inalterables, respecte d'aquella esfera, mentre l'epicicle es mouria cap a l'est sobre el segon cercle excèntric *FHG*, però regulat per la línia *IHC* (*C* és el centre del primer excèntric), amb referència a la qual el planeta gira uniformement per l'epicicle⁸.

Ara bé, afegeix Copèrnic, el moviment de l'epicicle hauria de ser uniforme respecte el punt *E*, centre del seu deferent, i la revolució del planeta hauria de ser uniforme respecte de la línia *LME*⁹.

Per tant el moviment circular té un moviment uniforme respecte d'un centre que no és el propi, cosa que creu que no hauria de ser.

Copèrnic esmenta que tot això l'inclinà a considerar el moviment de la Terra, i d'altres mitjans, per a preservar el moviment uniforme i els principis de la ciència¹⁰.

⁸ És a dir, la velocitat angular que segueix la línia *IHC* és uniforme.

⁹ La velocitat angular que seguiria la línia *LME* seria uniforme.

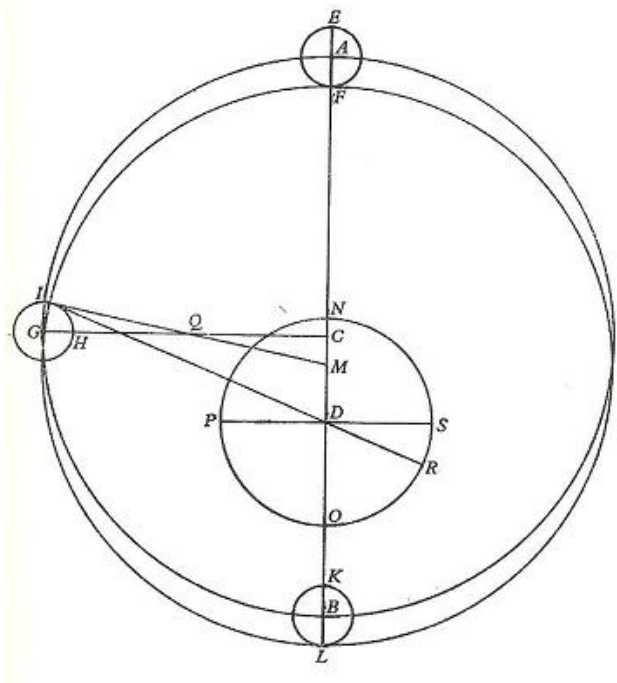
¹⁰ En efecte Copèrnic voldrà que l'epicicle giri uniformement i alhora el seu centre giri també uniformement al voltant del centre del deferent, i no uniformement respecte del que els medievals anomenaren equant (*punctum* 24

De primer (V,3) ofereix l'explicació general de la no uniformitat dels planetes aparent per causa del moviment de la Terra [seria el model per a **l'anomalia segona o solar dels planetes**], i per la qual – és prou sabut – fa comprendre les seves estacions i retrogressions. Aquests fenòmens, comenta, feren que els antics afegissin un epicicle per a cada planeta a fi d'explicar-los, quan tots succeeixen per causa del moviment de la Terra.

Passa doncs (V,4) a lliurar el model seu [per a l'anomalia primera] dels quatre planetes – deixant Mercuri (el moviment en longitud del qual s'ha d'estudiar a part) – pel fet que cal comprendre que la seva no uniformitat pot resoldre's a partir de moviments uniformes de dos excèntrics, o d'un epicicle i d'un excèntric, o de dos epicicles.

aequans). Val la pena d'esmentar que N.M.Swerdlow i O.Neugebauer precisen que «*considerat històricament les seves observacions són d'un interès considerable perquè eren també la motivació de les innovacions principals en la teoria planetària tardomedieval. Les objeccions poden resumir-se en el principi que, en la mesura que es creu que els moviments dels cossos celestes són controlats per la rotació d'esferes materials, només són físicament possibles rotacions uniformes sobre eixos diametral. Les objeccions tenen així una base més física o mecànica que merament filosòfica*» (ídem, I pàgs.293-294).

En especial porten a col·lació aquí al-Haytam, els astrònoms de l'observatori de Marāgha (Iran) dels segles XIII i XIV, i d'altres, com els autors els principis dels quals Copèrnic seguiria modificant-ne sols alguns paràmetres numèrics (cf. també dalt: *¿Es pot saber com i per què hi arribà?*).



AB (cercle excèntric amb centre *C*), *A* (àpside superior), *B* (àpside inferior), *NP* (cercle de l'òrbita de la Terra amb centre *D*), *EF* (epicicle de radi *AF* igual a $1/3 CD = CM$), *FL* (cercle excèntric amb centre *M*).

El planeta es troba a F i el centre de l'epicicle es mou cap a l'est (cap a l'esquerra de lector); el moviment del planeta damunt de l'epicicle se li suma o se li resta a l'anterior, segons si el deferent recorre l'hemicicle de l'oest (el de la dreta del lector) o el de l'est; el planeta gira recurrent l'òrbita de l'epicicle el mateix arc que el seu centre (per tant de l'epicicle) recorre sobre el deferent.

Fent $CM = 1/3 CD$, $AF = CM$, i traçant IM , GC (suposat el planeta a I), és fàcil de demostrar que $IM > CG$. Però $FM = ML = AC = CG$, talment com si hi hagués un cercle FL igual al cercle AB , i que intersecarà la línia IM . Es pot anar resseguint el raonament per a les altres posicions: hem dit que, en l'àpside superior del deferent, el planeta es troba a F , en l'inferior a L , etc.

Per tant el moviment uniforme de l'epicicle en l'excèntric, i el del planeta en l'epicicle, fan que el planeta no descrigui un cercle perfecte, però – com afegeix Copèrnic – gairebé ho és¹¹.

Traçant ara IDR , i PDS paral·lela a CG , IDR serà la línia recta del **moviment vertader (o aparent) del planeta**, i la línia GC la del seu **moviment uniforme mitjà**: la Terra a R es trobarà a la distància més gran del planeta, a S a la distància mitjana més gran.

$\widehat{RDS}$ o $\widehat{IDP}$ serà la diferència entre els dos, el moviment uniforme i l' aparent, per tant també la diferència entre $\widehat{ACG}$ i $\widehat{CDI}$.

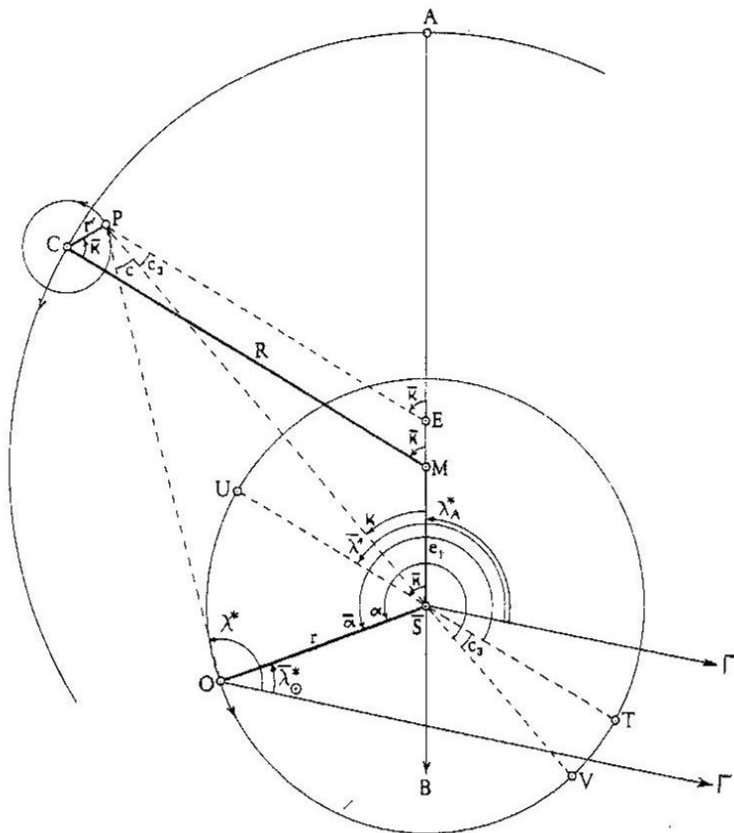
Aquest model li basta per als fenòmens. El prefereix al d'un deferent concèntric amb D com a centre, en el qual s'hi trobaria un epicicle amb radi CD , amb un nou epicicle on gira el planeta, perquè el punt D on es troba el Sol pateix algun canvi, com ho ha mostrat a III,20¹².

¹¹ La intenció fóra llavors la següent: el deferent AB amb centre a C i l'epicicle basten per a obtenir una òrbita quasi circular, amb l'avantatge que el moviment angular del centre de l'epicicle és uniforme respecte del centre del deferent (l'angle ACG creix/decreix uniformement d'acord amb el que hem dit abans).

¹² Val la pena en aquest punt de presentar succintament la terminologia de Copèrnic (que alhora és molt de l'època) a propòsit de les referències astronòmiques, i serà prou útil aquí agafar un del gràfics lliurats per N.M.Swerdlow i O.Neugebauer (cf. ídem, I pàgs.300-301; II pàg.622), on apareix la Terra a O com a punt d'observació (amb Γ s'assenyala γ d'Àries), el planeta es troba a P i té C com el centre del seu epicicle, i on es pot exemplificar la terminologia i per tant la de les quantitats que es troben en joc.

$\bar{\lambda}_{\odot}^*$ – *locus solis medius, medius motus solis*: posició mitjana o longitud mitjana del Sol, moviment mitjà del Sol, sempre entès com a longitud mitjana “simple” o sideral; és a dir, on és el Sol respecte de γ d'Àries.

$\bar{\lambda}^*$ – *medius motus, motus proprius, locus medius, locus aequalis*: moviment o longitud mitjans siderals del planeta; és a dir, on seria el planeta – si sols es considerés el seu moviment o posició mitjans – respecte de γ d'Àries.



28

$\bar{k}$ – *anomalía eccentrici*: anomalia excèntrica mitjana $\bar{k} = \bar{\lambda}^* - \lambda_A^*$; és a dir, la longitud mitjana del planeta menys la longitud de l'apogeu, per tant és una altra manera de mesurar la longitud mitjana del planeta: la posició mitjana o el moviment mitjà del planeta des de l'apogeu; tant $\bar{\lambda}^*$ com $\bar{k}$ suposen el rerefons de l'anomalia primera mitjana (la que es deu al deferent – l'excèntric – i a l'epicicle), i caldrà corregir-les. L'anomalia excèntrica és un exponent que el centre de l'epicicle del planeta no gira al voltant de $\bar{S}$ com a centre, sinó al voltant de M (que correspon al centre C en el gràfic anterior de Copèrnic).

c_3 – *prosthaphaeresis eccentrici, aequatio eccentrici*: equació de centre; el planeta no es troba en la direcció de $U\bar{S}$, sinó de $P\bar{S}$, per tant cal sumar (o aquí restar) un angle c_3 a l'anomalia mitjana $\bar{k}$ per tal de trobar l'anomalia excèntrica corregida k . La correcció s'anomena «equació de centre», pel terme medieval «centre» aplicat a l'anomalia excèntrica.

k – *anomalía eccentrici aequata*: anomalia excèntrica corregida $k = \bar{k} - c_3$ [la diferència $\bar{k} - k$ és positiva per a $\bar{k} \leq 180^\circ$ i negativa per a $\bar{k} \geq 180^\circ$].

M – *centrum circuli eccentrici, centrum eccentrici*: centre de l'excèntric (el centre C en el gràfic de Copèrnic).

E – Copèrnic no té cap nom per a l'equant, però es refereix al cercle de radi R descrit al voltant E com el “cercle excèntric on es considera que el planeta es mou simplement i uniformement”: en el gràfic de Copèrnic, en el *De revolutionibus*, no hi apareix perquè precisament retreu aquest fet als antics, i seria el punt C , centre del cercle AB , del gràfic lliurat dalt a pàg. 24, del gràfic que lliura de Ptolemeu.

T – *apogaeus commutationis, apogaeus orbis*: el punt de l'òrbita de la Terra que es troba en la línia que passa per $\bar{S}$ paral·lela a EP i MC , que correspon a l'apogeu mitjà de l'epicicle en el model de Ptolemeu [punt I del gràfic de la pàgina 24]; en el model de Copèrnic, si es considera que l'anomalia excèntrica mitjana faria que el planeta es trobés en la direcció $U\bar{S}$, llavors T representa el punt de l'òrbita de la Terra més llunyà.

U – perigaeus orbis: el punt de l'òrbita de la Terra corresponent al perigeu mitjà de l'epicicle en el model de Ptolemeu [punt K del gràfic de la pàgina 24].

V – versus apogaeus orbis: el punt de l'òrbita de la Terra que es troba en la direcció de $P\bar{S}$ allargada per a trobar l'òrbita, que correspon (sense ser exactament el mateix) a l'apogeu vertader de l'epicicle en el model de Ptolemeu (el punt *L* del gràfic de la pàgina 24); en el model de Copèrnic el punt més allunyat vertaderament de l'òrbita de la Terra respecte d'una posició del planeta.

$\bar{\alpha}$ – *anomalía commutationis, motus commutationis*: anomalia o moviment de commutació, un terme que Copèrnic usa com a equivalent del grec $\pi\alpha\rho\acute{\alpha}\lambda\lambda\alpha\varsigma\iota\varsigma$; aquí és l'anomalia mitjana $\bar{\alpha} = \bar{\lambda}_{\odot}^* - \bar{\lambda}^*$, o arc *TO*, per als planetes superior; $\bar{\alpha} = \bar{\lambda}^* - \bar{\lambda}_{\odot}^*$ per als planetes inferiors. Per tant es deu a la segona anomalia (cf. nota 14), o anomalia solar, dels planetes, la provocada pel moviment de la Terra respecte de la resta dels planetes, en el gràfic incloent-hi els angles deguts al moviment mitjà del planeta.

En el gràfic anterior basta perllongar en sentit contrari el raig superior que va cap a *I* per a adonar-se que $\bar{\lambda}^* + \bar{\alpha} = 360^{\circ} + \bar{\lambda}_{\odot}^*$.

El sentit d'aquesta anomalia rau a determinar, respecte de la línia del moviment mitjà del planeta (Saturn, per exemple), que és $U\bar{S}T$, l'arc *TO*. Es pot comprovar tot això a la nota 14.

Com diu Copèrnic (V.1) el nom de moviment de commutació prové del fet que és el que fa aparèixer les estacions, les progressions i les retrogressions en els planetes a causa de la commutació que produeix el moviment de la Terra.

α – *anomalía commutationis aequata or coaequata*: anomalia corregida $\alpha = \bar{\alpha} + c_3$, és a dir, l'arc *VO*. El planeta no es troba en la línia $U\bar{S}T$, sinó en la línia *PSV*. La longitud mitjana $\bar{\lambda}^*$ ja inclou c_3 , i l'anomalia corregida α afegeix c_3 . Notem que es va cercant tot això perquè es vol estudiar una colla de dades del, i des del, planeta que es considera, no des d'una perspectiva única de la Terra.

c – prosthaphaeresis commutationis, commutatio, parallaxis orbis: l'equació de l'anomalia, és a dir, l'angle en el punt del planeta subtendit pel radi de l'òrbita anual de la Terra, d'aquí el terme *parallaxis orbis*. L'observador no

V

DERIVACIONS I CORRECCIONS A PARTIR D'OBSERVAR TRES POSICIONS ACRÒNIQUES DE SATURN

No sembla difícil de ponderar que els procediments d'aquest treball extraordinari palesen que es fa a partir dels supòsits del seu temps, en l'accepció que responen a les tècniques d'observació dels seus contemporanis i als mitjans interpretatius que ensenyaren.

El primer dels planetes estudiats en el *De revolutionibus* és Saturn, i ho fa, és clar, tenint en compte l'explicació general de la no uniformitat aparent seguida del planeta causada pel moviment de la Terra, i també d'acord amb la modelització d'un excèntric amb un epicicle.

Emprèn doncs la tasca de provar el seu model per al planeta, i ho fa prenent tres observacions acròniques de Saturn (l'astre surt quan el Sol es pon o es pon quan el sol surt: llavors no hi ha paral·laxi). De quina manera pot el model ajudar a fer comprendre les observacions fetes amb l'armil·lar i, si cal, rectificar algun dels seus supòsits?

Copèrnic ho estudia per a dues tandes de tres observacions: tres oposicions observades per Ptolemeu (*Almagest* XI,5), i tres més fetes per ell mateix. Primerament assaja d'assumir els valors deduïts per Ptolemeu i de fer-los explicar a partir del model que ha proposat (*De revolutionibus* V,5). Tanmateix abandonà aquests càlculs dels moviments de l'astre perquè diferien molt dels del seu temps, i no era fàcil

és a $\bar{S}$, sinó a O . Certament sols es pot deduir a partir de l'observació de la longitud vertadera (λ^*) i de calcular l'angle que fa PS respecte de l'origen de longituds (γ d'Àries), és a dir $\bar{\lambda}^*$ corregida per c_3 . Per tant $c = \lambda^* - (\bar{\lambda}^* +) [c_3$ en la posició del gràfic és negativa, $c_3 = k - \bar{k}$ és negativa per a $\bar{k} \leq 180^\circ$ i positiva per a $k \geq 180^\circ]$. En efecte basta de traçar la paral·lela a PO per $\bar{S}$ per a comprovar-ho.

λ^* – locus verus, locus apparens: longitud vertadera o aparent sidereal del planeta. En l'exemple de Saturn Copèrnic l'estableix per observació, i seria la longitud geocèntrica (de Saturn), i tenim $\lambda^* = \bar{\lambda}^* + c + c_3$ [c i c_3 negatives en el gràfic].

de saber on es trobava l'error. Per això ofereix tres noves observacions, d'on dedueix valors del moviment del planeta, i que permeten ajustar el model.

1. El moviment mitjà de Saturn $\bar{\lambda}^*$ (*De revolutionibus* V,1).

En els planetes, hi apareix dos moviments en longitud diferents: un és degut al moviment de la Terra al voltant del Sol, que s'anomena moviment de commutació perquè és el que fa semblar que els planetes tinguin estacions, progressions i retrogressions. El planeta sembla fer-ho, no perquè no avanci amb el seu moviment, sinó que apareix a causa de la commutació que produeix el moviment de la Terra. L'altre és el d'avenç del propi planeta.

Per tant sols es pot saber la posició autèntica de Saturn, per exemple, quan es fa visible en posició acrònica: llavors no hi ha commutació.

Tot això depèn de cada planeta respecte de la Terra amb la consegüent diversitat de períodes de commutació en cada planeta: per això els antics van veure que eren desiguals els moviments dels planetes, mentre tenien àpsides de cercles, a partir dels qual recomençava la seva irregularitat, àpsides que cregueren inamovibles. Per això van començar a estudiar els seus moviments mitjans i els seus períodes regulars.

Com es calcula doncs el moviment mitjà d'un planeta? Cal seguir els antics; observaren que al cap d'un temps els astres errants tornaven a una posició:

«Perquè quan tingueren el record del lloc del planeta a una distància precisa del Sol i d'un estel fix, i aprengueren que després d'un interval de temps el planeta havia arribat al mateix lloc a una distància similar del Sol, el planeta semblava haver transcorregut per tota la seva irregularitat i haver retornat en tots els aspectes a la relació primera amb la Terra. Així, per mitjà del temps intervingut computaren el nombre de revolucions uniformes íntegres, i a través seu els moviments detallats del planeta» (V,1).

¹³ És a dir, anys siderals de 365;15,24,10^d (d'acord amb un compte sexagesimal), i mesura les longituds des de γ d'Àries (Mesarthim), i no anys tròpics, com feu Ptolemeu.

33

- La Terra retorna a Saturn [torna a la mateixa posició respecte de Saturn] 57 vegades en 59 dels nostres anys solars més $1;6,48^d$.¹⁵
- En aquest temps el planeta completa 2 revolucions més $1;6,6^\circ$.

I llavors es poden extreure una sèrie de dades¹⁶.

a) Quin és el temps necessari de la Terra per a aconseguir retornar de bell nou a Saturn? (És l'anomalia, el circuit, o moviment, de commutació de la Terra respecte de Saturn, traduït també com a revolució paral·làctica – i és el període d'anomalia; en d'altres paraules: és el moviment que es deu al fet que la Terra gira al voltant del Sol, i en aquest cas és evident que *tot el gir necessari* és $\bar{\alpha}$).

Cal dividir els anys totals que hi inverteix la Terra entre les vegades que retorna a Saturn, *que serà la part de l'any o anys que triga la Terra a retornar-hi*. Llavors es pot passar a dies. Per tant:

Llavors quan es comença l'estudi del moviment d'un planeta no s'atén particularment la primera anomalia (per a la qual s'introdueix l'excentricitat i l'epicicle), i es concentra l'atenció en la segona anomalia (la derivada del moviment de la Terra).

Representem la longitud astronòmica per λ , i sigui λ_0 el punt zero de referència: llavors el gràfic *representa* amb $\bar{\lambda}$ ($=\bar{\lambda}^*$) *el moviment mitjà en longitud del planeta col·locat a P*; amb $\bar{\alpha}$ l'anomalia mitjana; i amb $\bar{\lambda}_\odot$ ($=\bar{\lambda}_\odot^*$) el moviment mitjà en longitud del Sol. En el gràfic $\bar{\lambda} + \bar{\alpha} = \bar{\lambda}_\odot$.

D'altra banda això és acumulatiu: $\bar{\lambda} + \bar{\alpha} = \bar{\lambda}_\odot$ val per als anys (i translacions) que siguin. El text de Copèrnic ofereix dades lliurades (i corregides) sideralment, que deuen remuntar a fonts babilòniques, i donades a l'*Almagest* IX,3 amb noves correccions, etc.

¹⁵ Això és, $1 + \frac{6}{60} + \frac{48}{3600}$ dies, és a dir, les parts dels dies segueixen el sistema sexagesimal.

Sabem que $\bar{\lambda} + \bar{\alpha} = \bar{\lambda}_\odot$ per als planetes superiors. Però això pot ser acumulatiu per a qualsevol interval $[2 + 57 = 59]$, amb els escriexos a banda i banda]. Les dades són babilòniques lliurades per Ptolemeu (*Almagest* IX,3), que les retocà.

¹⁶ Per a una discussió de les resultants dels càlculs, cf. ídem, I pàgs.301-307.

$$\frac{59 \text{ anys } 1; 6, 48d}{57} = 378; 5, 32, 11^d.$$

b) Amb aquest temps la Terra retorna una vegada a Saturn. Copèrnic fa valer ara la següent computació, que considera que un retorn fa 360° (és a dir, els redueix a graus del cercle) i troba els graus recorreguts en un any resolent una regla de tres:

$$\frac{360^\circ \times 365 \text{ dies}}{378; 5, 32, 11^d} = \\ = 347; 32, 2, 54, 12^\circ.$$

Es tracta, seguint el camí de a), de l'anomalia mitjana ($\bar{\alpha}$), *els graus del moviment de commutació de Saturn respecte de la Terra, que hi ha en un any terrestre*.

c) Calcula el moviment d'anomalia per a un dia de la següent manera¹⁷:

$$\frac{347; 32, 2, 54, 12^\circ}{365} = 0; 57, 7, 44, 0^\circ.$$

Després unes taules lliuren el moviment paral·làctic [= motus commutationis $\bar{\alpha}$] de Saturn per dies i anys.

d) *El moviment propi o mitjà [$\bar{\lambda}^*$] de Saturn durant un any terrestre* ($\bar{\lambda}$ en el gràfic denota el mateix que $\bar{\lambda}^*$: es fa tenint en compte que s'obté sostraint l'anomalia mitjana anual [$\bar{\alpha}$] del moviment mitjà anual del Sol (l'any terrestre)¹⁸. En els càlculs de Copèrnic:

¹⁷ Aquí divideix pels dies de l'any egipci, versemblantment menyspreant-t'hi l'error possible.

¹⁸ Copèrnic agafà el valor de l'any del primer que ho va fer pels estels (any sideral), que fou (cf. *De revolutionibus* III,14) Thābit ibn Qurra. Era de $365; 15, 24, 10^d$, que llavors correspondrien al gir de 360° . L'any solar, però, no esdevé totalment uniforme, i llavors convé tenir mesures d'un moviment regular mitjà, per tant es multiplica 360° pels dies de l'any (365, perquè aquí no cal un càlcul incondicionalment exacte, cf. III,13) i es divideix per $365; 15, 24, 10^d$, que fa $359; 44, 49, 7, 4^\circ$. És a dir, en una primera aproximació, es considera el moviment regular: per exemple,

$$359; 44, 49, 7, 4^\circ : 365; 15, 24, 10^d$$

diu els graus regulars simples per dia sideral, com palesa la taula que Copèrnic lliura. Després ja hi hauria les correccions a fer.

$$359;44,49,7,4^{\circ} - 347;32,2,54,12^{\circ} = 12;12,46,12,52^{\circ}.$$

Es lliura per tant l'aproximació al moviment propi sideral $[\bar{\lambda}^*]$ en longitud del planeta per any terrestre.

2. Observacions copernicanes de Saturn (*De revolutionibus* V,6).

Hi ha un paral·lelisme entre el treball de l'*Almagest* XI,5-8 i el tractament copernicà en el nombre d'observacions, en la cerca del valor de l'excentricitat, de l'estudi dels àpsides de l'òrbita, etc., mentre s'assumeix la revolució de la Terra al voltant del Sol amb la corresponent paral·laxi. Indiquem, tanmateix, les tres posicions acroniques de Saturn observades per l'autor en el meridià de Cracòvia:

<i>Hora</i>	<i>dia</i>	<i>any</i>	<i>aparició Saturn</i> $[\lambda^*]$
22;48 ^h	5 de maig	1514	205;24°
12 ^h	13 de juliol	1520	273;25°
6;24 ^h	10 d'octubre	1527	0;7°

a) Temps entre les dues primeres oposicions Moviment aparent de Saturn

$$6 \text{ anys egipcis i } 70;33 \text{ dies}^{19} \qquad 68;1^{\circ} [= 273;25^{\circ} - 205;24^{\circ}]$$

$$[= \delta_1]$$

b) Temps entre les dues últimes oposicions Moviment aparent de Saturn

$$7 \text{ anys egipcis i } 89;46 \text{ dies}^{20} \qquad 86;42^{\circ} [= 360;7^{\circ} - 273;25^{\circ}]$$

$$[= \delta_2]$$

¹⁹ El decimal de dia, com dalt, representa minuts de dia $[70 + \frac{33}{60}]$.

²⁰ $[89 + \frac{46}{60}]$.

c) *Moviment mitjà en longitud de Saturn en intervals.*

Per al moviment propi (o mitjà) Copèrnic no trobà necessari d'oferir unes taules molt extenses (cf. dalt a propòsit de V,1), i lliurà 12;12,46° per any. Per tant en sis anys i escaig fa 73;16,36°.

Però, com s'ha esmentat, i circumscrit a un any, aquests 12;12,46° són la resultant de la diferència entre un any terrestre i l'anomalia mitjana $[\bar{\alpha}]$ que hi ha en un any; se suposa que són graus propis del moviment de Saturn.

Ocorre que estan comptats en un circuit d'anomalia i *les dades de les tres observacions no*. Això vol dir que es pot cercar un moviment mitjà més escaient (les dades són més properes i d'observacions directes): els 12;12,46° haurien de rebre el correctiu pel fet d'haver estat comptats des d'un circuit d'anomalia (que els empetiteix, cf. la nota següent).

Fet i fet Copèrnic calcula com a moviment mitjà del primer interval 75;39° [= δ_1]²¹, i com a moviment mitjà en longitud de Saturn en el segon interval, 88;29° [= δ_2].

²¹ El camí seguit per Edward Rosen [*Nicholas Copernicus. On the revolutions*, Johns Hopkins University Press, Baltimore and Londres, 1992, pàg.420] per a explicar la nova mesura fa: caldrà passar els 12;12,46° a dies, i veure la variació de la longitud solar en aquests dies i la variació de l'anomalia en aquests mateixos dies (llur resta servirà de correcció al moviment mitjà de Saturn $\bar{\lambda}^*$ durant aquest temps). Recorda que Copèrnic cregué no necessari de proveir-se de taules de moviment mitjà propi (V,1) [$\bar{\lambda}^*$]. [Notem que els graus són de l'òrbita de Saturn, i ara cal comptar-los per a l'anomalia i el pas solar respecte de la Terra d'acord amb $\bar{\lambda}^* + \bar{\alpha} = \bar{\lambda}_{\odot}^*$].

Això s'hauria de fer per als 73;16,36° (que corresponen als 6 anys 70;33^d). Per tant es va a les taules lliurades per Copèrnic del moviment paral·làctic de Saturn $[\bar{\alpha}]$ en anys i dies (V,1), i a les taules del moviment uniforme simple del Sol en anys i dies (III,14), i se sostreu la primera (que lliura un arc de 66;38°) de la segona (que lliura un arc de 68;59°), fent una resultant de 2;21° (a afegir-hi un minut pels minuts del dia: total 2;22°). I sumant

3. Derivacions de l'excentricitat de l'òrbita de Saturn i les anomalies excèntriques mitjanes $\bar{k}_1$, $\bar{k}_2$ i $\bar{k}_3$ (*De revolutionibus* V,6).

Cal treballar a la manera de Ptolemeu (*Almagest* X,7) si se cerca l'àpside més alt i l'excentricitat, és a dir, com si el planeta es mogués en un excèntric simple²².

En efecte es tracta de dibuixar un cercle i col·locar-hi les tres observacions fetes; *A*, *B* i *C*, tot pensant que Saturn s'hi mou uniformement, essent *D* el centre de l'òrbita de la Terra, *F* el centre de l'excèntric, allargant *ad libitum* una de les línies que els uneixen a *D* (per exemple, *CDE*), traçant la línia *GFDH* pels àpsides, *FL* perpendicular a *CE*, i completant com convé el gràfic.

$$73;16,36 + 2;22^\circ = 75;38,36^\circ [\bar{\delta}_1].$$

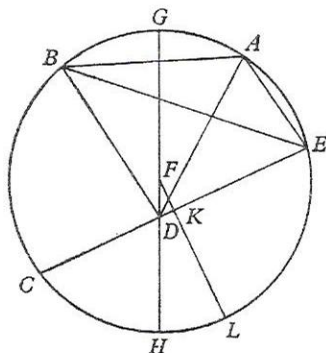
La rectificació s'hauria d'aplicar també en el segon interval, que correpon als 7 anys i 89;46^d, etc.

²² A propòsit que el planeta es troba en un epicicle, Copèrnic (cf. més avall) hi introdueix correccions, calcula les equacions de centre i les anomalies excèntriques corregides ($k = \bar{k} - c_3$) per a cada oposició, la qual cosa permet derivar els angles del moviment aparent de Saturn δ_1 i δ_2 .

Parlant del càlcul final $\delta_1 = k_2 - k_1$ i $\delta_2 = k_3 - k_2$, N.M. Swerdlow i O. Neugebauer fan observar: «Si per atzar aquests [*angles*] estan d'acord amb els valors observats de δ_1 i de δ_2 , llavors els valors derivats de $2e$ [*l'excentricitat*, cf. nota 25] i $\bar{k}$ són correctes, i la derivació s'ha acabat. Tanmateix, des del moment que la demostració prèvia depèn de l'assumpció incorrecta que δ s'aplica al moviment de la projecció del planeta *P* en el cercle al voltant de l'equant [cf. dalt nota 12, lletra *E*], és poc probable que el resultat s'acordi a l'observació quan el planeta es troba de fet en la seva pròpia òrbita [*en l'epicicle*] a *P*» (ídem, I pàg.315).

Sobre la discussió d'una aproximació reiterada de correcció de resultats a favor que s'arribi als resultats observats (cf. el gràfic següent) de $\overline{BDC}$ ($= \delta_2$) i $\overline{ADB}$ ($= \delta_1$), cf. ídem, I pàgs.315-319, 341ss, 366ss. Tot això s'explicarà més avall amb una mica d'extensió.

En principi fem veure que sols tenim els segments que uneixen A, B i C (aquest allargant-lo fins a E) amb el punt D, que determinen tres triangles. Llavors:



En el triangle DBE.

$\widehat{BDC} = 86;42^\circ$ [col·loca δ_2 i no $\overline{\delta_2}$ perquè aquest últim és un càlcul del moviment mitjà $[\Delta\lambda^*]$ i no del propi observat $[\Delta\lambda^*]$ → se sap $\widehat{BDE}$ (suplementari) → se sap $\widehat{BED}$ (perquè se sap l'arc BC) → se sap l'angle que queda $\widehat{DBE}$ → se sap les cordes BE i DE (on el diàmetre del cercle que circumscriu el triangle DBE val 20.000^p).

En el triangle ADE.

$\widehat{ADC} = 154;43^\circ$ [= $68;1^\circ + 86;42^\circ$, $\delta_1 + \delta_2$] → se sap $\widehat{ADE}$ (suplementari).

$\widehat{AED}$ [inscrit] = $\widehat{BED}$ [ja sabut] + $\widehat{AEB}$ → se sap l'angle que queda del triangle $\widehat{DAE}$ → se sap les cordes DE i AE (on el diàmetre del cercle que circumscriu el triangle ADE és de 20.000^p).

En el triangle AEB.

Passa les cordes BE i AE a unitats de la corda DE del triangle DBE (per mitjà de DE en el triangle ADE). Se sap doncs BE i EA i $\widehat{AEB} \rightarrow$ se sap la corda AB (on el diàmetre del cercle que circumscriu el triangle AEB és de les parts del del cercle del triangle DBE).

Llavors el següent:

La mateixa corda AB – se sap l'arc AB – es pot mesurar tenint en compte tot l' excèntric amb un diàmetre de $20.000^p \rightarrow$ les cordes BE i DE es mesuren d' acord amb el nou càlcul de la corda AB .

La corda BE lliura l' arc BAE ($= 103;7^\circ$).

Tot $EABC = 191;36^\circ$ [$= 103;7^\circ + 88;29^\circ$, moviment mitjà δ_2 de Saturn entre B i C]. El restant $CE = 168;24^\circ$.

[Copèrnic cercarà el centre de l'excèntric, els àpsides, i les anomalies excèntriques mitjanes: d'aquí que hi usi el moviment mitjà de Saturn. Els càlculs amb els valors observats ja estan fets, i ara es tracta d'arribar a aquests valors observats des de la composició a partir del moviment mitjà que ha de dur a esbossar el centre de l'excèntric, els àpsides, les anomalies excèntriques mitjanes, l'excentricitat, etc. La qual cosa confirmarà el model astronòmic d'explicació].

Hem dit que la resta del cercle $= 168;24^\circ \rightarrow$ la corda $CDE = 19.898^p$ ($< 20.000^p$); i $CD = CDE - DE = 9.299^p$.

Per tant:

L'arc $EABC >$ arc CE , cosa que vol dir que el centre de l'excèntric cau dins de la part del cercle del primer. Per exemple a F , i tracem $GFDH$ i FKL perpendicular a CDE .

Llavors:

$$CD \times DE = GD \times DH^{23}$$

$$GD \times DH + FD^2 = [1/2 GDH]^2^{24}$$

$$[1/2 GDH]^2 - GD \times DH [\text{o } CD \times DE] = FD^2.$$

Com ja se sap el minuend i el subtrahend, llavors **FD = 1200^p** (d'un radi $GF = 10.000^p$), un resultat un pèl diferent del lliurat per Ptolemeu [*Almagest* XI,6]²⁵.

Continuem:

Es coneix *FD* i *DK* [*CDK* – *CD*, *CDK* la meitat de *CDE*], i *DK* és la meitat d'una corda d'un arc doble de *DFK*, per tant es troba l'angle *DFK*, igual a l'arc *HL*.

Però el tot *CHL* = $\frac{1}{2}$ *CLE* [168;24°] $\approx$ 84;13°.

Per tant *CH* = *CHL* – *HL* = 51;28°,

graus que van des de la tercera posició al perigeu. I *CBG* = 128;32° des de la tercera posició a l'apogeu o àpside més alt.

També:

BG = *CBG* – *BC* [128;32° – 88;29° (moviment mitjà en el segon interval $\bar{\delta}_2 = 40;3^\circ$]

AG = *BA* – *BG* [75;39° (moviment mitjà en el primer interval $\bar{\delta}_1$) – 40;3° = 35;36°].

Amb tot plegat se sap on col·locar el centre de l'excèntric i els àpsides del planeta²⁶.

²³ Els triangles *GED* i *CDH* són semblants.

²⁴ Basta descabdellar:

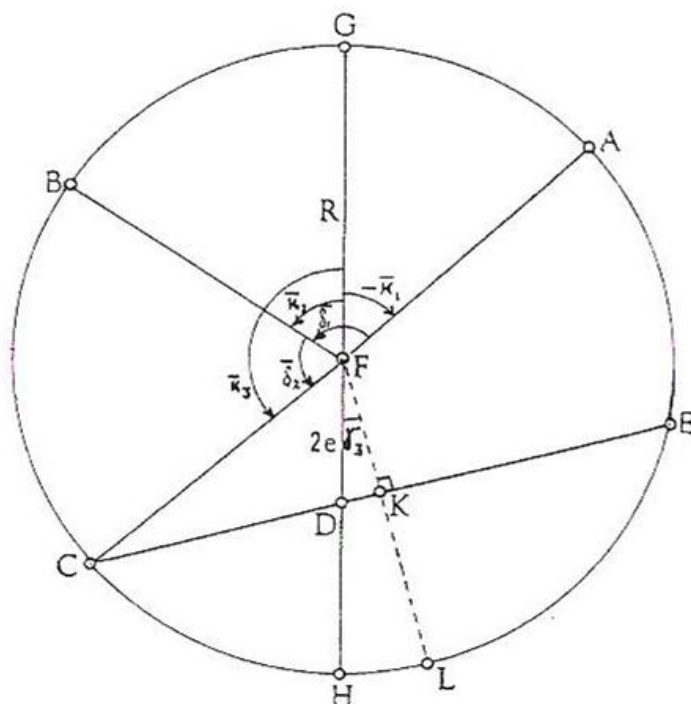
$$(GF + FD) \times (GF - FD) + FD^2.$$

²⁵ *FD* és el que s'anomena l'excentricitat.

²⁶ I també els arcs *CG*, *BG* i *AG*, calculats com si Saturn recorregués l'òrbita uniformement pel cercle excèntric. D'aquí que es digui que *CG*, *BG* i *AG* ($\bar{k}_3$, $\bar{k}_2$ i $\bar{k}_1$ en la figura, aquest darrer amb valor negatiu) representen l'anomalia

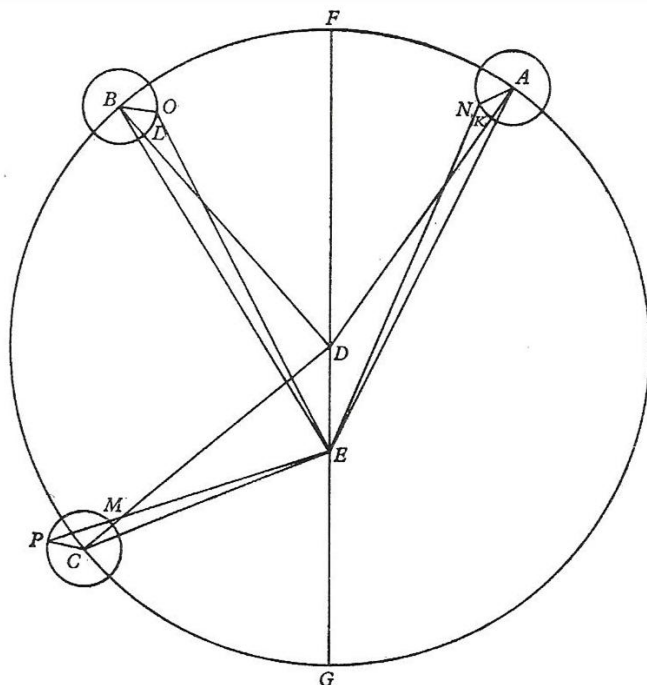
4. Examen per a dur aquestes resultants (excentricitat i anomalies excèntriques mitjanes) a derivar els valors observats (*De revolutionibus* V,6).

excèntrica mitjana (calculada uniforme des del centre del cercle) de cada oposició.



Recordem que $\bar{\delta}_1$ i $\bar{\delta}_2$ representen *moviment mitjà* de Saturn (trobat dalt en el segon punt en parlar del «moviment mitjà en longitud de Saturn en intervals»: 75;39° i 88;29°, respectivament), que cal diferenciar de δ_1 i δ_2 , que serien els *valors propis angulars observats* del moviment de Saturn.

Dibuixem tot això de bell nou, ara ja representant l'epicicle – i el planeta col·locat a O , P i N , girant com es digué al seu lloc –, però modificant una mica la distància entre D i E [F i D en el gràfic anterior de Copèrnic]: s'agafa $\frac{3}{4}$ del trobat [900^p] (cf. dalt, en negreta) i $\frac{1}{4}$ restant [300^p] s'usa de mida per al radi de l'epicicle²⁷.



Tanmateix no n'hi ha prou, amb això: si es vol mantenir-ho tot cal ajustar el que s'ha trobat.

Perquè, si es continués el que s'ha fet, hi hauria unes resultants que difereixen una mica de les observacions [δ_1 i δ_2]; no volent avorrir el lector amb tots els detalls lliura merament les quantitats que els valors haurien de ser segons els càlculs a partir de l'excentricitat i de

²⁷ Es tracta d'una aplicació de les resultants del càlcul al model que ell proposà (cf. dalt, pàg.26). O millor: d'una aproximació a aquell model, que de seguida tornarà a retocar.

les anomalies excèntriques mitjanes trobades dalt, que difereixen dels valors observats:

$$\widehat{NEO} = 67;35^\circ \quad [\text{quan són segons l'observació } 68;1^\circ = \delta_1]$$

$$\widehat{OEM} = 87;12^\circ \quad [\text{quan són segons l'observació } 86;42' = \delta_2].$$

Per tant hem de fer algunes rectificacions en els càlculs.

La cosa rutllarà si es fa avançar l'apogeu una mica $[3;14^\circ]$ i fent $AF = 38;50$ [en lloc de $35;36^\circ$] i l'arc $FB = 36;49$ $[40;3^\circ - 3;14]$.

$$\text{Arc } FBC = 125;18^\circ [128;32^\circ - 3;14^\circ]^{28}.$$

²⁸ Els arcs AF , FB i FBC representen, s'ha dit, les anomalies excèntriques mitjanes ($\overline{k}_1$, $\overline{k}_2$ i $\overline{k}_3$, la primera amb un valor negatiu). Com aconsegueix Copèrnic aquests nous resultats?

Primer deuria calcular (després es veurà com ho fa Copèrnic) l'equació de centre (c_3) de les respectives oposicions amb els valors trobats d'anomalia mitjana ($-35;36^\circ \overline{k}_1$, $40;3^\circ \overline{k}_2$ i $128;32^\circ \overline{k}_3$) per tal d'extreure les anomalies excèntriques corregides ($k_1 = \overline{k}_1 + c_{3a}$, $k_2 = \overline{k}_2 + c_{3b}$, $k_3 = \overline{k}_3 + c_{3c}$), i així trobar els valors teòrics de δ_1 [$k_2 - k_1$] i δ_2 [$k_3 - k_2$] $\rightarrow [\delta_1 = 67;37^\circ$, $\delta_2 = 87;8^\circ$, lleugerament en desacord amb els calculats per Copèrnic], que diferien dels observats [k_1 amb valor negatiu].

Això implicava que els valors de l'excentricitat i de $\bar{k}$ derivats no eren bons del tot, i per tant calia la cerca d'unes nous valors.

Un esquema de correcció faria: cal trobar una nova aproximació de l'equació del centre (c'_3) a través d'una modificació de l'excentricitat i de les anomalies excèntriques mitjanes, i que permeti una nova quantificació de l'anomalia excèntrica corregida ($k' = \bar{k}' + c'_3$) per a cada oposició, i finalment trobar $\delta'_1 = k'_2 - k'_1$ i $\delta'_2 = k'_3 - k'_2$.

Insistim que c_3 i c'_3 depenen dels valors de l'excentricitat i de les anomalies excèntriques mitjanes, i després es pot lliurar una aproximació a δ com és δ' .

D'aquí que, si no n'hi hagués prou, es podria cercar una nova aproximació a l'equació del centre i trobar nous valors δ'' per a δ , procurant convergir cap a les quantitats observades.

Hi ha doncs un camí reiteratiu. El mètode – que aquí sols s'indica – ofereix variants, i remet al cap i a la fi al mateix Ptolemeu.

Fet i fet és possible que Copèrnic fes si més no tres iteracions que aconsegueixen les resultants que ara proposa (avançar l'apogeu $3;14^\circ$ [amb la qual cosa modifica les anomalies mitjanes], modificar l'excentricitat i fer-ho també per al radi de l'epicicle), altrament no s'explicaria potser la

A més a més es fa DE, la distància entre els centres, de 854^p [en tenia 900^p], i el radi de l'epicicle 285^p [en tenia 300^p]. Tot això s'apropa al que digué Ptolemeu [*Almagest* V,5].

A partir d' aquí es veu clarament la consistència d' aquestes quantitats amb les aparences.

Perquè en el triangle ADE:

DE = 854^p (AD = 10.000^p)

$\widehat{ADE} = 141;10^\circ$ [$180^\circ - \widehat{ADF}$, $38;50^\circ$],

Per tant es coneix dos costats i un angle, i d'aquí s'extreu el tercer costat AE i els altres angles $\widehat{DAE}$ [$2;52^\circ$] i $\widehat{DEA}$ [$35;58^\circ$].

Semblantment en el triangle AEN:

$\widehat{KAN} = \widehat{ADF}$, per construcció [$\widehat{ADF} = 38;50^\circ$]²⁹

Tot $\widehat{EAN} = 41;42^\circ$ [$\widehat{DAE} + \widehat{KAN} = 2;52^\circ + 38;50^\circ$]

AN = 285^p (per hipòtesi), i AE se sap del triangle ADE.

Es coneix dos costat i un angle, i d'aquí s'extreu: $\widehat{AEN} = 1;3^\circ$.

convergència dels càlculs amb la proposta de Copèrnic (difícil de concebre si hagués seguit un mètode d'assaig i error). Se'n pot trobar una discussió amb detall a ídem, I pàgs.330-332; 366-367 [Tot i això s'ha evitat presentar-ho com aquests autors pel fet d'interpretar el model de Copèrnic des del model de Ptolemeu i d'autors àrabs medievals, amb unes explicacions que poden semblar allunyades del que es llegeix del nostre astrònom. Sigui com sigui val la pena deixar una discussió detallada de tot plegat als especialistes sense que calgui aquí pronunciar-se del seu encert o desencert].

Segons aquest supòsit Copèrnic lliura la solució sense oferir els càlculs per a no avorrir l'estudiós (per tant no hi apareix l'equació de centre explícitament), malgrat que després aplica els nous valors de l'anomalia mitjana i de l'excentricitat (trobat en principi després de tres iteracions) per a trobar l'anomalia corregida ($k = \bar{k} + c_3$) a través – prenent nosaltres com a exemple la primera oposició – dels angles $\widehat{AEN}$ i $\widehat{DAE}$, la suma dels quals lliura l'equació de centre [observi's que $-38;50^\circ + (2;52^\circ + 1;3^\circ) = -34;55^\circ$, l'anomalia corregida última, cf. a continuació en el text].

²⁹ L'angle amb què recorre el centre de l'epicicle l'excèntric, i l'angle amb què es trasllada el planeta per l'epicicle són iguals cf. *De revolutionibus* V,4.

Però: $\widehat{DEA} = 35;58^\circ$.

Llavors: $\widehat{DEN} [k_1] = 34;55^\circ [\widehat{DEA} - \widehat{AEN}, 35;58^\circ - 1;3^\circ]^{30}$.

Fent els càlculs per a la segona i la tercera oposició hi ha les següents resultants:

$$\widehat{OED} [k_2] = 33;5^\circ$$

$$\widehat{PED} [k_3, \text{ que derivarem sota en el punt cinquè}] = 119;47^\circ$$

Llavors:

$$\widehat{DEN} + \widehat{OED} = 34;55^\circ + 33;5^\circ = 68^\circ \quad [\text{l'observació} = 68;1^\circ]$$

$$\widehat{PED} - \widehat{OED} = 119;47^\circ - 33;5^\circ = 86;42^\circ \quad [\text{l'observació} = 86;42^\circ].$$

Fem notar que Saturn era en la tercera observació a $0;8^\circ$ ³¹ est de γ d'Àries. Per tant es pot situar l'àpside inferior respecte de γ d'Àries $[180^\circ - 119;47^\circ \quad 0;8^\circ \cong 60 \frac{1}{3}^\circ]$, i també l'àpside superior $[\cong 240 \frac{1}{3}^\circ]$ ³².

5. El moviment de paral·laxi $[\bar{\alpha}]$ en la tercera observació de Saturn.

Tornem a fer ara els càlculs per a la tercera oposició per a trobar $\widehat{PED}$ perquè els necessitem tot seguit:

En el triangle CDE:

$$\widehat{CDE} = 54;42^\circ [= 180^\circ - (\widehat{FDC} = 125;18^\circ) = \text{arc FC}]$$

$$DE = 854^p \quad [CD = 10.000^p],$$

Per tant es coneix dos costats i un angle, i d'aquests s'extreu el tercer costat EC i els altres angles $\widehat{DCE} [4;13^\circ]$ i $\widehat{CED} [121;5^\circ]$.

³⁰ Copèrnic ha efectuat, en dues passes per a la primera posició de Saturn, que $k = \bar{k} + c_3$ a través de $\bar{k}$ i dels angles $\widehat{AEN}$ i $\widehat{DAE} [-38;50^\circ + (2;52^\circ + 1;3^\circ) = -34;55^\circ]$, i obté l'anomalia corregida final en la primera oposició.

³¹ Abans havia dit que era $0;7^\circ$.

³² Pot considerar E el centre de l'òrbita a efectes dels àpsides: l'excentricitat no es tindria en compte en comparació de les dimensions dels seus diàmetres.

Les resultants són les esmentades per Copèrnic.

Havent-se fet aquesta tercera observació quan Saturn i el Sol estan oposats, la Terra es trobarà a R .

Aquí se sap:

$$\widehat{CES} = \widehat{DCE} = 4;13^\circ$$

$$\widehat{PEC} = 1;18^\circ.$$

Per tant:

$$\widehat{PES} = \widehat{EMD} \text{ (o arc RS)} = 5;31^\circ [c_3].$$

Que és la diferència entre l'anomalia excèntrica mitjana de Saturn ($\widehat{FDC}$) $[\bar{k}_3]$ i l'anomalia excèntrica corregida ($\widehat{DEP}$) $[k_3]$ ³⁴.

Ara notem:

- La línia PRE representa la línia recta final de l'anomalia excèntrica corregida $[k_3]$.
- Perllongant PRE es podria dibuixar un punt en el cercle anual de la Terra que representaria l'apogeu de l'òrbita de la Terra respecte de Saturn $[V$ en el gràfic de la nota 12].
- La línia CMD representa la línia final del moviment uniforme i mitjà (el de l'anomalia excèntrica mitjana) $[\bar{k}_3]$.

³⁴ Recordem que l'equació de centre s'aplica a l'anomalia excèntrica mitjana $[\bar{k}]$. L'equació de centre vol plasmar la correcció de l'anomalia excèntrica mitjana $[\bar{k}]$ $[k = c_3 + \bar{k}]$, aquí $\widehat{DEP} = \widehat{FDC} + \widehat{PES}$, essent l'última aquí de signe negatiu].

Per tant $\widehat{FDC}$ fóra l'anomalia excèntrica mitjana $(\bar{k})$ i $\widehat{DEP}$ l'anomalia excèntrica corregida (k) .

– La línia *SET* és paral·lela a *CD*, la línia del moviment uniforme i mitjà (fet i fet les dues girarien sempre en paral·lel). El punt *T* és el punt *T* del gràfic de la nota 12.

– *T* representa la distància més gran mitjana, l'apogeu mitjà, (és a dir, tenint en compte el moviment mitjà regular de Saturn) de l'òrbita de la Terra.

– Restant l'arc *RS* de π es troba l'arc *RT* ($= 174;29^\circ$), que és la distància des de *T* pres com a origen³⁵, l'anomalia de commutació [$\bar{\alpha}$], és a dir, l'arc des de la conjunció del Sol i del moviment mitjà de Saturn (per tant del moviment mitjà de Saturn representat per la direcció de *ST*) fins al lloc *R* on hi ha la Terra (amb l'observador, o fins a la línia que els uneix al Sol).

– El moviment d'anomalia excèntrica mitjana [$\bar{k}_3$] de Saturn, des de l'àpside superior és *PED* + *RES* [$119;47 + 5;31^\circ = 125;18^\circ$] [$\bar{k}_3 = k_3 + c_3$], ja trobat abans.

– La longitud de l'apogeu λ_A^* [des del punt Àries] calculada amb aquesta tercera oposició és³⁶:

³⁵ En l'oposició l'anomalia de commutació corregida [α] val π :

$$\alpha = \bar{\lambda}_{\odot} - \lambda^* = 180^\circ \text{ [la del Sol coneguda per les taules,} \\ \text{la de Saturn per observació].}$$

I l'anomalia de commutació mitjana val:

$$\bar{\alpha} = \alpha - c_3 = 180^\circ - c_3,$$

[notem que $\alpha - \bar{\alpha} = c_3$ és positiva per a $\bar{k} \leq 180^\circ$ i negativa per a $\bar{k} \geq 180^\circ$]; Copèrnic anomena $\bar{\alpha}$ *anomia commutationes, motus commutationes*: anomalia o moviment de commutació (equivalent del grec $\pi\alpha\rho\acute{\alpha}\lambda\lambda\alpha\xi\iota\varsigma$).

³⁶ En oposició també és vàlid que $\lambda_A^* = \lambda^* - k = \bar{\lambda}^* - \bar{k}$.

La correcció del que diu el text es pot veure amb el gràfic següent, fet des d'una altra oposició, que permet determinar les quantitats esmentades:

aproximadament un grau cada cent anys. I estudia la relació entre el radi de l'òrbita de la Terra i el de Saturn a partir de la paral·laxi que procedeix de l'òrbita de la Terra (que oscil·la entre una relació de 1, el radi de l'òrbita de la Terra, a $9;42$ i 1 a $8;39$).

VI EL REPTE HELIOCÈNTRIC

L'estudi de Saturn il·lustra quelcom que es troba més enllà d'aquest astre: que Copèrnic provà de lliurar en detall afers de cada planeta. Com Swerdlow i Neugebauer diuen:

«La teoria planetària de la longitud en el llibre V, particularment per als planetes superiors, és el més admirable assoliment, i el més exigent, de Copèrnic. El treball teòretic sobre aquesta matèria, el desenvolupament dels models heliocèntrics, en tot allò que és essencial equivalent al de Ptolemeu, però conservant la rotació uniforme de les esferes components exigida pels principis físics, ha estat establerta ja en el *Commentariolus*. Fou sobretot la decisió de derivar nous elements per als planetes que retardà la continuació del seu treball gairebé la meitat dels anys de vida de Copèrnic – prop de vint anys dedicats a l'observació i llavors uns altres afegits a la més tediosa classe de càlcul –, i els seus contemporanis reconegueren el resultat com d'igual valor que l'assolit pel mateix Ptolemeu, que era segurament la lloança més gran possible per a un astrònom»³⁷.

Certament el *De revolutionibus* introdueix canvis en els models tradicionals sense que s'hi exclouï la voluntat de fer-ho per a alliberar-se de conseqüències no desitjades (per exemple, dos excèntrics on el centre de l'epicicle no gaudeix de moviment uniforme respecte del centre del seu referent). Les noves observacions – i l'estudi de les dels avantpassats – s'encaminaren a fer congruents els nous models, mentre Copèrnic ha de mantenir els epicicles.

El *De revolutionibus* es comprèn sols des de les obres dels astrònoms anteriors: és des del geocentrisme que hi ha el pas a l'heliocentrisme (tant per a Aristarc com per a Copèrnic). Els problemes físics que comportava (per què cauen verticalment els objectes, no se'n van els núvols) no semblaven impedir que hi hagués una coherència en el model astronòmic. La sort de l'obra deuria raure que aparegués en un moment de renovació en molts aspectes, d'avenç en la independència de criteri, de l'estudi d'uns altres homes disposats

³⁷ Ídem, I pàg.77.

a defensar físicament que la Terra es mou, en conjunt de renovació de les arts i de les ciències.

La revolució copernicana arrossegà el capgirament d'assumpcions bàsiques, una avaluació que es deu al que comportà l'alteració dels cels i de la Terra: la destrucció (posterior a Copèrnic) de les orbes, la superació de l'aristotelisme, el naixement de la mecànica clàssica, l'ús del telescopi, etc. Sigui com sigui la defensa de l'heliocentrisme des del geocentrisme sembla encara avui una gesta desconcertant: si Copèrnic fou conscient de les dificultats amb què la seva obra podria trobar-se, avui dia continua essent objecte de meditació com fou possible que algú pogués arribar-hi, i gosés fer-ho, mentre el seguiment del viratge des de models anteriors (grecs, àrabs i medievals) no fa empal·lidir ni de bon tros les seves resultants.

* * *

Quina és la rellevància de dir que des de Copèrnic, i sols des d'aquest (el cas d'Aristarc no hauria passat de ser una hipòtesi no sostinguda), l'home no és el centre de l'univers?

La gosadia d'arrencar la Terra dels seus fonaments i de llançar-la cap al cel malgrat l'ensenyament científic, filosòfic, i teològic, de l'època, i més tard donant el cop mortal a un antropocentrisme, no lleva la circumstància que no sembla que el mateix Copèrnic, sabedor d'aquestes oposicions, fes un especial cabal d'una pèrdua de centralitat humana³⁸.

³⁸ Aquesta normalitat es fa patent en molt llocs. En paraules d'A.Koiré: «Aquest *Commentariolus* [es difon el 1507 en còpies manuscrites] sembla haver tingut una difusió bastant gran. És probable – si més no així ho conta Tiraboschi [*Storia della letteratura Italiana*, Milan, 1824, vol.VII, pàg.706] – que aquell treball arribés a Roma, on des de 1533 Johann Widmanstadt pot exposar al papa Climent VII les bases de la nova astronomia. A Roma ningú no en va fer escarafalls. Més bé, tres anys més tard, el cardenal arquebisbe de Càpua, Nicolau Schonberg escriu a Copèrnic (el 1 de novembre de 1536) exhortant-lo a publicar els seus descobriments i pregant-li de fer fer (a costa del cardenal) una còpia de tots els seus treballs», a *Nicolas Copernic, Des Révolutions des Orbes célestes; traduction avec introduction et notes par A.*

En efecte el pas d'un sistema a un altre no comportaria més que un ajustament de les necessitats (equivocades o encertades) intel·lectuals. Copèrnic sembla que passà d'un lloc a l'altre per problemes a propòsit d'un model que el decep. Però això no desbancaria cap prerrogativa, i seria el guany d'una actuació de l'home.

L'afer tindria alguna importància perquè hi faria intervenir que els models astronòmics són les resultants d'una tasca àrdua; que en tots els casos hi ha una centralitat en l'univers que gaudiria d'unes característiques rellevants; que tot no pot pas de deixar de tenir l'empremta del fet de ser-hi.

Qualsevol vertigen posterior no ho seria pas per l'heliocentrisme tal qual ni àdhuc per un espai infinit, sinó pel sotrac científic, filosòfic i teològic, al qual el copernicanisme hauria contribuït decididament, potser fins i tot malgrat el mateix Copèrnic. I així com el geocentrisme sembla el graó primer abans d'un possible heliocentrisme, així Copèrnic hauria lliurat l'ocasió, en una època de novetat, per a tota mena de canvis, en especial per a l'astronomia heliocèntrica, i per a la física que la fes possible.

No ser el centre físic de l'univers no seria tan rellevant com ser-hi, en el que hi ha.

Koyré, Félix Alcan, París, 1970 (1ª1934), [*Textes et traductions* 8], pàgs.9-10.

També gaudí d'un considerable èxit el resum que Joachim Rheticus escrigué, la famosa *Narratio prima*, editada el 1540 (el 1541 tingué una nova edició). Que les primeres reaccions foren favorables ho mostra el fet que Erasmus Reinhold feu el 1551 unes taules astronòmiques calculades a la vegada segons els mètodes de Ptolemeu i de Copèrnic.